

UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR
FACULTAD MULTIDISCIPLINARIA DE OCCIDENTE
ESCUELA DE POSGRADO



TRABAJO DE POSGRADO

USO DE GEOGEBRA Y SU INCIDENCIA EN LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE
LA GEOMETRÍA EN LOS ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DEL PROFESORADO EN
MATEMÁTICA DE LA FACULTAD MULTIDISCIPLINARIA DE OCCIDENTE EN EL
AÑO 2022

PARA OPTAR AL GRADO DE
MAESTRO(A) EN PROFESIONALIZACIÓN DE LA DOCENCIA SUPERIOR

PRESENTADO POR
LICENCIADO JUAN CARLOS PÉREZ CASTILLO
LICENCIADA SANDRA EDUVIGES TOLEDO LÓPEZ

DOCENTE ASESORA
MAESTRA SARA MARCELA VÁSQUEZ NÚÑEZ

FEBRERO, 2024
SANTA ANA, EL SALVADOR, CENTROAMÉRICA

UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR
AUTORIDADES



ING. JUAN ROSA QUINTANILLA QUINTANILLA
RECTOR

DRA. EVELYN BEATRIZ FARFÁN MATA
VICERRECTORA ACADÉMICA

M.Sc. ROGER ARMANDO ARIAS ALVARADO
VICERRECTOR ADMINISTRATIVO

LICDO. PEDRO ROSALÍO ESCOBAR CASTANEDA
SECRETARIO GENERAL

LICDA. ANA RUTH AVELAR VALLADARES
DEFENSORA DE LOS DERECHOS UNIVERSITARIOS

LICDO. CARLOS AMILCAR SERRANO RIVERA
FISCAL GENERAL

FACULTAD MULTIDISCIPLINARIA DE OCCIDENTE
AUTORIDADES



M.Ed. ROBERTO CARLOS SIGÜENZA CAMPOS
DECANO

DR. JOSÉ GUILLERMO GARCÍA ACOSTA
VICEDECANO

LICDO. JAIME ERNESTO SERMEÑO DE LA PEÑA
SECRETARIO

M.Sc. MARTA RAQUEL QUEVEDO CIERRA
DIRECTORA DE ESCUELA DE POSGRADO

ÍNDICE

Introducción	viii
Capítulo I: Planteamiento del problema	10
1.1 Situación problemática.....	10
1.2 Delimitación de la investigación.....	11
1.3 Enunciado de la investigación.....	11
1.4 Preguntas de investigación.....	11
1.5 Objetivos de la investigación.....	12
1.5.1 Objetivo General.....	12
1.5.2 Objetivos específicos.....	12
1.6 Justificación de la investigación.....	12
1.7 Alcance y Limitaciones.....	13
1.7.1 Alcances.....	13
1.7.2 Limitaciones.....	14
Capítulo II: Marco teórico	15
2.1 Antecedentes de la investigación.....	15
2.2 Teorías y conceptos básicos.....	17
2.2.1 Geometría.....	18
2.2.2 El modelo de Van Hiele.....	18
2.2.3 Didáctica de la geometría.....	20
2.2.4 Software GeoGebra.....	23
2.2.5 Influencia conjunta del uso de GeoGebra y lápiz y papel.....	29
2.2.6 Beneficios al usar GeoGebra.....	33
2.3 Marco Jurídico.....	34
2.3.1 Formación del profesorado en matemática.....	34
2.4 Contextualización.....	34
Capítulo III: Diseño metodológico	37
3.1 Enfoque de la investigación.....	37
3.2 Método.....	37
3.3 Tipo de estudio.....	37
3.3.1 Tratamiento de las variables.....	37
3.3.3 Diseño de recolección.....	38

3.3.4 Contexto de búsqueda de la información.	38
3.4 Población y muestra	38
3.4.1 Población	38
3.4.2 Muestra	39
3.5 Técnicas e instrumentos de recolección de información.....	39
3.6 Hipótesis o supuestos de investigación	40
3.6.1 Hipótesis general	40
3.6.2 Hipótesis específicas.....	40
3.6.3 Hipótesis nulas.....	40
3.7 Operacionalización de hipótesis en variables.....	41
3.8 Modelo estadístico.....	44
3.9 Consideraciones éticas.	45
Capítulo IV: Análisis e interpretación de resultados.....	47
4.1 Análisis de datos.....	47
4.1.1 Categorías de los estudiantes	47
4.1.2 Categorías de los Docentes.....	52
4.2 Verificación de hipótesis	54
4.2.1 Hipótesis específica 1	55
4.2.2 Hipótesis específica 2	55
4.2.3 Hipótesis específica 3	56
Capítulo V: Conclusiones y recomendaciones	58
5.1 Conclusiones	58
5.2 Recomendaciones.....	59
Referencias	60
Anexos	63

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Matriz de delimitación del problema	11
Tabla 2. Grados de instrumentación.....	30
Tabla 3. Grados de instrumentalización.....	30
Tabla 4. Especificación de la población-sujetos de estudio	38
Tabla 5. Operacionalización de las variables para la hipótesis de investigación 1	41
Tabla 6. Operacionalización de las variables para la hipótesis de investigación 2.....	42
Tabla 7. Operacionalización de las variables para la hipótesis de investigación 3.....	43
Tabla 8. Relación de ítems para cálculo de proporción de uso de GeoGebra.....	44
Tabla 9. Relación para cálculo de proporción de beneficios por el uso de GeoGebra	45
Tabla 10. Relación para cálculo de proporción de limitantes en el uso de GeoGebra.....	45
Tabla 11. Utilización de GeoGebra en construcción de polígonos	47
Tabla 12. Utilización de representación gráfica para visualizar características.....	47
Tabla 13. Implementación de GeoGebra en comprobación de resultados de problemas	48
Tabla 14. Uso de geogebra en la construcción de figuras para tareas ex-aulas	49
Tabla 15. Verifica teoremas mediante construcciones en GeoGebra	49
Tabla 16. Acceso al centro de cómputo a los estudiantes	50
Tabla 17. Disposición de computadora o laptop	51
Tabla 18. Disposición de celular o Tablet que permita ejecutar GeoGebra.....	51
Tabla 19. Capacitación en GeoGebra.....	52
Tabla 20. Respuestas de docentes en implementación de GeoGebra	52
Tabla 21. Respuestas de docentes en limitantes materiales y/o cognitivas.....	54
Tabla 22. Cálculo de proporción de uso de GeoGebra	55
Tabla 23. Cálculo de proporción de beneficios por el uso de GeoGebra.....	56
Tabla 24. Cálculo de proporción de limitantes en el uso de GeoGebra.....	56

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Pantalla principal de GeoGebra.	25
Figura 2. Malla curricular de profesorado en matemática	35
Figura 3. Utilización de GeoGebra en construcción de polígonos por parte de los estudiantes del primer año del profesorado en matemática ciclo 2-2022	47
Figura 4. Utilización de representación gráfica para visualizar características por parte de los estudiantes del primer año del profesorado en matemática ciclo 2-2022.	48
Figura 5. Implementación de GeoGebra en comprobación de resultados de problemas	48
Figura 6. Uso de GeoGebra en la construcción de figuras para tareas ex-aulas	49
Figura 7. Verificación de teoremas mediante construcciones en GeoGebra	50
Figura 8. Acceso al centro de cómputo a los estudiantes.	50
Figura 9. Disposición de computadora o laptop.	51
Figura 10. Disposición de celular o Tablet que permita ejecutar GeoGebra	51
Figura 11. Capacitación en GeoGebra	52
Figura 12 implementación de GeoGebra por parte de los docentes.	53
Figura 13. Limitantes materiales y/o cognitivas por parte de los docentes	54

Introducción

La enseñanza de la Geometría presenta retos en su abordaje tanto teórico como práctico en la construcción de figuras al usar los instrumentos habituales, así como al utilizar un software que permita facilitar las construcciones de figuras y de esta manera evaluar si, es factible dicha implementación.

La Universidad de El Salvador sigue los parámetros que el Ministerio de Educación Ciencia y Tecnología (MINEDUCYT) implementó en el profesorado en Matemática, al incorporar la asignatura de Geometría, debido a que es un área de la matemática que se enseña desde los primeros niveles de estudio en educación básica y media. Por ello, la investigación se centra, en los beneficios que se pueden obtener al implementar un software que permita la construcción de figuras geométricas, específicamente el software denominado “GeoGebra”, y a su vez evaluar en qué medida GeoGebra es implementado y las posibles limitantes que se pueden presentar al momento de uso.

La investigación consta de cinco capítulos, el primero se denomina **planteamiento del problema** en el cual se desarrolla la problemática de investigación en él se plantea como realizar la construcción de figuras implementando los instrumentos habituales, y la importancia de considerar otras opciones, como la implementación de un software. Así también este capítulo detalla los objetivos de la investigación, la justificación, los alcances y las limitaciones.

El capítulo dos **marco teórico**, detalla estudios sobre la enseñanza de la geometría, la cual siempre está en la búsqueda de nuevas formas de enseñanza, también se destaca que en el transcurso del tiempo han surgido diferentes programas de geometría dinámica sin embargo algunos de estos no son de uso libre (gratis) por lo que se inclina a la elección de GeoGebra, además se detallan todas sus funcionalidades y actualizaciones, de igual manera se muestran investigaciones que apoyan la implementación del software y a su vez se describen algunas limitaciones que pueden tener a nivel docente y alumno al momento del uso del software.

El capítulo tres, **marco metodológico** describe el enfoque de investigación, método y tipo de investigación, además especifica la población y la muestra de estudio, por último, detalla la técnica y los instrumentos de investigación, así como el planteamiento de las hipótesis de estudio.

El capítulo cuatro **análisis de resultado** muestra los resultados obtenidos en gráficos de barras por las diferentes categorías, así como las respectivas pruebas de hipótesis que permiten contrastar las variables de estudio y así poder comprobar si dichas hipótesis son aceptadas o rechazadas.

El capítulo cinco **conclusiones y recomendaciones** detalla el producto resultante de la investigación. Se realizan conclusiones asociadas a los objetivos de la investigación y además se plantean recomendaciones tanto para el sector docente que imparte la asignatura de geometría así como para los estudiantes que cursan dicha asignatura.

Capítulo I: Planteamiento del problema

1.1 Situación problemática

En la enseñanza de la matemática existen ciertos planteamientos, para usar la tecnología a favor del aprendizaje, en cuanto al área de Geometría, cabe señalar que no es la excepción. En la enseñanza de la Geometría se estudian diversos teoremas correspondientes a la asignatura, los cuales mediante el uso de instrumentos como: reglas, escuadras y compás complica en cierta medida su comprobación. Según Iranzo y otros (2009) consideran una posible relación entre la resolución de problemas de geometría usando lápiz y papel y el uso de GeoGebra.

Para Gutiérrez (2005) las herramientas informáticas se están usando con mayor frecuencia en la enseñanza de la matemática en los diferentes niveles educativos, por ende, la ayuda de un software de geometría dinámica podría generar ventaja sobre los diferentes materiales didácticos tradicionales. En las enseñanzas tradicionales se pueden mencionar el dibujar una figura geométrica utilizando regla y compás para luego describir las características y verificar mediante los mismos instrumentos la relación existente en sus medidas.

Alaminos (2009) indica que las matemáticas nacen por las propias necesidades de la vida cotidiana, por ello, es necesario que el trabajo en las aulas este enfocado a la vida real de los estudiantes, en este caso los futuros profesores de matemática deben prepararse para garantizar el éxito de cada materia dentro de las aulas en el sistema educativo del país.

Según el programa del MINEDUCYT (2018) en el sistema educativo Salvadoreño se abordan diversas unidades de geometría en el transcurso de tercer ciclo, que consolidan un bloque de estudio de matemática, por lo que el usar GeoGebra en la enseñanza de la geometría se vuelve una opción, sin embargo, el uso de dicho software cabe destacar que no es una exigencia y existen ciertas dudas si el uso del mismo incide significativamente en la enseñanza y el aprendizaje en los futuros profesores que además de recibir Geometría como asignatura de su pensum, posteriormente desarrollaran el bloque de estudio que demanda el sistema de educación.

1.2 Delimitación de la investigación

Tabla 1. Matriz de delimitación del problema

Dimensión	Especificación
Temporal	De agosto 2022 a febrero 2023
Espacial	Facultad Multidisciplinaria de Occidente de la Universidad de El Salvador de la Ciudad de Santa Ana. Ubicación: Final Avenida Fray Felipe de Jesús Moraga Sur (al sur del estadio Oscar Quiteño).
Teórica	La investigación se vincula a conceptos planteados por Nuria Iranzo y Josep Fortuny (2009) referido a la comparación que hace el estudiante sobre trabajar con ambos medios, tanto papel y lápiz como mediante el uso del Software. A su vez vinculado a las reflexiones sobre la enseñanza de la geometría planteadas por Gamboa y Ballesterro (2009), destacando el cambio de la enseñanza tradicional de geometría.
Poblacional	Docentes y estudiantes del primer año del profesorado en matemática.

1.3 Enunciado de la investigación

¿Cuál es la incidencia del uso de GeoGebra en la enseñanza y aprendizaje de la geometría en los estudiantes de primer año que cursan el profesorado en matemática de la Facultad Multidisciplinaria de Occidente?

1.4 Preguntas de investigación

- ¿Los docentes del departamento de matemática utilizan GeoGebra en la enseñanza de la Geometría?
- ¿Qué beneficios obtienen los estudiantes del primer año del profesorado en matemática al utilizar GeoGebra en el aprendizaje de Geometría?
- ¿Qué limitantes se presentan por parte del cuerpo docente y estudiantil al utilizar GeoGebra en la enseñanza y aprendizaje de la geometría?

1.5 Objetivos de la investigación

1.5.1 Objetivo General

Analizar la incidencia del uso de GeoGebra en la enseñanza y aprendizaje de la Geometría en los estudiantes de primer año del profesorado en matemática.

1.5.2 Objetivos específicos.

- Determinar si los docentes del departamento de matemática, implementan GeoGebra en la enseñanza de la Geometría con los estudiantes del profesorado en matemática.
- Conocer los beneficios que los estudiantes del profesorado en matemática obtienen al utilizar GeoGebra en el aprendizaje de la Geometría
- Identificar las limitantes del cuerpo docente y estudiantil al utilizar GeoGebra en la enseñanza y aprendizaje de la Geometría

1.6 Justificación de la investigación

Al analizar la manera en la que se desarrolla el proceso de enseñanza de la Geometría, cabe mencionar que se utilizan instrumentos como: reglas, transportador y compás además, del uso de lápiz y papel, sin embargo existen softwares de Geometría que pueden facilitar la construcción de las figuras Geométricas , el software de GeoGebra (GGB) ha sido seleccionado porque es de código abierto especificado por Hohenwarter y Preiner (2007) además de ser intuitivo y no requerir técnicas de uso avanzado para la creación de figuras geométricas tal como lo señala Iranzo y Fortuny (2009).

Los estudiantes del profesorado en matemática cursan dos asignaturas de Geometría en su primer año de estudio según el plan que entró en vigencia en el ciclo I-2013 (MINED, 2012), en los cuales se enseñan diversos teoremas relacionados a la Geometría plana y del espacio, haciendo énfasis en que permite a los docentes en formación sistematizar las relaciones entre los diferentes conceptos, axiomas y teoremas de esta rama de la matemática. Este plan de estudio es el que se desarrolla en la Universidad de El Salvador, Facultad Multidisciplinaria de Occidente, en la formación del profesorado en matemática para tercer ciclo de Educación Básica y Educación Media.

Los docentes especialistas que imparten la materia de Geometría aplican diversas metodologías que permiten el desarrollo adecuado de la asignatura, sin embargo, debido a la libertad de cátedra, ellos pueden optar por hacer uso de un software o prescindir de ello para la enseñanza de la geometría.

Debido a lo anterior, es necesario realizar la investigación para determinar si el uso de GGB para la enseñanza y el aprendizaje de Geometría, incentiva a docentes y estudiantes a la adquisición de nuevos aprendizajes de la asignatura, y analizar la incidencia que tiene en la adquisición de aprendizajes significativos y a su vez constatar si los docentes deben considerar el uso del software en su metodología de la enseñanza en Geometría.

Independientemente si el docente utilice o no GGB, se pretende conocer los beneficios que obtiene el estudiante del profesorado al hacer uso del software, así como las limitantes que puedan existir en el cuerpo docente y estudiantil en la implementación de GGB en la enseñanza y aprendizaje de Geometría para que a dichas limitantes se le asigne soluciones viables de parte del departamento de matemática y las autoridades universitarias correspondientes con el fin de mejorar el aprendizaje y la enseñanza de la Geometría.

1.7 Alcance y Limitaciones

1.7.1 Alcances

- La investigación está centrada en los estudiantes de primer año debido a que recientemente han cursado Geometría I en el ciclo-I del presente año y están actualmente cursando Geometría 2 en el ciclo-II.
- Se pretende conocer los beneficios que puede obtener el estudiante del profesorado al implementar GGB en la enseñanza y el aprendizaje de Geometría.
- Con base a los resultados puede considerarse el uso del software en la metodología de la enseñanza de la geometría.

1.7.2 Limitaciones

- El tiempo asignado al estudio se ve afectado por la jornada laboral de los investigadores.
- Se debe evitar la interrupción de la jornada de clases de los estudiantes, por ende, el acceso a los estudiantes puede diferir del 100%.
- Debido a la modalidad actual de la universidad los estudiantes no asisten los 5 días hábiles, por lo que se debe consultar al departamento de matemática los días en que se hacen presente los estudiantes de primer año del profesorado.

Capítulo II: Marco teórico

2.1 Antecedentes de la investigación

Estudios sobre la enseñanza de la geometría han determinado que en la actualidad se debe buscar nuevas formas de enseñanza, debido a que se pueden emplear diferentes dispositivos como: tablets, teléfonos inteligentes e incluso pizarras digitales. Diversos estudios tanto a nivel nacional como internacional apuntan a una enseñanza de la geometría mediante el uso de las nuevas tecnologías de la información y comunicación.

Gutiérrez y Rodríguez (2005) realizó una investigación en España referente al uso de software de geometría dinámica el cual se tituló “Aspectos metodológicos de la investigación sobre aprendizaje de la demostración mediante exploraciones con software de Geometría dinámica” en la que plantea que, “las herramientas informáticas se están usando en la enseñanza de todas las áreas de las matemáticas en los diferentes niveles educativos” (Gutiérrez & Rodríguez, 2005, p. 3) aclara que el uso de software para la enseñanza de la geometría se generalizó en la década de los 80 y que a partir desde ese entonces se procedió a investigar sobre uso de software de geometría dinámica, sin embargo por los pocos avances tecnológicos de esa época el acceso a ellos fue limitado.

Es importante mencionar que Rodríguez no utilizó GGB en su investigación debido a que para la fecha de investigación el programa de geometría dinámica de mayor implantación en España era Cabrí (software de geometría dinámico presentado por primera vez en 1998), sin embargo, en la actualidad GGB tiene gran popularidad en comparación a Cabrí.

Entre las investigaciones realizadas en el ámbito nacional se tiene el estudio de Barrera et. al (2015) titulado “aplicación de recursos tecnológicos para la enseñanza de geometría en tercer ciclo de educación básica, en el distrito 01-02 del área urbana del departamento de Ahuachapán, en el año 2015” cuyo trabajo se desarrolló con un enfoque mixto (cualitativo y cuantitativo), se obtuvo entre los resultados que al menos 50% de los docentes del distrito consideran haber recibido capacitaciones referentes a programas informáticos para la enseñanza de la matemática.

Barrera et. al (2015, pág. 86) tomando en cuenta los resultados infiere en lo siguiente “tener la formación necesaria para el empleo de las TIC es importante, porque se pueden tener los recursos, pero no se puede hacer uso de una herramienta cuando el docente la desconoce” haciendo alusión a que, contar con los instrumentos tecnológicos es necesario, sin embargo, también es importante que los docentes puedan hacer uso de ellos de manera correcta en la enseñanza de la matemática. Además, en sus conclusiones destacan lo siguiente: “Hay una variedad de softwares matemáticos de los cuales el docente puede implementar como herramienta didáctica en la mejora del proceso educativo, pero llama la atención el programa GeoGebra, porque es un programa gratuito de uso libre” (pág. 103)

Díaz et al. (2018) comparten la idea de Barrera et al (2015) en su estudio titulado “Enseñanza de la geometría con el software GeoGebra en estudiantes secundarios de una institución educativa en Lima”, en la cual mencionan la formación que los docentes en servicio reciben al respecto y que esto acota la implementación de softwares educativos, volviéndose una limitante en la enseñanza, independientemente si la currícula de su formación sea abundante en teorías pedagógicas y didácticas. Además, Díaz et al (2018, pág. 220) interpretando a Korenova (2017) agregan que el empleo de tecnologías como los nuevos instrumentos tecnológicos facilitan los aprendizajes en campos específicos, tienen una presencia creciente en la enseñanza escolar de las matemáticas en niños y jóvenes de la era digital.

Rodríguez (2020) en su estudio denominado “Inclusión del software GeoGebra en clases de Matemática” coincide con la idea de Korenova (2017) que la sociedad es cambiante y repunta un avance con respecto a la tecnología, por ende, la inclusión de esta en la enseñanza de la matemática se vuelve un apoyo significativo, porque los docentes pueden usarla como medio de “auxilio”. Con respecto al uso que le dan los docentes a la tecnología al finalizar su estudio Rodríguez (2020), alude que “las incluyen como herramientas a partir de propuestas didácticas constructivistas, en cierto sentido como herramientas sociales (Vygotsky), al considerarlas como parte de la construcción del mismo conocimiento; donde el estudiante puede probar, visualizar, interpretar, deducir y construir su propio aprendizaje”.

A nivel nacional se han realizado otras investigaciones con respecto al uso de GeoGebra, aunque no se centran en el uso del software a nivel de formación del profesorado.

Diferentes estudios ejecutados en la Facultad Multidisciplinaria de Occidente específicamente en el departamento de planes especiales han abordado el uso de tecnologías tanto en Geometría como en Matemática en general, centradas a nivel de segundo y tercer ciclo de educación básica, en las cuales se destaca el estudio de Alvanez et al (2019) su estudio está basado en el uso que se le da a GeoGebra en la enseñanza de la geometría en los estudiantes de quinto grado.

Las herramientas digitales en el siglo XXI se consideran indispensables, sin embargo, Alvanez (2019), en las conclusiones de estudio sobre el uso de GeoGebra expresan que docentes involucrados en la investigación muestran cierto grado de interés a la aplicabilidad que este software tiene en la asignatura y específicamente en los temas de geometría; cabe mencionar que los docentes, a pesar de tener un cierto interés en la utilización del software, no buscan la forma de avanzar e interactuar de una manera más dinámica con él.

Estos estudios dejan en evidencia algo importante que se manifiesta en el uso de los diferentes softwares por parte de los docentes que imparten la asignatura de matemática, lo que implica el cuestionamiento sobre la implementación de la tecnología y su grado de significatividad en el proceso enseñanza de la asignatura o si el aprendizaje que los estudiantes adquieren por métodos tradicionales se puede considerar en cierto grado congruente a lo que se espera que ellos logren adquirir de conocimiento con respecto a los contenidos referentes a geometría.

2.2 Teorías y conceptos básicos

La enseñanza de la geometría en términos didácticos se expresa en los niveles de Van Hiele, en la evolución del razonamiento del estudiante y la adquisición de conocimientos geométricos en los distintos niveles educativos. Alcaide (2016) considera que la geometría se basa en la manipulación, experimentación e investigación con diferentes materiales, sin embargo, es un área que tradicionalmente se explica alejada de la realidad y para que el estudiante vea el proceso enseñanza aprendizaje de una forma atractiva y motivadora, se debe pensar más allá de la enseñanza clásica.

2.2.1 Geometría.

Según Pinasco (2009) la geometría es una de las ramas más antiguas de la matemática. Fue la primera en desarrollarse como un cuerpo teórico ordenado, con axiomas, teoremas, y demostraciones. Pinasco menciona en su libro “Las geometrías” que la propia geometría desarrolló sus propias ramas, y por ese motivo es difícil hablar hoy de una única geometría.

La Real Academia Española RAE (2021) define la geometría como el estudio de las propiedades y de las magnitudes de las figuras en el plano o en el espacio. Además, la desglosa en Geometría del espacio, Geometría descriptiva, Geometría plana y Geometría proyectiva.

2.2.2 El modelo de Van Hiele

Vargas y Gamboa (2013) consideran que la geometría despierta en el estudiante habilidades que son de utilidad en otras áreas de la matemática y lo prepara para entender el mundo que lo rodea, en matemática hay muchas aplicaciones que tienen una relación con el componente geométrico, debido a esto es necesario que el docente explore las diversas maneras de obtener provecho de la riqueza que posee la geometría.

Según el grado que el estudiante esté cursando, así será el desarrollo del pensamiento geométrico que este posea, por esta razón es considerable que en la enseñanza de la geometría se tome en cuenta los niveles de Van Hiele, dicho modelo explica cómo se produce la evolución del razonamiento geométrico en los estudiantes, dividiéndolo en 5 niveles.

Los 5 niveles de Van Hiele descritos por Vargas y Gamboa (2013) son los siguientes:

Nivel 1: Reconocimiento o visualización

En este nivel el estudiante reconoce las figuras geométricas por su forma como un todo, no diferencia partes ni componentes de la figura. Puede, sin embargo, producir una copia de cada figura particular o reconocerla. No es capaz de reconocer o explicar las propiedades determinantes de las figuras, las descripciones son principalmente visuales y las compara con elementos familiares de su entorno. No hay un lenguaje geométrico básico para referirse a figuras geométricas por su nombre.

Nivel 2: Análisis

A partir del segundo nivel el estudiante puede reconocer y analizar las partes y propiedades particulares de las figuras geométricas a través de ellas, pero no le es posible establecer relaciones o clasificaciones entre propiedades de distintas familias de figuras. Establece las propiedades de las figuras de forma empírica, a través de la experimentación y manipulación.

Nivel 3: Deducción informal u orden

El estudiante determina las figuras por sus propiedades y reconoce cómo unas propiedades se derivan de otras, construye interrelaciones en las figuras y entre familias de ellas. Establece las condiciones necesarias y suficientes que deben cumplir las figuras geométricas, por lo que las definiciones adquieren significado, sin embargo, su razonamiento lógico sigue basado en la manipulación. Sigue demostraciones, pero no es capaz de entenderlas en su totalidad, por lo que no le es posible organizar una secuencia de razonamientos lógicos que justifique sus observaciones. Al no poder realizar razonamientos lógicos formales ni sentir su necesidad, el individuo no comprende el sistema axiomático de las matemáticas. El individuo ubicado en el nivel 2 no era capaz de entender que unas propiedades se deducen de otras, lo cual sí es posible alcanzar en el nivel 3. Ahora se puede entender, por ejemplo, que en un cuadrilátero la congruencia entre ángulos opuestos implica el paralelismo de los lados opuestos.

Nivel 4: Deducción

En este nivel el estudiante realiza deducciones y demostraciones lógicas y formales, al reconocer su necesidad para justificar las proposiciones planteadas; comprende y maneja las relaciones entre propiedades y formaliza en sistemas axiomáticos, por lo que entiende la naturaleza axiomática de las matemáticas. Comprende cómo se puede llegar a los mismos resultados partiendo de proposiciones o premisas distintas, lo que le permite entender que se puedan realizar distintas demostraciones para obtener un mismo resultado. Es claro que, adquirido este nivel, al tener un alto grado de razonamiento lógico, se obtiene una visión globalizadora de las matemáticas, el individuo puede desarrollar secuencias de proposiciones

para deducir una propiedad de otra, percibe la posibilidad de una prueba, sin embargo, no reconoce la necesidad del rigor en los razonamientos.

Nivel 5: Rigor

El estudiante está capacitado para analizar el grado de rigor de varios sistemas deductivos y compararlos entre sí. Puede apreciar la consistencia, independencia y completitud de los axiomas de los fundamentos de la geometría, capta la geometría en forma abstracta.

Los niveles de Van Hiele destacan que no son específicos de un grado, sin embargo, Fortuny y Pérez (1997) y Gutiérrez y Jaime (1991) afirman que el quinto nivel, denominado de rigor es alcanzado sólo en estudiantes de educación superior debido a la capacidad y preparación en geometría. Además, es importante mencionar que los niveles poseen una secuencia por lo que el estudiante no puede llegar a un nivel superior sin antes haber pasado por los niveles inferiores inmediatos.

La teoría de los niveles de Van Hiele permite considerar criterios con los que el estudiante es evaluado, además de inculcar abandonar la enseñanza tradicional y su forma de evaluación simplista, propone que se utilicen instrumentos acordes a evaluar el avance en los diferentes niveles de razonamiento en geometría.

2.2.3 Didáctica de la geometría.

Cada una de las diferentes áreas de la matemática requieren una manera peculiar para su enseñanza, en el caso de la geometría no es una excepción, es por ello, que se deben considerar diversas maneras de enseñanza de la geometría desde el uso de instrumentos como lápiz y reglas hasta el uso de herramientas tecnológicas, además se debe mencionar la importancia que la enseñanza de la geometría implica en la formación de los estudiantes en todo nivel de educación.

Gamboa y Ballesterro (2009) en sus reflexiones didácticas sobre la didáctica de la geometría, hacen mención de la importancia de agregar Geometría como materia en el currículum escolar, señalando que todo ciudadano debe tener una formación básica en geometría, que le sirva para modelar, crear o resolver problemas de la vida real. Estos autores también destacan que la geometría en su enseñanza tradicional se enfatiza en el desarrollo de

cálculo de áreas, volúmenes, teoremas y así como diversas construcciones de manera mecánica.

La enseñanza de la geometría por ser incluida en la asignatura de matemática se va desplazando comúnmente al final del año escolar, Gambo y Ballester (2009) detallan que esto se debe a que los docentes que imparten matemática priorizan la enseñanza de otras áreas forzando a que en ciertos casos se omitan temas o se desarrollen sólo de manera superficial. La enseñanza de la geometría en un enfoque tradicional provoca que se vea como una disciplina difícil y poco útil para la mayoría de estudiantes.

Almeida (2002) en su tesis doctoral titulada “Desarrollo profesional docente en geometría” reconoce la importancia de la enseñanza de la geometría y detalla los rasgos importantes a considerar en la enseñanza de esta disciplina en los tres ciclos de educación primaria los cuales fueron tomados de Fiol (1996), aclarando que los tres ciclos de educación a los que se refiere Almeida, en el contexto salvadoreño son congruentes con los tres ciclos de educación básica.

Los tres rasgos importantes son los siguientes:

1. Componentes básicos e interrelacionados son cuatro: figura o forma, espacio o fondo, tamaño o medida y transformación o cambio.
2. El espacio es el modelo a utilizar en la educación infantil y en la educación primaria. En términos generales, se puede decir que el énfasis en el estudio de las configuraciones, acciones, movimientos y en general en las experiencias que los alumnos de 3 a 12 años poseen del espacio perceptivo del cual forman parte y están sumergidos (objetos y movimientos).
3. El tipo de geometría que se postula tan cercana al mundo del alumno no puede estar separada de las otras materias, ni de las diversas situaciones inicialmente no descritas como puede ser geometría que se viven en el trabajo diario de la escuela. Así que hay que relacionar la geometría con el arte, la ciencia, la educación corporal, la danza, la música, etc.

A medida que se enseña un contenido de matemática con frecuencia se puede pensar en cuál es la importancia del mismo, debido a esto Gamboa y Ballester (2009) señalan que

surgen inconsistencias en el quehacer docente, que se condicionan bajo el cuestionamiento de las siguientes interrogantes ¿Cuál es la importancia de la geometría? ¿Cuál es la percepción que tanto el docente como el estudiante tiene sobre la geometría? ¿Cómo aprenden geometría las personas? ¿Cuál sería una propuesta curricular que atienda a las necesidades propias de la enseñanza y el aprendizaje de la geometría?, al hacer una reflexión sobre las interrogantes planteadas anteriormente se llega al escenario de que puede no existir una claridad en la respuesta de las mismas.

Goncalves (2006, como se citó en Gamboa y Balletero, 2009, pág., 118) hace una crítica a la enseñanza habitual de la geometría, mencionando que la reducen a simplemente reconocer figuras y dibujarlas en papel, además que no ejemplifican en la vida cotidiana, por lo que la enseñanza tradicional de la geometría no produce un aprendizaje significativo de los contenidos relacionados a la disciplina.

El desconocimiento de la importancia de la disciplina provoca un camino ambiguo en el aprendizaje de los estudiantes, debido a que el docente hace mención a la importancia, sin embargo, el proceso educativo en el que se encuentran no les permite visualizar dicha importancia, este con el tiempo repercute a ver con poco ánimo el aprendizaje de la geometría. (Báez e iglesias, 2007, cómo se citó en Gamboa y Balletero, 2009, pág. 119)

En el proceso enseñanza y aprendizaje es importante considerar lo que los estudiantes piensan de dicho proceso, debido a que en ciertas situaciones se ven obligados a memorizar (mayormente a corto plazo) demostraciones, o simplemente aprender de manera mecánica un ejercicio similar para guiarse en la resolución de otro. Debido a esto Barrantes y Blanco (2005) describen en su investigación algunas concepciones que los estudiantes tienen con respecto a la geometría, su enseñanza y aprendizaje los cuales se mencionan algunas a continuación:

- La finalidad de la geometría es simplemente adquirir conocimiento por cultura general.
- En geometría lo más importante es la medida y esto va incluido en la parte numérica, por lo que lo importante en matemática son los números y no la geometría en sí.
- La geometría plana es más fácil que la geometría espacial.

- La construcción de figuras es lo único que se considera motivante, lo demás requiere enseñanza igual a las otras áreas de la matemática.
- Las actividades geométricas son sólo extraídas del libro de texto y se centran en el estudio de elementos de las figuras.
- Conciben la enseñanza y el aprendizaje de geometría como la relación de explicación y práctica.
- Consideran que la evaluación debe ser como ejercicios vistos en clase, que solo se le deben cambiar los datos (medidas) y sobre todo deben ser prácticos, son pocos los que consideran importante evaluar la teoría de manera escrita.

La enseñanza de la geometría a pesar de métodos, recursos y materiales, que van surgiendo, tiende a verse sin cambios, debido a esto existe un cuestionamiento de cómo se forman los profesores en esta disciplina. Según Barrantes y Blanco:

Se considera hacer una reflexión crítica sobre el trabajo en los centros de formación de profesores que posibilite una influencia en la realidad escolar del nuevo enfoque que sobre la geometría escolar se viene proponiendo en las propuestas curriculares desde hace ya algunos años (Barrantes y blanco ,2005, pág. 248)

2.2.4 Software GeoGebra.

2.2.4.1 Inicios de GeoGebra

GeoGebra es un software matemático dinámico para todos los niveles educativos que reúne geometría, álgebra, hojas de cálculo, gráficas, estadísticas y cálculo en un solo motor. GGB fue desarrollado por Markus Hohenwarter en el marco de su trabajo de tesis de Maestría en el 2001 y presentado en el año 2002 en la Universidad de Salzburgo, Austria.

Hohenwarter es Magíster en Educación Matemática, Magíster en Ciencias Aplicadas de la Computación, docente para la enseñanza de la Ciencia de la Computación en las Escuelas Secundarias y Doctor en Educación Matemática, desde el año 2002 hasta la actualidad trabaja en la Enseñanza de Matemática en la Universidad de Salzburgo, realizó pasantías y trabajó como profesor visitante en muchas universidades del mundo.

2.2.4.2 Avances del Software GGB

GGB está disponible en múltiples plataformas como Microsoft Windows, Apple, Linux y Android, se puede descargar en la página web <https://www.geogebra.org/> también en este sitio web se ofrecen recursos para el aula, así como poder pertenecer a la comunidad GeoGebra.

Desde su creación hasta la fecha actual GGB ha ido evolucionando, creando nuevas versiones y aumentando su compatibilidad con los diversos dispositivos digitales que van surgiendo. Abánades et al (2009) no lo considera un software en su totalidad libre, debido a que el paquete de idiomas requiere de licencia, sin embargo, aclara que el motor que realiza los cálculos si es de software libre.

Entre sus versiones desde sus inicios están:

- Versión 1.0 (febrero 2002) esta versión fue la básica que contaba solo con los objetos: punto, vector, recta, ángulo, número y sección cónica. Además de estar disponible en dos idiomas; inglés y alemán.
- Versión 2.0 (enero 2004) se incorporaron las funciones en una variable, así como graficación de funciones, derivadas, integrales y tangentes en un punto, como algo extra también se agregó la exportación de gráficos en formato de imagen, y exportación de archivos en el formato “.ggb” que es un formato propio del software.
- Versión 3.0 (marzo 2008) se agregaron nuevas funciones destacables como área, perímetro, longitud, pendiente, así como operaciones binarias y la inserción de texto y fórmulas en LaTeX. En ese momento GGB ya contaba con 39 idiomas en los que se incluía el español.
- Versión 3.2 (junio 2009) se incorpora la vista de hoja de cálculo, en cuanto a las herramientas se agrega el compás, comandos de funciones estadísticas con sus gráficos, matrices y números complejos, así como capas y colores dinámicos, contando con 45 idiomas.

- Versión 4.0 (octubre 2011) en esta versión se adhiere el requerimiento de java y se incorporan nuevas herramientas como análisis de datos, cálculo de probabilidades, inspección de funciones, polígonos rígidos, además de las funciones de desigualdades, ecuaciones implícitas y funciones de varias variables, en esta versión se cuenta con 50 idiomas.
- Versión 5.0 (julio 2016) y 6.0 (2021) son las últimas que se encuentran en uso y estas incorporan una visión en 3D, su uso es tanto a nivel básico como superior debido a todas las nuevas incorporaciones, siendo compatible con la mayoría de dispositivos que se cuentan en la actualidad.

Estas versiones también son descritas en Alvanez et al (2019) sin embargo en su estudio la versión 6.0 aún no había sido lanzada.

2.2.4.3 Herramientas de GGB

Borbón (2010) en su manual de GeoGebra menciona que “lo más común es utilizar la barra de herramientas”, también que cada uno de los botones (iconos) que se presentan en la ventana principal están agrupados en herramientas con usos comunes y que al utilizar una de las herramientas, ésta queda seleccionada para su uso continuo.

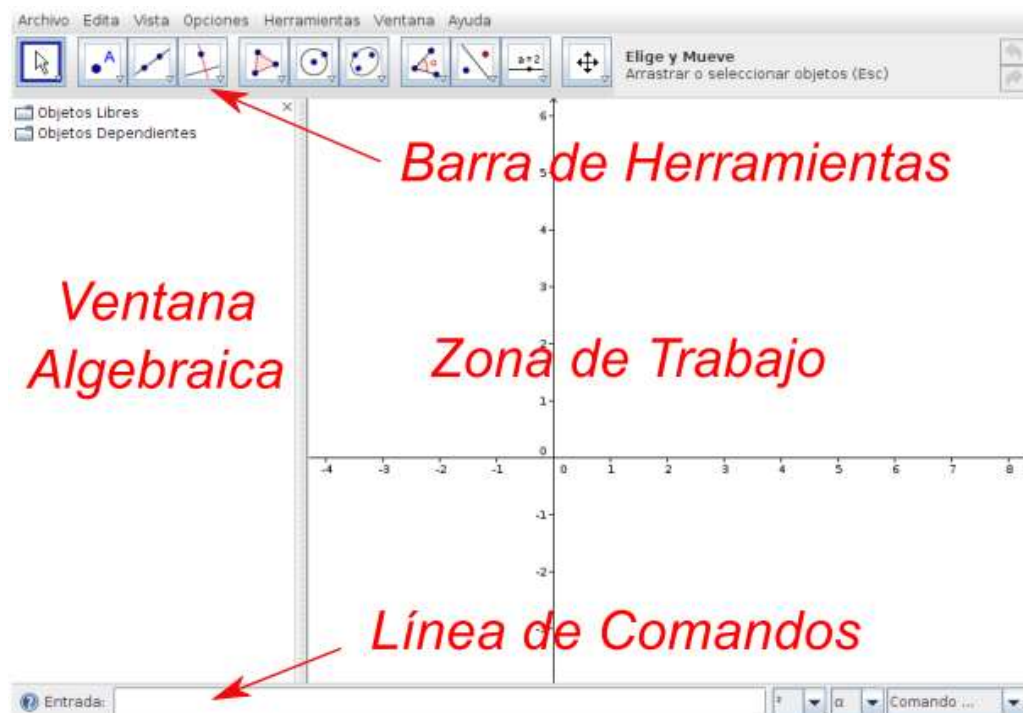













Figura 1. Pantalla principal de GeoGebra. (Borbón, 2010)

Además, Borbón (2010) en el manual de GeoGebra describe los diferentes botones que aíslan las múltiples herramientas que se pueden utilizar en GeoGebra, estas se presentan a continuación:

-  Se nombra “mueve”, en este se encuentran las herramientas de flecha que permiten mover elementos, rotarlos o registrar valores en la hoja de cálculo.
-  Se nombra “punto”, aquí se construyen todo lo que tiene que ver con puntos: puntos libres, puntos de intersección y puntos medios.
-  Se nombra “recta”, en este botón se encuentran todas las herramientas que construyen objetos rectos: rectas, segmentos, rayos y vectores.
-  Se nombre “perpendicular”, este contiene las construcciones básicas con regla y compás: rectas paralelas, perpendiculares, mediatrices, bisectrices, rectas tangentes a un círculo, rectas polares, ajuste lineal y lugares geométricos.
-  Se nombra “polígono”, aquí están las herramientas para realizar polígonos, tanto regulares como irregulares.
-  Se nombra “circunferencia”, este botón contiene las herramientas para construir todo lo relacionado con círculos: circunferencias, semicircunferencias, arcos y sectores circulares.
-  Se nombre “elipse”, estas herramientas permiten construir las cónicas: elipses, hipérbolas y parábolas
-  Se nombra “ángulo”, con estas herramientas se realizan las medidas de longitudes, ángulos, áreas y pendientes.
-  Se nombra “simetría axial”, las herramientas para realizar reflejos, traslaciones y rotaciones se encuentran aquí.

➤  Se nombra “deslizador”, en este botón se encuentran las herramientas que contienen los controles: deslizadores, casillas de control, imágenes y también las opciones de texto y para determinar si dos elementos cumplen alguna característica.

➤  Se nombra “desplaza vista gráfica”, por último, en esta opción se encuentran las opciones gráficas: ocultar y mostrar objetos, hacer zoom y desplazar la pantalla.

Mediante la capacidad que se tiene sobre el uso GeoGebra, Alvanes et. al (2019) describen diferentes niveles que permiten identificar un nivel de dominio del software, los cuales son los siguientes:

1. Ninguno: No conoce GeoGebra
2. Básico: Traza puntos y los une para hacer figuras
3. Intermedio: Usa deslizadores y encuentra perímetros y áreas
4. Avanzado: Resuelve ecuaciones, funciones, integrales y otros
5. Experto: Instructor o capacitador.

2.2.4.4 Uso de Software dinámico GGB para la enseñanza de la geometría.

En geometría hay diversos softwares dinámicos sin embargo GGB se destaca por lo que menciona Abánades et al (2009) “GeoGebra se distribuye de manera gratuita a través de internet. El motor que realiza el cálculo es software libre” (pág. 13). Todo esto permitiendo a que diferentes autores apoyan la noción de la implementación de GGB en la enseñanza de la matemática

Entre los autores que apoyan el uso de GGB se encuentra Del Pino (2013) que lo destaca al software como herramienta para el aprendizaje y menciona las siguientes razones:

- a) Es un software gratuito, libre y de código abierto. No les cuesta dinero a los centros educativos y pueden modificar elementos para tener funcionalidades que no se presentan en la versión estándar.
- b) Es multiplataforma, funciona tanto si emplean una versión de Linux propio de la Comunidad Autónoma como distintas versiones de Microsoft Windows.

- c) Es fácil de usar, además, existen numerosas formaciones, algunas de ellas gratuitas, impulsadas por colectivos de profesores y universidades.
- d) Es sencillo y a la vez potente, posee una hoja de cálculo y sus numerosas vistas permiten alternar el uso de la aritmética, representaciones algebraicas, cálculo simbólico y cálculo estadístico y probabilístico.

Esto convierte a GGB en una herramienta de gran ayuda para el profesor que imparte matemática además de Del Pino también existen otros autores que apreciaron años atrás la ayuda que GGB aporta.

Izquierdo y Barrosos (2011) consideran que GGB permite establecer relaciones explícitas dadas por el usuario, como el conocimiento que deben con anterioridad poseer, sin embargo después de construir las figuras dentro del software, el estudiante puede obtener relaciones entre los objetos construidos y estos se vuelven susceptibles a ser descubiertos, para ejemplificar lo que detallan se considera la construcción de un triángulo y sus tres medianas (Las medianas son rectas notables de un triángulo) para determinar que se cortan en un punto (Baricentro) y por medio de el "arrastre" de cualquier vértice del triángulo se puede comprobar dicha relación, implementando de esta manera GGB como un herramienta de descubrimiento y comprobación empírica.

Izquierdo y Barroso (2011) consideran que mediante la construcción de las figuras en GGB los estudiantes tienen la oportunidad de indagar o investigar las características o propiedades, además de esto identifican tres dimensiones en la enseñanza y aprendizaje por medio de instrumentos como GGB, los cuales se describen a continuación.

1. Dimensión semántica (significativa): hace referencia a los significados que se vinculan al concepto, para este propósito, puede ser pertinente considerar situaciones no matemáticas en las que aparece el concepto.
2. Dimensión sintáctica (representativa): hace referencia a las representaciones del concepto (las maneras en que se "escribe" el concepto). En este componente se incluyen los distintos modos de representar el concepto, y las posibles traducciones entre ellas (traslaciones).
3. Dimensión procedimental (algorítmica): se incluyen en esta dimensión los algoritmos que se vinculan al concepto.

Las tres dimensiones consideradas están interrelacionadas, por ejemplo, en los procesos de traducción entre modos de representación, en los que hay una traducción formal y una traducción de los significados entre las representaciones; o bien, en el aprendizaje de los algoritmos, éstos deben estar vinculados a los significados

2.2.5 Influencia conjunta del uso de GeoGebra y lápiz y papel

Josep M. Fortuny y Nuria Iranzo realizaron su investigación en el 2009 basándose principalmente en la teoría de la instrumentación de Rabardel (2001), interpretando el comportamiento que poseen estudiantes de bachillerato en la resolución de problemas de geometría plana, pretendiendo buscar una relación entre las concepciones de los alumnos y las técnicas que utilizan en las estrategias de resolución de problemas.

La investigación de Iranzo y Fortuny (2009) se centró en la observación y análisis de las conductas de los alumnos durante la resolución de problemas. En el estudio participó un grupo heterogéneo de 10 alumnos de 1º de bachillerato tecnológico, los estudiantes fueron seleccionados bajo dos condiciones, la primera fue con respecto a sus características cognitivas y la segunda que muestre interés en participar en la investigación, aclarando que la selección también se realizó con ayuda del profesor.

Iranzo y Fortuny (2009), no son los únicos en haber hecho investigaciones en relación al uso de GeoGebra, sin embargo, destacan en el sentido que su investigación se centra en el uso de software de Geometría dinámica (SGD), específicamente en GGB por sus especificaciones anteriormente mencionadas, además de estudiar la relación que hay entre lápiz y papel y el trabajo con GGB, analizando y comparando el proceso realizado por ambos medios.

2.2.5.1 Instrumentación e instrumentalización

Con respecto a estos dos términos Iranzo y Fortuny (2009) interpretan la teoría Verillon y Rabardel (1995) y la teoría de Trouche (2005) para definir lo que es instrumentación e instrumentalización, así como sus diferentes grados de adquisición de habilidades que posteriormente retoman para obtener tipologías de los alumnos con respecto al uso que le dan a GGB en conjunto con lápiz y papel. La definición con sus diferentes grados son la siguientes:

- Instrumentación: Es el proceso mediante el cual el artefacto influye en el alumno. Las posibilidades y restricciones del software (GeoGebra) influyen en las estrategias de resolución de problemas, así como en las correspondientes concepciones emergentes. “En la instrumentación encontramos el desarrollo de esquemas mentales que proporcionan un medio predecible e iterable de integración de artefacto y acción” (Verillon y Rabardel, 1995, citado en Iranzo y Fortuny, 2009).

Es de enfatizar que la posibilidad de desplazar un objeto y observar invariantes en su construcción es algo característico del Software, sin embargo, esta posibilidad se adquiere siempre que el alumno comprenda el proceso en el que ha construido el objeto.

Tabla 2. Grados de instrumentación

Alto	Trasformación de comando en acciones geométricas
Medio	Uso del artefacto de acuerdo con un objetivo (por ejemplo, uso del arrastre de test para validar una figura).
Bajo	Uso de pocos comandos para construcciones geométricas elementales. Dificultades técnicas para aplicar comandos (Sintaxis, orden)

Fuente: Iranzo y Fortuny (2009)

- Instrumentalización: El conocimiento y forma de trabajar guía la forma en que utiliza el artefacto. El proceso de instrumentalización depende del estudiante y es un proceso que lleva a una internalización del uso del artefacto (un artefacto no varía, pero puede ser instrumentalizado de distintas formas).

Tabla 3. Grados de instrumentación

Alto	Coordinan el uso de la ventana geométrica y algebraica y utiliza conocimiento geométrico. Internalización de los comando (modo desplazar, uso de macros, etc.).
Medio	Coordinan el uso de la ventana algebraica y geométrica. Aparación de inferencias figurales.
Bajo	Los estudiantes se basan principalmente en propiedades de medida y no consideran propiedades geométricas.

Fuente: Iranzo y Fortuny (2009)

Es importante señalar que la opción de arrastre es una ayuda muy importante a la hora de abordar un problema geométrico, pero, la forma en que el estudiante realiza el arrastre también tiene que considerarse, por esta razón Iranzo y Fortuny (2009) interpretando a Arzello y otros (2002) describe los diferentes tipos de arrastre, así como la finalidad que le da el estudiante al realizar dicho arrastre, entre ellos tenemos los siguientes:

- Arrastre de test: se utiliza el arrastre de test para comprobar si la figura construida conserva las condiciones matemáticas del problema. Por ejemplo, después de construir un rectángulo usando segmentos horizontales y verticales, podemos observar que la figura se transforma en un cuadrilátero general al desplazar uno de los vértices.
- Arrastre errático: Una vez construida la figura, se arrastra algún elemento de la figura, sin ninguna idea previa, para buscar invariantes matemáticas. Por ejemplo, en el problema de la construcción de la recta de Euler, los alumnos desplazan los vértices del triángulo de forma aleatoria, buscando invariantes
- Arrastre guiado: Se arrastra un objeto para obtener una figura particular. Por ejemplo, en el problema de Varignon los alumnos construyen el cuadrilátero de Varignon (paralelogramo) formado al unir los puntos medios de un cuadrilátero general. A continuación, desplazan los vértices del cuadrilátero inicial (arrastre guiado) para transformar el cuadrilátero de Varignon en un rombo.
- Arrastre sobre un lugar geométrico oculto: se arrastra un objeto con el fin de encontrar el recorrido (lugar geométrico oculto) de un punto particular de la figura. Esta forma de arrastre es especialmente útil para trabajar problemas de lugares geométricos de forma experimental.

2.2.5.2 Tipologías de alumnos en el uso de GGB y lápiz y papel

Iranzo y Fortuny (2009) en su investigación a pesar que consideran que pueden profundizar más hacen la siguiente clasificación de los estudiantes basada en el uso que hacen

de GGB en la resolución de problemas, tomando como referencia las teorías propuestas por Capponi (1994), Laborde (2001) y Arzarello et al (2002), dicha clasificación es la siguiente:

1. **Autónomos:** Son buenos resolviendo problemas, son intuitivos y no tienen obstáculos conceptuales ni algebraicos en la resolución con papel y lápiz. El grado de instrumentación es alto, así como el grado de instrumentalización. El uso de GGB no presenta en la resolución de los problemas propuestos un valor añadido, pero facilita aspectos materiales. Para estos alumnos, el uso de GGB consistiría en un soporte para explorar aspectos curriculares avanzados y desarrollar sus competencias argumentativas. Estos alumnos tratan de optimizar las estrategias de resolución relacionando las propiedades de las figuras, como la construcción en GGB.
2. **Instrumentales:** Son alumnos de nivel medio a alto que tienden a reducir los problemas geométricos a problemas algebraicos. Tienen algunas dificultades (conceptuales, algebraicas y/o visualización) en la resolución con papel y lápiz, el uso de GGB les proporcione soporte algebraico, conceptual y visual. En la resolución con GGB se basan en propiedades geométricas de la figura. El grado de instrumentación e instrumentalización es de medio a alto. En general, no tienen dificultades en el uso de GGB.
3. **Procedimentales:** Son alumnos de nivel medio a alto, más analíticos que intuitivos. A pesar de tener algunas dificultades en la resolución con papel y lápiz (distancia de un punto a una recta, visualización, obstáculos algebraicos, etc.), entienden los conceptos geométricos. No tienen dificultades técnicas en el uso de GGB (utilización de las herramientas), el grado de instrumentalización es inferior al de los alumnos de tipo instrumental. Los alumnos razonan sobre la figura, pero también se basan en propiedades de medida. Por ejemplo, no utilizan circunferencias de radio dado para obtener segmentos de longitud dada.
4. **Naif:** Son alumnos con muchas dificultades conceptuales, algebraicas y de visualización (elementos básicos de la circunferencia, distancia de un punto a una recta, vectores, concepto de mediatriz, etc.). El grado de instrumentación es bajo (utilizan pocas herramientas de GGB y principalmente son herramientas de medida y algebraicas, tienen obstáculos técnicos en el uso de las herramientas resolución clara, pero el uso de GGB les proporciona un soporte visual, algebraico y conceptual. Se

basan en herramientas de medida en las construcciones realizadas con GGB no pasan el arrastre de test. Estos alumnos tienden a razonar sobre el dibujo y no sobre la figura.

2.2.6 Beneficios al usar GeoGebra

Iranzo y Fortuny (2008) consideran algunos beneficios al usar GeoGebra que se enfocan en el uso para la enseñanza de la geometría los cuales son:

- Promueve un pensamiento Geométrico
- Facilita un soporte visual y conceptual
- Permite centrarse en conceptos geométricos más que en los algebraicos.

Rodríguez (2020) destaca tantas ventajas como desventajas del software en las ventajas menciona:

- Facilidad al graficar figuras
- Precisión en la construcción de figuras
- Apreciación gráfica de problemas geométricos.
- Se puede verificar y corregir procedimiento de problemas geométricos
- Comprobación de resultados

En cuanto a las desventajas Rodríguez (2020) menciona:

- Requerimiento de la enseñanza del docente al utilizar el software
- Distracción en la clase al tener un dispositivo electrónico
- Los dispositivos no poseen la capacidad para tener descargada la app de GeoGebra
- No se posee conectividad a internet para usar el sitio web.

Al analizar las desventajas del software, son más identificadas como limitantes u obstáculos ya que en cierto momento estas se pueden presentar solo en la minoría de los estudiantes de cada grupo.

2.3 Marco Jurídico

En el área jurídica se menciona el cambio que ha tenido la malla curricular del profesorado en matemática, la cual se ha transformado desde un ámbito fundamentado legalmente a consecuencias de la búsqueda de la calidad educativa, dicho cambio ha sido presentado por parte del ministerio de educación.

2.3.1 Formación del profesorado en matemática

El ministerio de educación bajo el acuerdo N°. 15-1046 se procedió a realizar un cambio en el plan de estudio del profesorado en matemática para tercer ciclo de educación básica y educación media que entró en vigor en el año 2013 y aún funcionando hasta la actualidad, derogando el plan de estudio contenido en el documento denominado: “Normas y orientaciones curriculares para la formación inicial de maestros” que se encontraba vigente desde el año 1998, dicha derogación se efectuó bajo disposiciones transitorias descritas en el acuerdo y que fueron aprobadas por el ministro de educación Franz Hasbún Barake.

En el plan de estudio del 2013 para el profesorado en matemática según MINED (2012) insiste en el enfoque de la resolución de problemas y en la aplicación de la matemática en la cotidianidad y en las conexiones de la matemática con las otras ciencias. Se anima la consideración de la diversidad de las capacidades de los estudiantes, y la utilización de las nuevas tecnologías cuando sea posible.

2.4 Contextualización

En el cambio del plan de estudio del profesorado en matemática se pasó de desarrollar el área de geometría en solo una asignatura para desarrollarse en dos asignaturas. En el plan 1998 la asignatura de geometría tenía el nombre de “Elementos de geometría y trigonometría” sin embargo en el actual plan de estudios diseñado por el MINED (2012) se desarrolla el área de geometría en las asignaturas nombradas como “Geometría I” y “Geometría II” en las cuales en sus estrategias metodológicas hace mención a que el uso de graficadores puede ser de utilidad, no obstante, lo deja nada más como una mención. A continuación, se presenta la malla curricular del plan de estudios del 2013.

Figura 2. Malla curricular de profesorado en matemática para tercer ciclo de educación básica y educación media

CICLO	ASIGNATURAS					N°		Código		
							Nombre de la asignatura			
						UV		Requisito		
I	1	GE-I	2	AR	3	ALG-I	4	PG	5	SDH
	5	Geometría I	4	Aritmética	4	Álgebra I	5	Pedagogía General	2	Seminario Derechos Humanos
II	6	GE-II	7	PC	8	ALG-II	9	GEI	10	SEACC
	4	Geometría II	5	Precálculo	5	Álgebra II	5	Psicología de la Educación	2	Seminario Educación Ambiental y Cambio Climático
III	11	TC	12	EST-I	13	MF	14	DG	15	SPVIG
	4	Teoría Combinatoria	4	Estadística I	4	Matemática Financiera	5	Didáctica General	2	Seminario Prevención de la Violencia Intrafamiliar y de Género
IV	16	TE	17	EST-II	18	DCM	19	EA	20	SEI
	5	Tecnología y Educación	4	Estadística II	4	Desarrollo Curricular de Matemática	5	Evaluación de los Aprendizajes	2	Seminario Educación Inclusiva
V	21	DM	22	CAL-I	23	IE	24		PD-I	
	5	Didáctica de la Matemática	4	Cálculo I	4	Investigación Educativa	10		Práctica Docente I	
VI	25	FIS	26	CAL-II	27	IEM	28		PD-II	
	4	Física	4	Cálculo II	4	Informática Especial de la Matemática	10		Práctica Docente II	
									68 UV	

Fuente: MINED (2012)

Debido a lo anterior la investigación es dirigida a los estudiantes que actualmente cursan Geometría II, quienes pertenecen a los estudiantes del primer año del profesorado en matemática y tomando en cuenta que ya poseen los conocimientos previos planteados por Iranzo y Fortuny (2009) debido a que cursaron Geometría I en el ciclo I 2022.

Los docentes en formación en un futuro se enfrentarán en su ámbito laboral a la enseñanza de la Geometría en los diferentes niveles de tercer ciclo de educación básica y educación media tal como lo plantea el plan de estudio diseñado por el MINED (2018), por lo que se vuelve necesario el conocer si implementan el software de GGB en su proceso de enseñanza aprendizaje y desde ese punto de partida obtener un panorama inicial para que puedan o no implementar el software en su práctica laboral.

Actualmente la enseñanza de la matemática en los niveles de educación básica se desarrolla al utilizar la metodología de ESMATE quien según MINED (2019) lo define como “un programa que busca mejorar los aprendizajes en Matemática y proporciona un programa de estudios desde Primer Ciclo de Educación Básica hasta Bachillerato; asimismo, ofrece libros de texto y cuadernos de ejercicios para los estudiantes”

La metodología ESMATE en los niveles de Educación Media, específicamente en el bloque de estudio de geometría propone prácticas en GGB por lo que los docentes que imparten clases en estos niveles sí quieren basarse en tal metodología, deben poseer conocimiento en cuanto al uso del software.

Es importante mencionar que el profesorado en matemática en la asignatura de orden 27 denominada “Informática Especial de la matemática” se propone GeoGebra como software a considerar como un recurso didáctica para la enseñanza de la geometría, pero debido a que esta materia se cursa hasta tercer año, esto permite obtener una visión realista basada en la experiencia de la población de estudio con respecto en la consideración de la incidencia que puede tener el uso del software en su proceso enseñanza aprendizaje.

Capítulo III: Diseño metodológico

3.1 Enfoque de la investigación

La investigación sobre el uso de GeoGebra y su incidencia en la enseñanza y aprendizaje de la Geometría en los estudiantes de primer año del profesorado en matemática pertenece al paradigma cuantitativo, debido a que en este estudio se formulan hipótesis que en el campo de investigación se verifican. Además de ello, supone hacer uso de elementos estadísticos, analizar información obtenida a través de instrumentos de investigación, lo cual, es muy bien confirmado por James et al. (2005, pág. 130) en su libro de Investigación Educativa:

Diseñar investigación cuantitativa supone elegir sujetos, técnicas de recogida de datos (cuestionarios, observaciones o entrevistas), procedimientos para la recogida de datos y la implantación de tratamientos. Todos estos elementos constituyen la parte metodológica del estudio.

Así también lo confirma Hernández et al. (2014, pág. 4) en su libro Metodología de la investigación.

Enfoque cuantitativo: Utiliza la recolección de datos para probar hipótesis con base en la medición numérica y el análisis estadístico, con el fin establecer pautas de comportamiento y probar teorías

3.2 Método.

El método de la investigación es hipotético- deductivo y al analizar el fenómeno a estudiar se han planteado hipótesis, las cuales se someterán a pruebas estadísticas para verificar la congruencia entre las variables y de no existir dicha relación proceder a rechazar las hipótesis de investigación.

3.3 Tipo de estudio

3.3.1 Tratamiento de las variables

El diseño de la investigación es no experimental, según Hernández et al. (2014) no se influirá en la relación existente entre las variables, si no que se observarán de manera natural tal como se están desarrollando, para posteriormente analizarlos.

3.3.2 Alcance

Se busca un alcance correlacional debido a que según Hernández et al. (2014) en un alcance correlacional se pretende conocer la relación existente entre las variables de estudio en un contexto particular.

3.3.3 Diseño de recolección

La recolección de datos se hará de manera transversal y retrospectiva porque el análisis de las variables se realizará a partir de la información obtenida en un único momento dado. (Hernández et al., 2014). También retrospectivo porque se buscarán hechos que ya sucedieron.

3.3.4 Contexto de búsqueda de la información.

El contexto de la información es de campo debido a que se obtienen datos directamente de la muestra por medio de un cuestionario dirigido a estudiantes, así como de docentes que actualmente laboran el departamento de matemática.

3.4 Población y muestra

3.4.1 Población

La población Hernández et al (2014) lo define como “conjunto de todos los casos que concuerdan con determinadas especificaciones” (pág. 174)

Debido a lo anterior la población de la investigación son los estudiantes que cursan la asignatura de Geometría II en el ciclo II-2022 así como docentes que en algún momento dado hayan impartido una asignatura referente a Geometría y que actualmente laboran en el departamento de matemática en la Facultad Multidisciplinaria de Occidente.

Tabla 4. Especificación de la población-sujetos de estudio

	Cantidad de Docentes	Cantidad de Estudiantes
Población total	2	24

3.4.2 Muestra

No se realizará muestreo porque se pretende abarcar a la población en total. Además, la participación es de manera voluntaria para los estudiantes y de igual manera los docentes seleccionados serán aquellos que deseen colaborar en el llenado de un cuestionario y que además hayan impartido en alguna ocasión una asignatura referente a Geometría. Se espera contar con la participación de al menos el 80% de la población de estudio.

3.5 Técnicas e instrumentos de recolección de información.

Como técnica se implementará la encuesta y como instrumento se usará el cuestionario debido a que según Hernández (2014) define al cuestionario como un conjunto de preguntas respecto de una o más variables que se van a medir. Debido a esto se implementará un cuestionario de preguntas cerradas para ambas partes de la muestra (Docentes y alumnos), es decir dos cuestionarios en total

Ambos cuestionarios fueron validados por el juicio de dos expertos en el área de estadística. Las observaciones se tomaron en cuenta y se incorporaron para mejorar el instrumento. Luego de la validación se procedió a la administración del cuestionario a la población seleccionada con previa autorización por parte del docente encargado, en cuanto a la administración del cuestionario a los docentes se les solicitará en su tiempo libre el espacio para el llenado.

La estructura del cuestionario está conformada de la siguiente manera:

- Encabezado: contiene los datos de la institución para la cual se hará el estudio (proceso de grado).
- Introducción: Se coloca el nombre del instrumento y los sujetos de la investigación.
- Objetivos del instrumento: se basa en obtener información sobre la temática en estudio.
- Indicaciones del instrumento: se expresa la forma de cómo se responderá el cuestionario, utilizando el marcar con una “X” la opción que el participante estime conveniente
- Preguntas asociadas a cada uno de los indicadores establecidos por cada variable.

3.6 Hipótesis o supuestos de investigación

3.6.1 Hipótesis general

El uso de GeoGebra incide significativamente en la enseñanza y aprendizaje de la Geometría en los estudiantes de primer año del profesorado en matemáticas.

3.6.2 Hipótesis específicas

H₁: Los docentes del departamento de matemática, utilizan GeoGebra en la enseñanza de la geometría.

H₂: Los estudiantes del profesorado en matemáticas obtienen beneficios significativos en su aprendizaje de la geometría al utilizar GeoGebra.

H₃: El uso de GeoGebra presenta limitantes al implementarse en la enseñanza y aprendizaje de la geometría.

3.6.3 Hipótesis nulas

H₀₁: Los docentes del departamento de matemática, no utilizan GeoGebra en la enseñanza de la geometría.

H₀₂: El uso de GeoGebra no presenta beneficios significativos en el aprendizaje de la geometría a los estudiantes del profesorado en matemática

H₀₃: El uso de GeoGebra no presenta limitantes al implementarse en la enseñanza y aprendizaje de la geometría.

3.7 Operacionalización de hipótesis en variables.

H₁: Los docentes del departamento de matemática, utilizan GeoGebra en la enseñanza de la geometría.

Tabla 5. Operacionalización de las variables para la hipótesis de investigación 1

Variable independiente			Variable dependiente		
Uso de GeoGebra			Enseñanza de la Geometría		
Definición conceptual	Definición operacional	Indicadores	Definición conceptual	Definición operacional	Indicadores
Construcción de figuras geométricas en las que se muestran expresiones algebraicas que representan a las líneas, los segmentos, círculos y puntos de la construcción. (Borbón,2010)	Implementación de GGB para observar relaciones entre los objetos construidos en un problema de Geometría, así como para la comprobación de teoremas asociados a geometría en dos y tres dimensiones.	<ul style="list-style-type: none"> - Arrastre de figuras - Construcción de polígonos. - Comprobación de teoremas - Construcción de circunferencias - Cálculo de áreas - Representaciones gráficas. 	Estudio de las figuras geométricas de dos y tres dimensiones, además de relaciones y conceptos geométricos asociados al entorno.	Relaciona todas las construcciones de figuras en dos y tres dimensiones que se asocian al entorno, así como las diversas relaciones métricas que poseen las figuras.	<ul style="list-style-type: none"> - Construcción de polígonos - Cálculo de áreas - Demostración de teoremas. - Comprobación de relaciones métricas. - Cálculo de distancias. - Comprensión de conceptos geométricos. - Implementación de GGB en las evaluaciones

H₂: Los estudiantes del profesorado en matemáticas obtienen beneficios significativos en su aprendizaje de la geometría al utilizar GeoGebra.

Tabla 6. Operacionalización de las variables para la hipótesis de investigación 2

Variable independiente			Variable dependiente		
Uso de GeoGebra			Beneficios en el aprendizaje		
Definición conceptual	Definición operacional	Indicadores	Definición conceptual	Definición operacional	Indicadores
Construcción de figuras geométricas en las que se muestran expresiones algebraicas que representan a las líneas, los segmentos, círculos y puntos de la construcción. (Borbón,2010)	Implementación de GGB para observar relaciones entre los objetos construidos en un problema Geométrico, así como para la comprobación de teoremas asociados a geometría en dos y tres dimensiones.	<ul style="list-style-type: none"> - Arrastre de figuras - Construcción de polígonos. - Comprobación de teoremas - Construcción de circunferencias - Cálculo de áreas - Representaciones gráficas. 	Facilitar la comprensión de conceptos o procedimientos que, a su vez, facilitan la comprensión y el aprendizaje de otros más complejos.	Reconocer relaciones métricas que permitan facilitar la solución de un problema geométrico.	<ul style="list-style-type: none"> - Dificultad en la construcción usando solo papel y lápiz - Uso de representación gráfica. - Visualización de características de las figuras. - Resolución de problemas geométricos. - Construcción de figuras en tareas exaulas. - Comprobación de teoremas basados en construcciones.

H₃: El uso de GeoGebra presenta limitantes al implementarse en la enseñanza y aprendizaje de la geometría.

Tabla 7. Operacionalización de las variables para la hipótesis de investigación 3

Variable independiente			Variable dependiente		
Uso de GeoGebra			Limitantes en la implementación de GGB		
Definición conceptual	Definición operacional	Indicadores	Definición conceptual	Definición operacional	Indicadores
Construcción de figuras geométricas en las que se muestran expresiones algebraicas que representan a las líneas, los segmentos, círculos y puntos de la construcción. (Borbón,2010)	Implementación de GGB para observar relaciones entre los objetos construidos en un problema de Geometría, así como para la comprobación de teoremas asociados a geometría en dos y tres dimensiones.	<ul style="list-style-type: none"> - Arrastre de figuras - Construcción de polígonos. - Comprobación de teoremas - Construcción de circunferencias - Cálculo de áreas - Representaciones gráficas. 	Dificultades presentadas en las dimensiones materiales como cognitivas en la implementación del software.	Dificultades presentadas por parte del docente y estudiante al momento de implementar GGB en el proceso enseñanza aprendizaje.	<ul style="list-style-type: none"> -No posee acceso a centro de computo - No posee computadora (Portátil/escritorio) - Otros Recursos (Proyector, pizarra digital, celular, etc.) -Dominio de GGB -No ha recibido capacitación en GGB

3.8 Modelo estadístico

Por la naturaleza de la investigación se consideró la medición de las variables, haciendo uso del estadístico de una prueba de hipótesis de proporciones tomando las siguientes condiciones.

Cada una de las opciones asignadas tendrán una determinada ponderación siendo la siguiente:

- a) Siempre 100 puntos
- b) Casi siempre 75 puntos
- c) Algunas veces 50 puntos
- d) Casi nunca 25 puntos
- e) Nunca 0 puntos

Esto con el fin de poder determinar cómo favorable si el puntaje promedio obtenido en las categorías son mayor a 50 puntos de 100.

En el caso de la categoría que posee opciones de respuesta cerrada, el promedio de proporciones será calculado como proporción simple $f \div n$, donde "f" es la frecuencia y "n" la cantidad de observaciones.

Los promedios de cada categoría se obtendrán haciendo uso de las siguientes tablas, las cuales asocian los ítems de los cuestionarios a un indicador en específico.

Tabla 8. Relación de ítems para cálculo de proporción de uso de GeoGebra

Uso de GeoGebra por parte de los docentes		
Indicadores	Promedio	Ítems
Construcción de polígonos		1 (Cuestionario de docentes)
Cálculo de áreas		2 (Cuestionario de docentes)
Demostración de Teoremas		3 (Cuestionario de docentes)
Comprobación de relaciones métricas		4 y 5 (Cuestionario de docentes)
Cálculo de distancias		6 (Cuestionario de docentes)
Comprensión de conceptos geométricos		7 (Cuestionario de docentes)
Uso de GeoGebra en evaluaciones		8 y 9 (Cuestionario de docentes)
Total		

Tabla 9. Relación de ítems para cálculo de proporción de beneficios por el uso de GeoGebra

Beneficios al usar GeoGebra por parte del estudiante		
Indicadores	Promedio	Ítems
Construcción de polígonos		1(Cuestionario de estudiantes)
Uso de representación gráfica para visualización de características de las figuras		2 (Cuestionario de estudiantes)
Resolución de problemas geométricos		3(Cuestionario de estudiantes)
Construcción de figuras en tareas exaulas		4(Cuestionario de estudiantes)
Comprobación de teoremas basados en construcciones		5(Cuestionario de estudiantes)
Total		

Tabla 10. Relación de ítems para cálculo de proporción de limitantes en el uso de GeoGebra

Limitantes en el uso de GeoGebra		
Indicadores	Promedio	
Acceso a centro de cómputo		6 (cuestionario de estudiantes) y 10(Cuestionario docentes)
Posee dispositivo para el uso de GeoGebra		7 (Cuestionario de estudiantes) y 11 (Cuestionario docentes)
Capacitación en GeoGebra		8 (Cuestionario estudiantes) y 12 (cuestionario de docentes)
Total		

- La prueba de hipótesis se realizará implementará comparando la proporción poblacional contra un parámetro fijado en 50%.
- Debido a que el estudio está centrado en toda la población se procederá a rechazar la hipótesis nula si el parámetro obtenido supera el 50% (promedio de 50 puntos por categoría) y se procederá a aceptar la hipótesis de investigación.

3.9 Consideraciones éticas

Para Álvarez (2018) Las consideraciones éticas son especialmente importantes en estudios de investigación que requieren la participación de seres humanos. Debido a lo anterior se tomas las siguientes consideraciones éticas:

- Consentimiento informado: Es esencial que el posible participante entienda la información proporcionada y que tal información le permita tomar una decisión voluntaria acerca de si participa o no en el estudio.

- Confidencialidad: La información se tomará de forma anónima por lo que no se le solicitará el nombre al participante.
- Justicia: Cada participante se le garantizará un trato equitativo en todo el proceso de la recolección de datos
- Beneficencia: La investigación no tiene incidencia en riesgo alguno para los participantes, por lo que se garantiza su bienestar.
- Precisión: Se procesa la cantidad total de información recolectada, sin omitir ningún dato.

Capítulo IV: Análisis e interpretación de resultados

4.1 Análisis de datos

En este apartado se interpretan las diferentes categorías asociadas tanto a los estudiantes como a los docentes, así como también los indicadores asociados a cada categoría.

4.1.1 Categorías de los estudiantes

A continuación, se presentan los resultados obtenidos de la encuesta realizada a 24 estudiantes del profesorado en matemática que cursan Geometría 2.

4.1.1.1 Beneficios de GeoGebra

1. ¿Utiliza GeoGebra en la construcción de polígonos?

Tabla 11. Utilización de GeoGebra en construcción de polígonos por parte de los estudiantes del primer año del profesorado en matemática ciclo 2-2022

Siempre	casi siempre	Algunas veces	casi nunca	nunca	Total
3	8	12	1	0	24
13%	33%	50%	4%	0%	100%

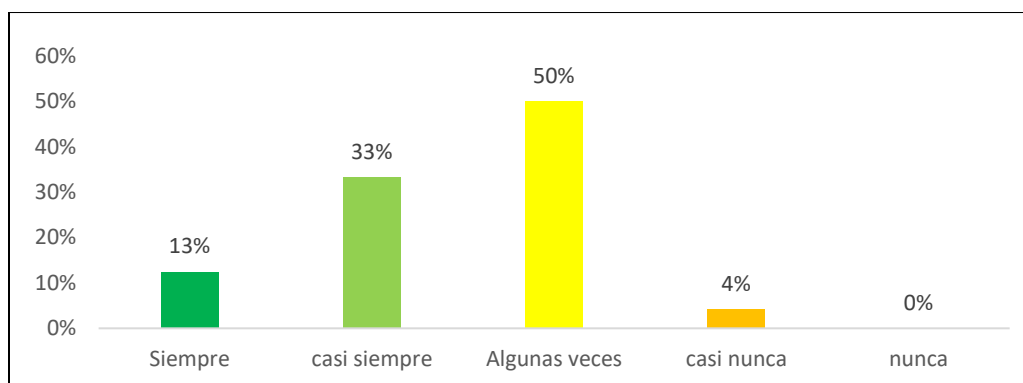


Figura 3. Utilización de GeoGebra en construcción de polígonos por parte de los estudiantes del primer año del profesorado en matemática ciclo 2-2022 (Elaboración propia).

Con respecto a la construcción de polígonos, aproximadamente el 75% utiliza algunas veces, casi siempre o siempre GeoGebra, por lo que se puede considerar que si les ayuda GeoGebra en esta actividad.

2. ¿Utiliza representación gráfica para visualizar características de figuras geométricas?

Tabla 12. Utilización de representación gráfica para visualizar características.

Siempre	casi siempre	Algunas veces	casi nunca	nunca	total
6	13	4	1	0	24
25%	54%	17%	4%	0%	100%

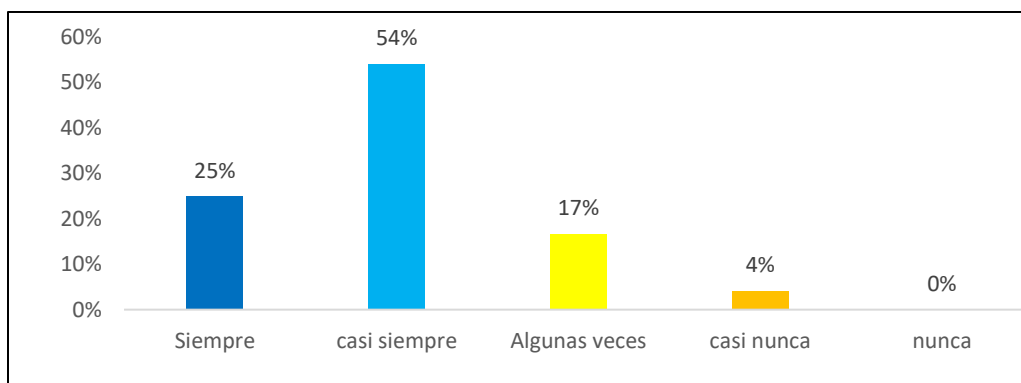


Figura 4. Utilización de representación gráfica para visualizar características por parte de los estudiantes del primer año del profesorado en matemática ciclo 2-2022 (Elaboración propia).

Por lo menos el 90% de los estudiantes consideran que utilizan una representación gráfica de las figuras Geométricas, además de que más del 50% afirman que casi siempre usan el software con dicho propósito.

3. ¿Comprueba resultados en GeoGebra de problemas resueltos en papel y lápiz?

Tabla 13. Implementación de GeoGebra en comprobación de resultados de problemas resueltos en papel y lápiz

Siempre	casi siempre	Algunas veces	casi nunca	nunca	Total
8	10	5	1	0	24
33%	42%	21%	4%	0%	100%

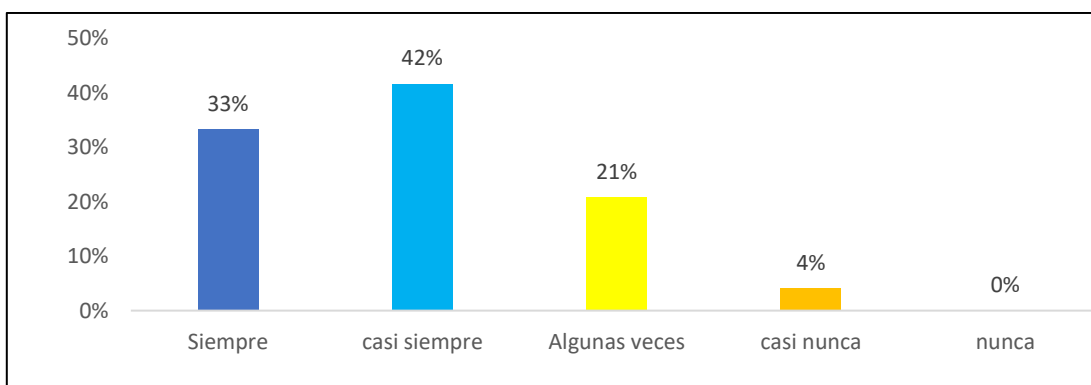


Figura 5. Implementación de GeoGebra en comprobación de resultados de problemas resueltos en papel y lápiz (Elaboración propia).

Un 75% de los estudiantes considera que usan GeoGebra para comprobar problemas que han resuelto inicialmente en papel y lápiz, demostrando que sirve como medio de reafirmación en la respuesta obtenida en un ejercicio u problema de aplicación.

4. ¿Usa GeoGebra en la construcción de figuras para las tareas ex-aulas?

Tabla 14. Uso de geogebra en la construcción de figuras para tareas ex-aulas

Siempre	casi siempre	Algunas veces	casi nunca	nunca	Total
5	11	6	2	0	24
21%	46%	25%	8%	0%	100%

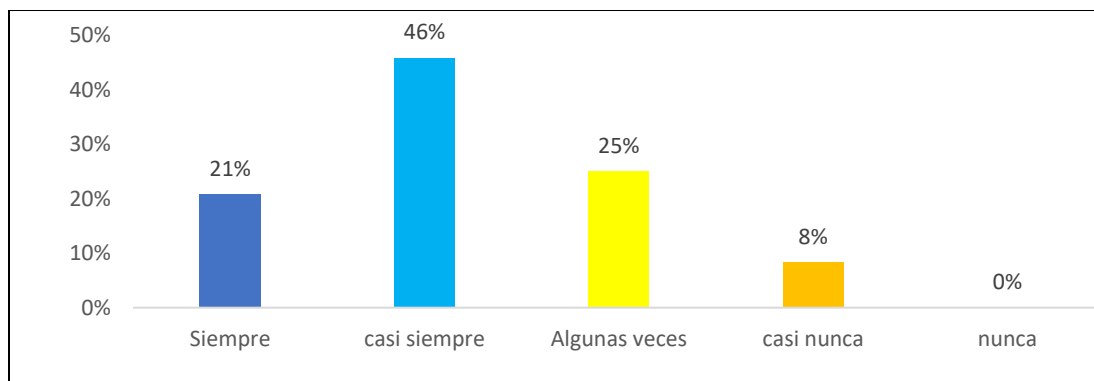


Figura 6. Uso de GeoGebra en la construcción de figuras para tareas ex-aulas (Elaboración propia).

En elaboración de figuras en tareas ex-aulas más del 60% afirman que usan siempre o casi siempre el software y más del 90% utiliza GeoGebra para sus tareas de Geometría.

5. ¿Verifica teoremas mediante construcciones en GeoGebra?

Tabla 15. Verifica teoremas mediante construcciones en GeoGebra

Siempre	casi siempre	Algunas veces	casi nunca	nunca	Total
5	11	6	2	0	24
21%	46%	25%	8%	0%	100%

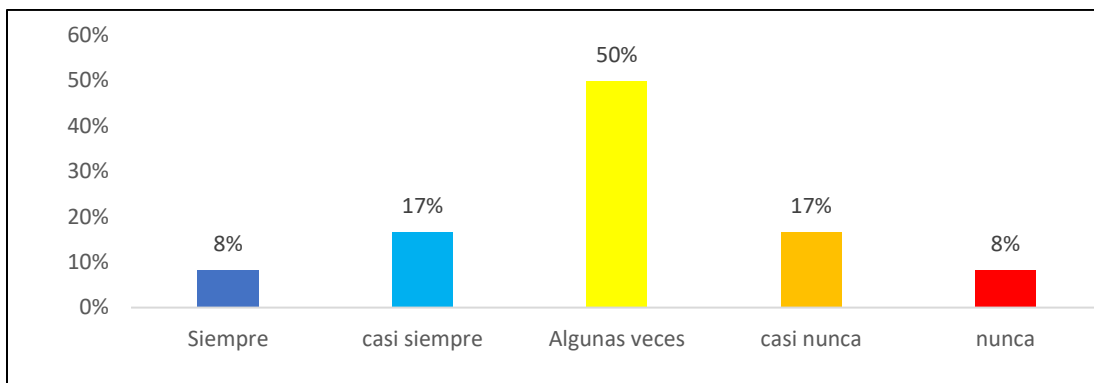


Figura 7. Verificación de teoremas mediante construcciones en GeoGebra por parte de los estudiantes (Elaboración propia).

Más del 70% afirma que usa siempre, casi siempre o algunas veces GeoGebra para comprobar teoremas que se utilizan en el contexto de Geometría, de esta manera verifican que el teorema es funcional y así poder aplicar posteriormente en ejercicios.

4.1.1.2 Limitantes materiales y/o cognitivas del uso de GeoGebra.

6. ¿Tiene acceso al centro de cómputo para realizar tareas exaulas?

Tabla 16. Acceso al centro de cómputo a los estudiantes

Si	No	Total
10	14	24
42%	58%	100%

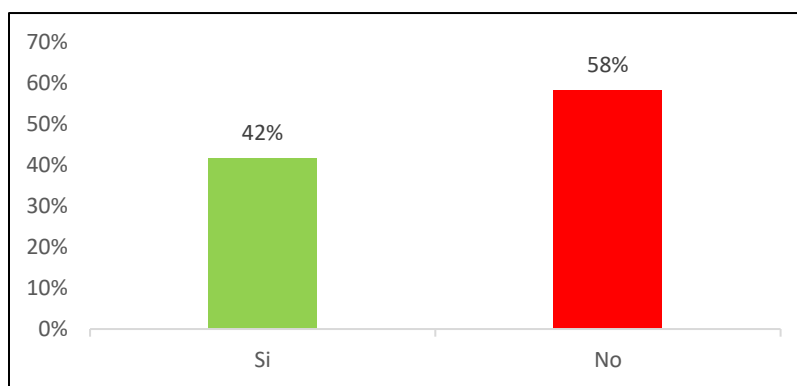


Figura 8. Acceso al centro de cómputo a los estudiantes (Elaboración propia).

Solo el 42% conoce que posee acceso al centro de cómputo para para el desarrollo de tareas exaulas que posean ya sea en Geometría u otra materia que estén cursando.

7. ¿Posee computadora de escritorio o Laptop?

Tabla 17. Disposición de computadora o laptop

Si	No	Total
23	1	24
96%	4%	100%

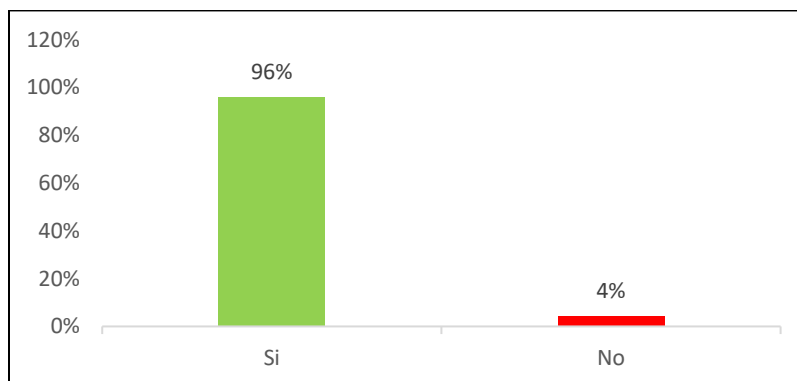


Figura 9. Disposición de computadora o laptop (Elaboración propia).

De todos los estudiantes solo uno respondió que no posee computador de escritorio ni portátil, sin embargo, más del 90% afirma que si tiene acceso a una computadora.

8. ¿Posee celular o Tablet que permita el uso de GeoGebra?

Tabla 18. Disposición de celular o Tablet que permita ejecutar GeoGebra.

Si	No	Total
23	1	24
96%	4%	100%

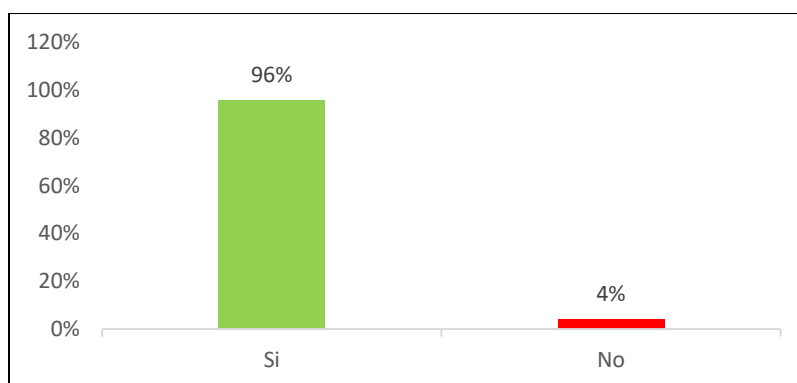


Figura 10. Disposición de celular o Tablet que permita ejecutar GeoGebra (Elaboración propia).

Más del 95% de los estudiantes poseen ya sea un celular o una Tablet que permite el uso de GeoGebra en dicho dispositivo por lo que se puede decir que si pueden ejecutar el software.

9. ¿Ha recibido capacitación en GeoGebra?

Tabla 19. Capacitación en GeoGebra

Si	No	Total
6	18	24
25%	75%	100%

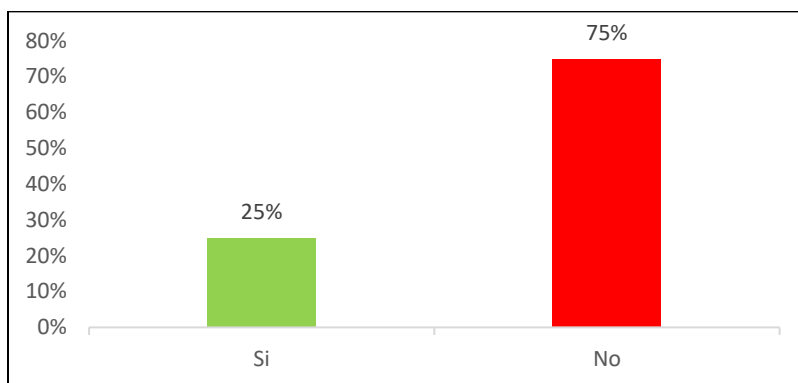


Figura 11. Capacitación en GeoGebra (Elaboración propia).

Solo el 25% de los estudiantes afirma haber recibido una capacitación para el uso de GeoGebra, por otra parte, el 75% se puede decir que, si lo llega a usar lo hace sin una capacitación previa.

4.1.2 Categorías de los Docentes

A continuación, se presentan las respuestas obtenidas en la encuesta realizada a dos docentes que imparten la asignatura de Geometría en el departamento de matemática.

4.1.2.1 Implementación de GeoGebra

Tabla 20. Respuestas de docentes en implementación de GeoGebra

Ítems Preguntas	criterios				
	Siempre	Casi siempre	Algunas veces	Casi nunca	nunca
1. ¿Utiliza GeoGebra en la construcción de polígonos?	0	1	1	0	0

2. ¿Utiliza GeoGebra para el cálculo de áreas de figuras geométricas?	0	1	0	1	0
3. ¿Verifica teoremas por medio de arrastre de los vértices de un polígono en GeoGebra?	0	0	1	1	0
4. ¿Explora relaciones métricas en las figuras usando GeoGebra?	0	1	1	0	0
5. ¿Comprueba resultados en GeoGebra de problemas resueltos en la pizarra?	1	0	1	0	0
6. ¿Usa la herramienta “segmento” para calcular distancias entre dos puntos?	0	1	1	0	0
7. ¿Utiliza representación gráfica para explicar conceptos geométricos?	0	0	2	0	0
8. ¿Usa GeoGebra en la construcción de figuras para el diseño de sus exámenes?	1	0	1	0	0
9. ¿Realiza evaluaciones mediante el uso de GeoGebra?	0	1	0	1	0
Total	2	5	8	3	0

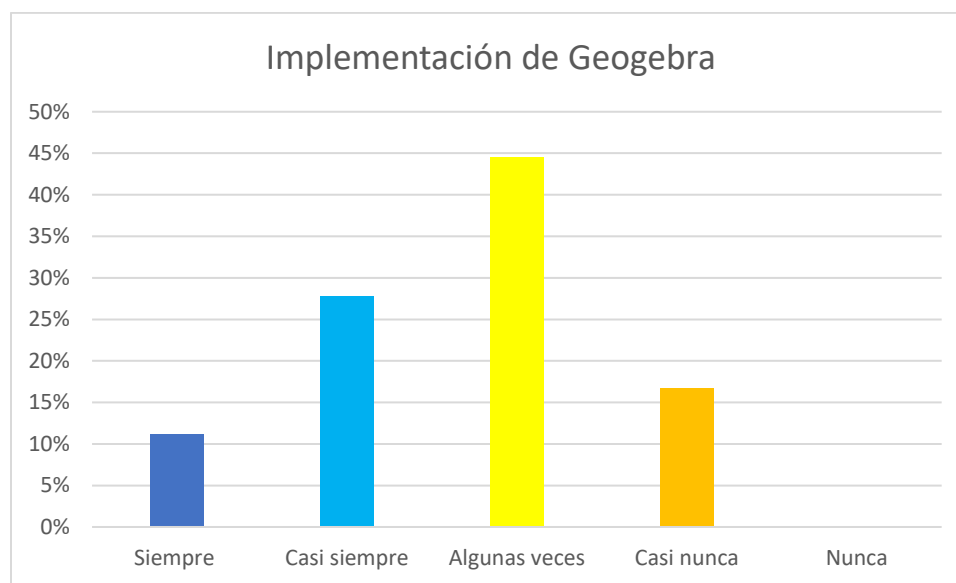


Figura 12 Implementación de GeoGebra por parte de los docentes (Elaboración propia).

En el caso de los docentes se puede visualizar que, en cálculo de áreas, verificación de teoremas y en realización de evaluaciones que uno de ellos afirma casi nunca usar GeoGebra, sin embargo, en otros aspectos como: construcción de polígonos, exploración de

relaciones métricas, comprobación de resultados, cálculo de distancias, representación gráfica y construcción de figuras ambos usan al menos algunas veces el software. Se debe tener en cuenta que uno de los docentes en dos aspectos como lo es comprobación de resultados y elaboración de figuras para el diseño de exámenes afirma utilizar GeoGebra siempre.

4.1.2.2 Limitantes materiales y/o cognitivas.

Tabla 21. Respuestas de docentes en limitantes materiales y/o cognitivas

Ítems	Categorías	
	Sí	No
10.¿Tiene acceso al centro de cómputo para impartir las clases?	1	1
11.¿Posee computadora de escritorio o Laptop?	2	0
12.¿Posee celular o Tablet que permita el uso de GeoGebra?	2	0
13.¿Ha recibido capacitación en GeoGebra?	1	1
Total	6	2

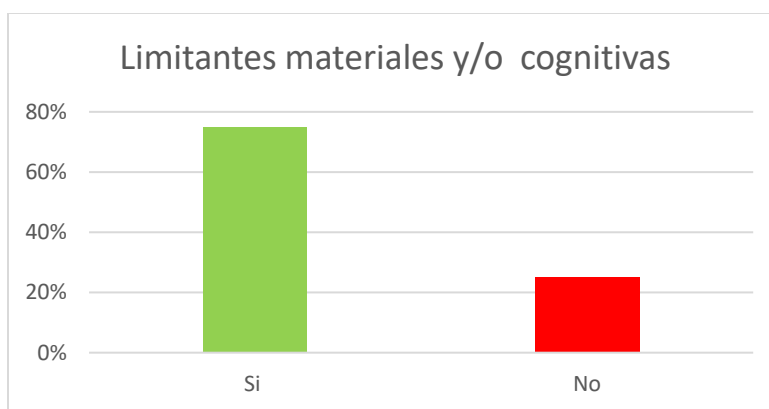


Figura 13. Limitantes materiales y/o cognitivas por parte de los docentes (Elaboración propia).

De los docentes uno responde no tener acceso al centro de cómputo para impartir clases, sin embargo, ambos poseen tanto computadora como celular o Tablet en el que pueden ejecutar GeoGebra, en otro aspecto de ellos solo uno afirma haber recibido capacitación con respecto al uso de GeoGebra.

4.2 Verificación de hipótesis

A continuación, se presenta la verificación de hipótesis, las cuales permitirán inferir sobre posibles causas de las limitaciones observadas, así también destacar si los beneficios que brinda el software GeoGebra son significativos para su uso en la asignatura de Geometría.

4.2.1 Hipótesis específica 1

H₁: Los docentes del departamento de matemática, utilizan GeoGebra en la enseñanza de la geometría.

Tabla 22. Cálculo de proporción de uso de GeoGebra

Uso de GeoGebra por parte de los docentes	
Indicadores	Promedio
Construcción de polígonos	0.625
Cálculo de áreas	0.500
Demostración de Teoremas	0.375
Comprobación de relaciones métricas	0.687
Cálculo de distancias	0.625
Comprensión de conceptos geométricos	0.500
Uso de GeoGebra en evaluaciones	0.625
Total	3.937

$$\mu_p = \frac{\sum p}{n}$$

μ_p = Media de proporciones

$\sum p$ = Sumatoria de las proporciones

n = número de indicadores

$$\mu_p = \frac{3.9375}{7} = 0.5625$$

$$\mu_p > 0.5$$

De acuerdo con la regla de decisión establecida si la proporción supera el 0.5 (50%) la hipótesis nula se rechaza, entonces debido a que el promedio de las proporciones supera el 0.5 se procede a rechazar la hipótesis nula y a aceptar la hipótesis de investigación. Por lo que a partir de esta hipótesis se puede observar que los docentes del departamento de matemática si utilizan GeoGebra en la enseñanza de la geometría.

4.2.2 Hipótesis específica 2

H₂: Los estudiantes del profesorado en matemáticas obtienen beneficios significativos en su aprendizaje de la geometría al utilizar GeoGebra.

Tabla 23. Cálculo de proporción de beneficios por el uso de GeoGebra

Beneficios al usar GeoGebra por parte del estudiante	
Indicadores	Promedio
Construcción de polígonos	0.6354
Uso de representación gráfica para visualización de características de las figuras	0.7188
Resolución de problemas geométricos	0.7604
Construcción de figuras en tareas exaulas	0.6979
Comprobación de teoremas basados en construcciones	0.5000
Total	3.3125

$$\mu_p = \frac{\sum p}{n}$$

$\mu_p =$ Media de proporciones

$\sum p$ = Sumatoria de las proporciones

n=número de indicadores

$$\mu_p = \frac{3.3125}{5} = 0.6625$$

$$\mu_p > 0.5$$

De acuerdo con la regla de decisión establecida si la proporción supera el 0.5 (50%) la hipótesis nula se rechaza, entonces debido a que el promedio de las proporciones supera el 0.5 se procede a rechazar la hipótesis nula y a aceptar la hipótesis de investigación. Por lo que a partir de esta hipótesis se puede observar que los estudiantes del profesorado en matemática si obtienen beneficios significativos en su aprendizaje de la geometría al utilizar GeoGebra.

4.2.3 Hipótesis específica 3

H₃: El uso de GeoGebra presenta limitantes al implementarse en la enseñanza y aprendizaje de la geometría.

Tabla 24. Cálculo de proporción de limitantes en el uso de GeoGebra

Limitantes en el uso de GeoGebra	
Indicadores	Promedio
No posee acceso a centro de cómputo	0.576923077
No posee dispositivo para el uso de GeoGebra	0.038461538
No ha recibido capacitación en uso de GeoGebra	0.730769231
Total	1.346153846

$$\mu_p = \frac{\sum p}{n}$$

$\mu_p =$ Media de proporciones

$\sum p =$ Sumatoria de las proporciones

$n =$ número de indicadores

$$\mu_p = \frac{1.34615384}{3} = 0.4487$$

$$\mu_p < 0.5$$

De acuerdo con la regla de decisión establecida si la proporción supera el 0.5 (50%) la hipótesis nula se rechaza, entonces debido a que el promedio de las proporciones no supera el 0.5 la hipótesis nula no se rechaza. Por lo que a partir de esta hipótesis no se puede afirmar que el uso de GeoGebra presente limitantes en su uso.

Capítulo V: Conclusiones y recomendaciones

5.1 Conclusiones

- Al usar GeoGebra se puede afirmar que en cierta medida incide en la enseñanza que reciben los estudiantes del profesorado en el área de geometría, debido a que los docentes implementan el software en la construcción de polígonos para el diseño de sus evaluaciones, aunque no al 100%, pero si en un porcentaje que permite apreciar el uso que ellos hacen tanto en la clase como tareas exaulas que le pueden solicitar a los estudiantes, es destacable mencionar que el mayor uso que los docentes manifiestan es en la comprobación de relaciones métricas, las cuales en gran medida se puede asociar al uso de GeoGebra para apreciar conclusiones de los temas vistos en clase.
- Los beneficios que obtienen los estudiantes están relacionados a la resolución de problemas geométricos, vistos estos como una forma de ayuda complementaria a lo que pueden realizar haciendo uso solo de papel y lápiz, debido a que la mayoría haciendo uso del software realiza una representación gráfica en la visualización de características de las figuras geométricas.
- Aproximadamente solo el 4% de los estudiantes no posee un dispositivo que permita el uso de GeoGebra, por lo que es una limitante hasta cierto punto superable debido a que la Universidad de El Salvador si posee centro de cómputo, sin embargo al parecer no todos poseen conocimiento en cuanto a cómo solicitar el acceso al centro de cómputo del departamento de matemática o a uno de uso general, sin embargo esto se puede deber a que más del 90% posee por lo menos un dispositivo adecuado para el del software, el cual les permite prescindir de hacer uso de instalaciones de la institución educativa.
- La mayoría de los estudiantes no ha recibido una capacitación con respecto al uso de GeoGebra, sin embargo esto no los limita a usar GeoGebra en su proceso enseñanza aprendizaje, esto se puede deber a que el software en su uso es hasta cierta medida

intuitivo, así que con los conocimientos adquiridos en las clases de geometría, ellos pueden orientarse en la implementación de dicha herramienta y en ocasiones mediante tutoría de un docente, ya sea el que les imparte la materia u algún docente perteneciente al departamento de matemática.

- Por parte de los docentes no presentan mayor limitante en cuanto a dispositivos, debido a que poseen de uso personal, sin embargo, en cuestión de capacitación no todos poseen de manera formal pero si de una forma empírica, por lo que esto puede llegar en cierta medida a incidir en cuanto el uso que el docente decida darle al software en el proceso enseñanza aprendizaje, sin embargo cabe aclarar que GeoGebra en la enseñanza de la Geometría sigue siendo una propuesta que en la actualidad es muy viable considerar.

5.2 Recomendaciones

- Crear seminario o capacitación sobre el uso de GeoGebra para los estudiantes de nuevo ingreso del profesorado en matemática, esto con el fin de que, si los futuros profesores desconocen sobre herramientas básicas del software, por medio del seminario puedan reconocer su uso y de ya conocerlas poder reforzar sus conocimientos.
- Impulsar por parte de la Universidad seminarios para el uso de GeoGebra dirigido a docentes tanto de planta como de servicio, esto con el fin de poder impulsar el manejo del software debido a que en la actualidad el uso de este se ha vuelto beneficioso en cuanto a diversas áreas de la matemática.
- Para los futuros profesores en matemática se le sugiere tener presente el uso GeoGebra en la enseñanza de la matemática en conjunto con el programa ESMATE que actualmente se está impulsando en el país, aprovechando el acceso a dispositivos móviles que ahora en día se está volviendo común poseer.
- Los docentes en general deben procurar en gran medida capacitarse continuamente en las nuevas tecnologías para así lograr el mayor provecho de los recursos tecnológicos todo esto con el fin de poder fortalecer los procesos de enseñanza aprendizaje no solo en el área de matemática, sino que en todas las disciplinas.

Referencias

- Alcaido Tarifa, J. (2016). *Enseñanza de la geometría utilizando las TIC y materiales manipulativos como recurso didáctico en 4° de Primaria. [Grado de Maestro en Educación Primaria]*. Universidad Internacional de La Rioja.
- Almeida Bairral, M. (2002). *Desarrollo Profesional Docente en Geometría: análisis de un proceso de Formación a Distancia. [Tesis Doctoral, Universidad de Barcelona]*. Barcelona.
- Almérico Ávalos, T., & Cruzata Martínez, A. (2016). Geogebra como recurso didáctico para la comprensión y aplicación de los teoremas de Pitot, Poncelet y Steiner. *Revista de Educación*, 271-296.
- Alvarez Gómez, C. H., Berganza Pérez, O. F., Figuero Rodríguez, C. L., Nerio Amaya, D. E., & Rodríguez Martínez, R. M. (2019). *"Uso del software GeoGebra como herramienta para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría de quinto grado de educación básica del centro escolar Anselma Sánchez de Mancía, centro escolar cantón el guineo y centro escolar unión centroamericana*. Santa Ana.
- Argueta Aranda, A. E., Herrera Polanco, D. M., Mejía Ramos, F., & Gómez Juárez, C. O. (2018). *Programa de estudio de matemática para Educación Media*. San Salvador: MINED.
- Argueta, A. E., Gómez, C. O., Herrera, D. M., & Mejía, F. A. (2018). *Esmate libro de Matemática primer año*. San Salvador: MINEDUCYT.
- Argueta, A. E., Gómez, C. O., Herrera, D. M., & Mejía, F. A. (2018). *Esmate libro de matemática segundo año*. San Salvador: MINEDUCYT.
- Arteaga Valdés, E., Medina Mendieta, F. J., & Del Sol Martínez, J. L. (2019). EL GEOGEBRA: UNA HERRAMIENTA TECNOLÓGICA PARA APRENDER MATEMÁTICA. *Conrado*, 102-108. Obtenido de <http://conrado.ucf.edu.cu/index.php/conrado>
- Barrantes, M., & Blanco, L. (2004). *Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestro sobre la geometría escolar*. Badajoz.
- Barrera de Grijalva, S. C., Valiente Rivera, M. A., & Valiente Rivera, R. E. (2016). *"Aplicación de recursos tecnológico para la enseñanza de la Geometría en tercer ciclo de Educación Básica en el Distrito 01-02 del área urbana del departamento de Ahuachapán, en el año 2015"*, Universidad de El Salvador. Santa Ana.
- Benavides Criollo, G. R., Benavides Criollo, M. N., & Jumbo Sandoval, C. P. (2016). Uso de GeoGebra como recurso didáctico para el estudio, la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en el aula.
- Borbón A., A. (2010). MANUAL PARA GEOGEBRA. Guías para geometría dinámica, animaciones y deslizadores. *Revista Digital Matemática, Educación e Internet*, 11(1).

- Chumpitaz-Malpartida, L. D. (2019). Dificultades en el Aprendizaje de la Función Definida por Tramos: una mirada desde el enfoque instrumental de Pierre Rabardel. *Revista ConCiencia EPG*, 1-10. Obtenido de <https://doi.org/10.32654/CONCIENCIAEPG>.
- Del-Pino, J. (2013). El uso de Geogebra como herramienta para el aprendizaje de las. *Actas de las Jornadas Virtuales en Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria*, 243-250.
- Díaz Nunja, L., Rodríguez Sosa, J., & K. Lingán, S. (2018). Enseñanza de la geometría con el software GeoGebra en estudiantes secundarios de una institución educativa en Lima. *Propósitos y Representaciones*, 217-251.
- Flores Fuentes, F. H., Joya Castro, R. E., Maldonado Martínez, M. D., Navas Solís, Y. I., & Tesorero Valencia, H. A. (2020). *Estrategia metodológica que integra el software Geogebra para la enseñanza de la función cuadrática en los estudiantes de noveno grado*. Santa Ana: Universidad de El Salvador.
- Gamboa Araya, R., & Ballesteros Alfaro, E. (2009). Algunas reflexiones de la didáctica de la Geometría. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 113-136.
- Gavilán Izquierdo, J. M., & Barroso Campos, R. (2011). GeoGebra como Instrumento de la Práctica del Profesor.
- Godino, J. D. (2002). *Geometría y su didáctica*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática.
- Gutiérrez Rodríguez, Á. (2005). Aspectos metodológicos de la investigación sobre aprendizaje de la demostración mediante exploraciones con software de geometría dinámica. *Investigación en Educación Matemática*.
- Hernández Hechavarría, C. M., Arteaga Valdés, E., & Del Sol Martínez, J. L. (2021). Utilización de los materiales didácticos digitales con el GeoGebra en la enseñanza de la matemática. *Revista Conrado*, 17(79), 7-14.
- Hernández Sampieri, R., Fernández-Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2006). *Metodología de la investigación*. México: Mc Graw-Hill.
- Iranzo, N., & Fortuny, J. M. (2008). La influencia del SGD en las estrategias de resolución de problemas de geometría analítica. *Investigación en educación matemática: actas del XII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*.
- Iranzo, N., & Fortuny, J. M. (2009). La influencia conjunta del uso de GeoGebra y lápiz y papel en la adquisición de competencias del alumnado. *Enseñanza de las Ciencias*, 27(3), 433-446.

- Iturbe, A. M., Ruíz, M. E., Pistonesi, M. V., & Fantini, S. G. (2013). Uso del Geogebra en la enseñanza de la geometría en carreras de Diseño. *Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo*, 93- 101.
- Larios Osorio, V. (2006). La rigidez geométrica y la preferencia de propiedades geométricas en un ambiente de geometría. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9(3), 361-382.
- López Orozco, L. E. (2018). *Uso del GeoGebra como herramienta para el estudio de la función lineal con estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Latinoamericana, Universidad Católica de Manizales*. Manizales.
- Ministerio de Educación de El Salvador. (2012). *Plan de estudio de profesorado en matemática para Tercer Ciclo de Educación Básica y Educación Media*. San Salvador: MINED.
- Ministerio de Educación de El Salvador. (2018). *Programa de estudio de matemática para Tercer Ciclo de Educación Básica*. San Salvador: MINED.
- Pari Condori, A. (2019). *Memorias de la I jornada ecuatoriana de GeoGebra*. Azogues: UNA.
- Pinasco, J. P., Amster, P., Saintier, N., Laplagne, S., & Saltiva, I. (2009). *Las Geometrías*. Buenos Aires: Artes gráficas Rioplatense S. A.
- Rabardel, P. (2011). *Los hombres y las tecnologías Visión cognitiva de los instrumentos*. Bucaramanga, Colombia: Universidad Internacional de Santander.
- Rodríguez, J. B. (2020). *Inclusión del software GeoGebra en clases de Matemática. [Tesina de Licenciatura en Ciencias de la Educación]*. Bahía Blanca: Universidad Nacional Del Sur.
- Valderrama, J., & Saldaña, M. (2020). Influencia del software Geogebra en el rendimiento académico de los estudiantes del ciclo I de la EAP Turismo en el curso de Complemento Matemático-Unasam, 2017-I. 77-84.
- Vargas Vargas, G., & Gamboa Araya, R. (2013). EL MODELO DE VAN HIELE Y LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA. *UNICIENCIA*, 74-94. Recuperado el 2022

Anexos

ANEXO 1: Matriz de congruencia

Uso de GeoGebra y su incidencia en la enseñanza y aprendizaje de la Geometría en los estudiantes de primer año del profesorado en matemática de la Facultad Multidisciplinaria de Occidente en el año 2022

Idea de investigación	Tema de investigación	Problema de investigación	Preguntas de investigación	Objetivos	Hipótesis (estudios cuantitativos)	Variables	Métodos	Instrumento
Uso de GeoGebra en la enseñanza y aprendizaje de la Geometría en los estudiantes que cursan primer año del profesorado en matemática.	Uso de GeoGebra y su incidencia en la enseñanza y aprendizaje de la Geometría en los estudiantes de primer año del profesorado en matemática de la Facultad Multidisciplinaria de Occidente en el año 2022	¿Cuál es la incidencia del uso de GeoGebra en la enseñanza y aprendizaje de la geometría en los estudiantes de primer año que cursan el profesorado en matemática de la Facultad Multidisciplinaria de Occidente?	<p>¿Los docentes del departamento de matemática utilizan GeoGebra en la enseñanza de la Geometría?</p> <p>¿Los estudiantes del primer año del profesorado en matemática utiliza GeoGebra en la comprobación de teoremas correspondientes a Geometría?</p> <p>¿Qué limitantes se presentan por parte del cuerpo docente y</p>	<p>Objetivo General</p> <p>Analizar la incidencia en el uso de GeoGebra en la enseñanza y aprendizaje de la Geometría en los estudiantes de primer año del profesorado en matemática.</p> <p>Objetivos específicos.</p> <p>Determinar si los docentes del departamento de matemática implementan GeoGebra en la enseñanza de la</p>	<p>Hipótesis General:</p> <p>El uso de GeoGebra incide significativamente en la enseñanza de la Geometría en los estudiantes del profesorado en matemáticas.</p> <p>Hipótesis específicas</p> <p>H₁: Los docentes del departamento de matemática utilizan GeoGebra en la enseñanza de la geometría.</p>	Uso de GeoGebra Beneficios de GeoGebra Limitantes en el uso de GeoGebra	Hipotético-Deductivo	Encuesta (Docentes y estudiantes)

			<p>estudiantil al utilizar GeoGebra en la enseñanza y aprendizaje de la geometría?</p>	<p>Geometría con los estudiantes del profesorado en matemática.</p> <p>Conocer los beneficios que los estudiantes del profesorado en matemática obtienen al utilizar GeoGebra en el aprendizaje de la Geometría</p> <p>Identificar los limitantes del cuerpo docente y estudiantil al utilizar GeoGebra en la enseñanza y aprendizaje de la Geometría</p>	<p>H₂: Los estudiantes del profesorado en matemáticas obtienen beneficios significativos en su aprendizaje de la geometría al utilizar GeoGebra.</p> <p>H₃:El uso de GeoGebra presenta limitantes al implementarse en la enseñanza y aprendizaje de la geometría.</p> <p>Hipótesis nulas:</p> <p>H₀₁: Los docentes del departamento de matemática, no utilizan GeoGebra en</p>			
--	--	--	--	---	---	--	--	--

					<p>la enseñanza de la geometría.</p> <p>Ho₂: El uso de GeoGebra no presenta beneficios significativos en el aprendizaje de la geometría a los estudiantes del profesorado en matemática</p> <p>Ho₃: El uso de GeoGebra no presenta limitantes al implementarse en la enseñanza y aprendizaje de la geometría.</p>			
--	--	--	--	--	---	--	--	--

ANEXO 2: Instrumentos de recolección de datos



UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR
FACULTAD MULTIDISCIPLINARIA DE OCCIDENTE
ESCUELA DE POSGRADO
MAESTRÍA EN PROFESIONALIZACIÓN DE LA DOCENCIA SUPERIOR

Cuestionario dirigido a docentes.

Tema: Uso de GeoGebra y su incidencia en la enseñanza y aprendizaje de la Geometría en los estudiantes de primer año del profesorado en matemática de la Facultad Multidisciplinaria de Occidente en el año 2022

Objetivo: Obtener información sobre la implementación de GeoGebra en la enseñanza de la Geometría por parte de los docentes que han impartido una asignatura referente a Geometría y que actualmente laboran en el departamento de matemática, así como las posibles limitantes para su uso como apoyo didáctico.

Datos Generales:

Fecha: _____ **Años impartiendo la asignatura de Geometría:** _____ **N°:** _____

Indicación: A continuación, se presentan una serie de preguntas relacionadas a la implementación de GeoGebra y su incidencia en la enseñanza de la geometría. Cada pregunta está categorizada en las siguientes dimensiones: A) Implementación de GeoGebra B) Limitantes materiales y/o cognitivas. Marque con un "X" la opción que estime conveniente.


Categoría: Implementación de GeoGebra.

1. ¿Utiliza GeoGebra en la construcción de polígonos?
a) Siempre b) Casi siempre c) Algunas veces
d) Casi nunca e) Nunca

2. ¿Utiliza GeoGebra para el cálculo de áreas de figuras geométricas?
a) Siempre b) Casi siempre c) Algunas veces
d) Casi nunca e) Nunca

3. ¿Verifica teoremas por medio de arrastre de los vértices de un polígono en GeoGebra?
a) Siempre b) Casi siempre c) Algunas veces
d) Casi nunca e) Nunca

4. ¿Explora relaciones métricas en las figuras usando GeoGebra?
a) Siempre b) Casi siempre c) Algunas veces

- d) Casi nunca e) Nunca
5. ¿Comprueba resultados en GeoGebra de problemas resueltos en la pizarra?
- a) Siempre b) Casi siempre c) Algunas veces
- d) Casi nunca e) Nunca
6. ¿Usa la herramienta "segmento"  para calcular distancias entre dos puntos?
- a) Siempre b) Casi siempre c) Algunas veces
- d) Casi nunca e) Nunca
7. ¿Utiliza representación gráfica para explicar conceptos geométricos?
- a) Siempre b) Casi siempre c) Algunas veces
- d) Casi nunca e) Nunca
8. ¿Usa GeoGebra en la construcción de figuras para el diseño de sus exámenes?
- a) Siempre b) Casi siempre c) Algunas veces
- d) Casi nunca e) Nunca
9. ¿Realiza evaluaciones mediante el uso de GeoGebra?
- a) Siempre b) Casi siempre c) Algunas veces
- d) Casi nunca e) Nunca

Categoría: Limitantes materiales y/o cognitivas.

10. ¿Tiene acceso al centro de cómputo para impartir las clases?
- a) Sí b) No
11. ¿Posee computadora de escritorio o Laptop?
- a) Sí b) No
12. ¿Posee celular o Tablet que permita el uso de GeoGebra?
- a) Sí b) No
13. ¿Ha recibido capacitación en GeoGebra?
- a) Sí b) No

14. En caso de haber recibido capacitación ¿Qué institución se la ha brindado?

a) UES b) Ministerio de Educación c) INFOD d) Otros:

15. En escala de 1 al 10 escriba la puntuación que considere en cada uno de los niveles

Niveles	Puntuación
Instructor o capacitador	
Resuelve ecuaciones, funciones, integrales y otros	
Usa deslizadores y encuentra perímetros y áreas	
Traza puntos y los une para hacer figuras	
Total	

5. ¿Verifica teoremas mediante construcciones en GeoGebra?
- a) Siempre b) Casi siempre c) Algunas veces
- d) Casi nunca e) Nunca

Categoría: Limitantes materiales y/o cognitivas del uso de GeoGebra.

6. ¿Tiene acceso al centro de cómputo para realizar tareas exaulas?
- a) Sí b) No
7. ¿Posee computadora de escritorio o Laptop?
- a) Sí b) No
8. ¿Posee celular o Tablet que permita el uso de GeoGebra?
- a) Sí b) No
9. ¿Ha recibido capacitación en GeoGebra?
- a) Sí b) No
10. En caso de haber recibido capacitación ¿Qué institución se la ha brindado?
- a) UES b) Ministerio de Educación c) INFOD d) Otros: _____

11. ¿En escala de 1 al 10 escriba la puntuación que considere en cada uno de los niveles?

Niveles	Puntuación
Instructor o capacitador	
Resuelve ecuaciones, funciones, integrales y otros	
Usa deslizadores y encuentra perímetros y áreas	
Traza puntos y los une para hacer figuras	
Total	

ANEXO 3: Acuerdo N°. 15-1046 (Plan de estudio de profesorado en matemática)

Acuerdo N°. 15-1046
Plan de Estudio de Profesorado en
Matemática
para Tercer Ciclo de Educación Básica
y Educación Media

En cumplimiento a lo establecido en el Artículo 64 de la Ley de Educación Superior, el Ministerio de Educación presenta a las Instituciones de Educación Superior y al público en general los planes y programas de estudio de las carreras de profesorado y licenciatura en las diferentes especialidades y disciplinas del currículo nacional y niveles educativos para implementar los procesos de formación inicial docente en El Salvador.

Considerando el interés público en la formación docente, se han elaborado los planes y programas de estudio en forma participativa con diferentes actores y sectores académicos de la sociedad salvadoreña, quienes brindaron sus aportes para enriquecer elementos didácticos, pedagógicos, metodológicos y de especialidad, así como para fortalecer aspectos referidos a la educación ambiental y el cambio climático, la prevención de la violencia intrafamiliar y de género, la educación inclusiva y los derechos humanos, como fundamentales para que los nuevos docentes puedan enfrentar con garantías de éxito los retos y desafíos del presente siglo.

La complejidad en que se desarrollan los procesos educativos de la sociedad actual, el ritmo con el que avanzan la ciencia y la tecnología, las exigencias de la sociedad de la información y el conocimiento, la incidencia de la globalización en los diversos contextos sociales, las aspiraciones de mejorar las condiciones y la calidad de vida de las personas, entre otros, requieren de todos los actores educativos una participación activa, proactiva, propositiva y con visión de país para implementar acciones estratégicas que contribuyan a elevar la calidad de los procesos y los resultados educativos como medio para lograr una auténtica y genuina transformación social en El Salvador.

En este sentido, el rol de los educadores es fundamental, ya que contribuyen a la formación del ciudadano que el país necesita. La responsabilidad profesional del docente, su compromiso con la dignificación de la profesión y con el mejoramiento de los aprendizajes de los estudiantes deben redundar en un excelente nivel de desempeño en las aulas escolares que impacte positiva y paulatinamente en la calidad de la educación salvadoreña.

El Ministerio de Educación, las instituciones de Educación Superior autorizadas para la formación docente y los centros educativos que apoyan como centros de práctica tienen un alto nivel de responsabilidad en la calidad de la formación inicial del profesorado. En este contexto, es necesario fortalecer los procesos de selección de los aspirantes a docentes, ejecutar conscientemente los planes y programas de estudio, fortalecer las estrategias de aplicación de la práctica docente, asesorar y actualizar a los docentes tutores y directores de los centros de práctica, diseñar la evaluación externa en forma participativa y dar fiel cumplimiento a las normas establecidas.

Frente a la enorme responsabilidad de la educación para el desarrollo económico, político, social, cultural y democrático de nuestro país, los invitamos a continuar trabajando en equipo, decididamente, con visión compartida, y a la base de un pensamiento sistémico, para elevar continuamente la calidad de los procesos de la formación inicial docente en El Salvador, de tal forma que desde una educación sólida y bien dirigida podamos comprender mejor la interdependencia, actuar con tolerancia y, por tanto, convivir en paz y armonía, haciendo que prevalezcan el Estado de Derecho y el respeto a los derechos humanos, y actuando en todo momento con altos niveles de responsabilidad.

Franzi Hasbún Barake

Secretario de Asuntos Estratégicos de la Presidencia
Ministro de Educación ad honorem

Héctor Jesús Samour Canán
Viceministro de Educación

Erlinda Hándal Vega
Viceministra de Ciencia y Tecnología

San Salvador, 31 de agosto de 2012.

ACUERDO N° 15-1046 . EL MINISTRO DE EDUCACIÓN AD HONOREM, en uso de las facultades legales que establece el Reglamento Interno del Órgano Ejecutivo, en los Artículos 10, 14, 16 numeral 2 y 38 numerales 1, 6, 8 y 15; y

CONSIDERANDO:

- I) Que de conformidad al artículo 53 de la Constitución de la República de El Salvador, el derecho a la educación y a la cultura es inherente a la persona humana, y que en consecuencia, es obligación y finalidad primordial del Estado su conservación, fomento y difusión;
- II) Que de conformidad al artículo 57 de la Constitución de la República, el Estado podrá tomar a su cargo, de manera exclusiva, la formación del magisterio; estableciendo en el artículo 60 que: "Para ejercer la docencia se requiere acreditar capacidad en la forma que la ley disponga".
- III) Que de conformidad al Artículo 61 de la Constitución de la República y el 27 de la Ley General de Educación, la Educación Superior se regirá por una Ley especial, la que regulará la creación y el funcionamiento de las instituciones de educación superior; asimismo, Ley General de Educación en sus artículos 47, 86 y 87, faculta al Ministerio de Educación para regular el currículo nacional; coordinar la formación de docentes para los distintos niveles, modalidades y especialidades del Sistema Educativo Nacional; velar por las condiciones de las instituciones que la impartan y porque estas mantengan programas de capacitación y actualización para los docentes;
- IV) Que a tal efecto, el Artículo 64 de la Ley de Educación Superior, aprobada por Decreto Legislativo No. 468 de fecha 14 de octubre de 2004, publicada en el Diario Oficial No. 216, Tomo 365 de fecha 19 de noviembre de 2004, establece que los planes de estudio para formar profesores y licenciados en ciencias de la educación, para el ejercicio de la docencia en los niveles de Educación Parvularia, Básica y Media, y otros, para habilitar al ejercicio de la docencia en dichos niveles, son determinados por el Ministerio de Educación con la opinión del Consejo de Educación Superior; que el Ministerio de Educación determinará las exigencias académicas de los docentes formadores, la forma de evaluación, requisitos de ingreso y egreso de los estudiantes y los requerimientos mínimos que deban reunir las instituciones que ejecutan dichos planes y programas.

y que, ninguna institución de educación superior podrá ofrecer los planes y programas oficiales de formación a que se refiere este Artículo sin la autorización del Ministerio de Educación;

- V) Que en adición a tales facultades, el Artículo 5 de la Ley de la Carrera Docente, literalmente dice: "Es deber del Ministerio de Educación planificar y normar de manera integral la formación de los educadores para lograr los objetivos siguientes: 1. Formar de manera adecuada, científica y ética a los docentes para los distintos niveles y especialidades educativas; promoviendo y fomentando la investigación para mejorar la calidad del proceso de enseñanza-aprendizaje; 2. Estimular la superación y eficiencia de los educadores, mediante un sistema de remuneración acorde con su formación académica y antigüedad; 3. Preparar educadores en el número suficiente y necesario para cubrir las necesidades educativas de la población; 4. Promocionar y garantizar, en lo posible, plena ocupación a los educadores que se formen; y 5. Promover la educación nacional como instrumento que facilite el pleno desenvolvimiento de la personalidad de los educandos y el desarrollo social y económico del país";
- VI) Que con el objetivo de la "Dignificación y Desarrollo Profesional del Profesorado..." y el "Fortalecimiento de la Educación Superior", como líneas estratégicas del Plan Social Educativo "Vamos a la Escuela", a partir del año 2013 se implementarán nuevos planes y programas de estudio de las carreras de profesorado en las diferentes especialidades del Currículo Nacional y de la Licenciatura en Educación Inicial y Parvularia; a fin de contribuir al desarrollo de la educación superior para que alcance altos estándares de

POR TANTO,

El Ministerio de Educación con base a las consideraciones antes expuestas y con fundamento en los artículos 53, 57 y 61 de la Constitución de la República; 27, 47, 86 y 87 de la Ley General de Educación; 16 de la Ley de la Carrera Docente y 11 del Reglamento de la misma; 9, 11, 64 y 75 de la Ley de Educación Superior y 12 y 51 del Reglamento de la misma,

ACUERDA:

Aprobar el presente Plan de Estudio de la carrera de "Profesorado en Matemática para Tercer Ciclo de Educación Básica y Educación Media", que comprende: I. Generalidades de la Carrera; II. Justificación del Plan de Estudios; III. Objetivos del Profesional; IV. Perfil del Profesional; V. Organización del Pensum; VI. Forma de Evaluación de los Aprendizajes; VII. Requisitos de Graduación; VIII. Programas de Asignaturas y Seminarios; IX. Disposiciones Generales; X. Disposiciones Transitorias; XI. Derogación; y XII. Vigencia; el cual se transcribe a continuación:

Plan de Estudio de Profesorado en Matemática para Tercer Ciclo de Educación Básica y Educación Media

I. GENERALIDADES DE LA CARRERA

Nombre de la carrera:	Profesorado en Matemática para Tercer Ciclo de Educación Básica y Educación Media
Requisitos de ingreso:	Los establecidos en la normativa vigente del MINED
Título a otorgar:	Profesor o Profesora en Matemática para Tercer Ciclo de Educación Básica y Educación Media
Duración en años y ciclos:	3 años, 6 ciclos
Número de Unidades Valorativas:	125 UV
Total de horas en el plan:	2000 horas
Sede donde se imparte:	Instituciones de Educación Superior autorizadas por el MINED

II. JUSTIFICACIÓN DEL PLAN DE ESTUDIO

Este plan contempla innovaciones del currículo en consonancia con el Plan Nacional de Educación 2021, la atención a la diversidad y el enfoque por competencias que propone cuatro pilares para la educación: aprender a aprender, aprender a hacer, aprender a ser y aprender a convivir. Especial incidencia han tenido los principios generales del enfoque humanista, constructivista y socialmente comprometido. La propuesta se enmarca en el paradigma humanista integral con sus tres principios rectores: la formación integral, el espíritu científico y la conciencia crítica.

El plan y los programas son producto de una amplia revisión documental, de aportes personales desde la experiencia en la educación Salvadoreña media y superior y múltiples consultas con profesionales de la enseñanza de la matemática en el país a nivel de tercer ciclo, bachillerato y educación superior.

En 1940 se da la primera reforma educativa de El Salvador en la cual se elaboraron planes de estudio con orientaciones pedagógicas que significaron un avance en el sistema educativo nacional. Previo a esta fecha los profesores disponían solamente del listado de contenidos que debían "enseñar".

El sistema educativo había experimentado muy pocos cambios hasta 1968, año en el cual, a partir de las exigencias del modelo industrial y las de Punta del Este, se inicia la segunda reforma educativa nacional, impulsada por el

Ministro Walter Béneke. Esta reforma pretende ser integral y en el ámbito matemático marca la introducción de la llamada "Matemática Moderna" en el currículo nacional.

En el período 2000-2005 se plantea la "Reforma Educativa en Marcha", que implica también un cambio en los planes de estudio a nivel nacional. Se aplican nuevos enfoques al proceso de enseñanza-aprendizaje, se reduce en un año la educación media, se crean nuevos planes de estudio para el profesorado que se mantendrán vigentes hasta la fecha.

Nuevos paradigmas han surgido en esta disciplina, a partir del desarrollo de la Pedagogía, la Filosofía, la Psicología, la Sociología y el desarrollo de la Didáctica de las Matemáticas. La propuesta actual es trabajar en una formación integral y humanista, orientándose hacia el uso flexible del enfoque socio-constructivista en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática.

Se insiste en el enfoque de la resolución de problemas y en la aplicación de la matemática en la cotidianidad y en las conexiones de la matemática con las otras ciencias. Se anima la consideración de la diversidad de las capacidades de los estudiantes, y la utilización de las nuevas tecnologías cuando sea posible.

III. OBJETIVOS DEL PROFESIONAL

- Explicar los fundamentos disciplinares, psicológicos,

epistemológicos y sociológicos que intervienen en el diseño del currículo de Matemática.

- Describir los niveles de concreción del currículo nacional, así como los componentes del currículo prescrito-vigente de la asignatura de Matemática.
- Analizar y explicar los elementos preceptivos del currículo prescrito, enfoque, competencias, objetivos generales, objetivos de unidad, contenidos de enseñanza, e indicadores de logro; estableciendo su correspondencias y valorando la coherencia de los mismos.
- Identificar y explicar la secuencia didáctica de la Matemática en el Tercer Ciclo de Educación Básica, aplicándola en la elaboración de planes didácticos
- Identificar y explicar la secuencia didáctica de la Matemática en la Educación Media aplicándola en la elaboración de planes didácticos.
- Identificar tópicos de Matemática, valorando los principales recursos didácticos a fin de planificar adecuaciones curriculares.
- Diagnosticar, planificar, ejecutar y evaluar los procesos de enseñanza y de aprendizaje que abordará en los distintos niveles del sistema educativo especialmente en media y superior.
- Proponer actividades de evaluación acorde a los aprendizajes esperados en los estudiantes de Tercer Ciclo de Educación Básica y de Educación Media.

IV. PERFIL DEL PROFESIONAL

Se espera que el egresado(a) busque constantemente para sí mismo y para sus estudiantes una formación humana integral que permita el desarrollo pleno de sus capacidades, concibiendo como objetivo de su labor docente la formación de una persona solidaria, pensante, reflexiva, crítica y transformadora de su propia realidad. Las competencias que definen su perfil son las siguientes:

Habilidades intelectuales específicas

- Promover el uso de los conocimientos y métodos que fomentan el desarrollo del pensamiento lógico matemático, para analizar situaciones y resolver problemas del ámbito abstracto, aplicada a la vida cotidiana y de la realidad en general.
- Razonar sistemáticamente, mediante la aplicación de esquemas de pensamiento lógico y métodos de demostración propios de la matemática, para argumentar apropiadamente en el ámbito académico y en la vida diaria.
- Promover la visión de la matemática como una activi-

dad construida socialmente y en constante evolución, mediante la revisión de su desarrollo histórico, para mostrar el carácter dinámico y perfectible de las ciencias en la búsqueda del conocimiento de la realidad.

- Integrar las distintas áreas de la matemática, identificando los nexos y las relaciones entre ellas, para valorar la matemática como una estructura coherentemente interconectada mediante principios y relaciones que la unifican.

Dominio de los objetivos y los contenidos de la educación del Tercer Ciclo y Educación Media

- Dominio científico y didáctico de los contenidos, para lograr los objetivos de aprendizaje propuestos.
- Vincular los contenidos de las asignaturas a su cargo con la experiencia práctica cotidiana de las y los alumnos, con otras asignaturas y con aplicaciones diversas de las ciencias para lograr un proceso de aprendizaje significativo.
- Hacer adecuaciones curriculares y actividades docentes para adaptarlas al nivel de desarrollo cognitivo y psicológico de las y los alumnos y a la realidad educativa que le toque enfrentar.

Competencias didácticas

- Utilizar la didáctica de la matemática, estructurando adecuadamente las secuencias del proceso de enseñanza-aprendizaje para desarrollarlo de forma efectiva y creativa.
- Diseñar situaciones didácticas que permitan ejercitar el análisis, la resolución de problemas, el uso del razonamiento deductivo e inductivo, la particularización y la abstracción, para contribuir al desarrollo del pensamiento lógico, creativo, reflexivo y crítico de sus estudiantes.
- Comunicar sus ideas con orden y claridad en el aula, utilizando correctamente el lenguaje común y el lenguaje matemático, ofreciendo ejemplos apropiados y pertinentes a la vida, y a la experiencia previa de sus estudiantes para facilitar el proceso de aprendizaje.
- Trasladar adecuadamente el saber matemático formal al saber aplicado a la acción pedagógica mediante una comunicación clara y coherente, para ordenar y consolidar el pensamiento matemático de sus estudiantes.
- Cultivar una buena relación con sus estudiantes, padres y madres de familia, y otros miembros de la comunidad educativa, respetándoles, atendiéndoles, dialogando con ellos, considerando sus puntos de vista, sus inte-

reses, sus limitantes, su afectividad y sus necesidades especiales para adaptar estrategias que les estimulen y posibiliten su éxito.

- Dar seguimiento a los procesos de aprendizaje de sus estudiantes, aplicando diversas técnicas de evaluación, comunicándoles de manera constructiva sus observaciones, para adoptar estrategias que permitan trabajar en conjunto y alcanzar las metas del proceso educativo.
- Reflexionar y evaluar su propia práctica docente, para enfrentar el cambio y las novedades de las realidades educativas y para superar continuamente su propia práctica profesional
- Diseñar escenarios didácticos que permitan la construcción del propio conocimiento, fomentando la lectura reflexiva, la investigación y el hábito de autoevaluación entre sus estudiantes, con el propósito de promover y facilitar el aprendizaje autónomo.
- Fomentar el rol activo de sus estudiantes en el proceso educativo, propiciando su participación en clase, la actividad de investigación científica y el trabajo colaborativo para experimentar y valorar la construcción personal y social del conocimiento.
- Valorar y promover el interés por la matemática en su comunidad educativa y fuera de ella, mostrando su utilidad, su historia, su aspecto recreativo y su armonía con los otros saberes y con la naturaleza, para motivar su estudio y hacerlo agradable.
- Aprovechar y explorar continuamente el potencial didáctico de las nuevas tecnologías, mediante su uso eficiente, consciente y crítico, para facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Identidad profesional y ética

La escuela juega un rol de agente socializador y reproductor de valores presentes en las sociedades, consecuentemente, el docente será competente para:

- Desarrollar su actividad docente concibiéndola como un servicio a la comunidad, ejerciéndola profesionalmente de la mejor manera posible, para beneficio de todos.
- Ejercer efectivamente su rol de líder y guía de la juventud, principalmente a través de la vivencia de valores y virtudes reflejadas en su comportamiento y en sus actitudes, para transmitirlos a sus estudiantes mediante el ejemplo, de forma coherente y sistemática.
- Incorporar los temas transversales y contenidos actitudinales en la planificación del trabajo desarrollado en el aula, para contribuir de forma sistemática a la

formación y desarrollo de valores en sus estudiantes.

- Propiciar la reflexión sobre los diversos modelos de comportamiento que sus estudiantes reciben, generando espacios y momentos especiales para ayudar a desarrollar en ellos un pensamiento crítico que les permita una elección responsable.
- Trabajar en armonía con la orientación filosófica del sistema educativo nacional, conduciendo su labor docente con profesionalismo, considerando y respetando los principios generales que conducen la actividad educativa nacional.
- Valorar el trabajo en equipo en el aula, en la institución educativa y en la sociedad en general, favoreciendo el trabajo colaborativo, el respeto mutuo entre sus compañeros y el esfuerzo común para lograr con mayor eficacia sus objetivos.
- Concebir y abordar el hecho educativo socialmente como resultado de la interacción de diversos actores: estudiantes, maestros, directores, padres de familia, la sociedad misma, y realizar acciones que aproximen a estos actores entre sí para optimizar los resultados del proceso educativo.
- Reconocer los principales problemas que afectan a su comunidad y a su país, mediante el análisis constante de la realidad, comprometiéndose para colaborar en la solución de los problemas y en la construcción de una mejor sociedad

V. ORGANIZACIÓN DEL PENSUM

La organización de la malla curricular responde al perfil deseable del docente de Matemática para Tercer Ciclo de Educación Básica y Educación Media. Los programas de las asignaturas y las actividades de aprendizaje también han sido determinados a partir de dicho perfil. El plan de estudios para la formación inicial de docentes en la especialidad de matemática, está conformado por 6 semestres, que tiene una duración de 16 semanas, mínimo, con 5 días laborales por semana.

Considera tres áreas:

- Actividades principalmente escolarizadas, desarrolladas en el centro de estudios.
- Actividades de acercamiento a la práctica del proceso enseñanza-aprendizaje, mediante la observación y la práctica educativa, bajo orientación de profesores de asignaturas y tutor.
- Práctica intensiva en condiciones reales de trabajo en instituciones de Tercer Ciclo y Educación Media.

ANEXO 4: Programa de Geometría I y II

Geometría I

1. GENERALIDADES

- Número de orden: 1
- Código: GEI
- Prerrequisito: 0
- Número de horas clase por ciclo: 100 horas
- Duración de la hora clase: 50 minutos
- Duración del ciclo en semanas: 16 semanas, mínimo
- Unidades Valorativas: 5 UV
- Identificación del ciclo académico: I

2. DESCRIPCIÓN

Este curso corresponde al programa formación I de docentes en geometría y presenta los conocimientos básicos de Geometría Euclidiana plana y del espacio, de una manera que permite a los docentes en formación sistematizar las relaciones entre los diferentes conceptos, axiomas y teoremas de esta rama de la matemática, y desarrollar las capacidades de justificar afirmaciones en el contexto de la geometría. Finalmente es de vital importancia fundamentar estos conocimientos geométricos para resolver problemas y construir procesos de argumentación de razonamiento deductivo e inductivo.

3. OBJETIVOS GENERALES

- Aplicar técnicas de razonamiento inductivo y/o deductivo a la resolución de problemas en Geometría.
- Demostrar teoremas básicos de Geometría, basándose en axiomas, conceptos primitivos, definiciones y resultados previos.
- Desarrollar sistemas deductivos
- Identificar las propiedades de las figuras geométricas
- Aplicar las propiedades en la resolución de problemas y demostración de teoremas.
- Realizar algunas construcciones elementales.
- Manejar los casos de semejanza y en especial el teorema de Pitágoras.
- Calcular área de figuras geométricas y sus relaciones con semejanza.
- Conocer las relaciones entre los diferentes elementos del círculo.

- Construir algunos polígonos regulares.
- Calcular las áreas y volumen e sólidos.

• 4. CONTENIDOS

Unidad 1. Elementos de la geometría

Objetivo:

- Apropiarse de los antecedentes históricos de la geometría clásica y de sus resultados, desde los elementos de Euclides.

Contenidos:

- Aspectos históricos.
- Postulados básicos y Quinto Postulado de Euclides.
- Definiciones primitivas: punto, línea, línea recta y su determinación única con dos puntos dados, superficie, superficie plana y su determinación única con tres puntos dados, región, región plana, espacio, cuerpo sólido.
- Otras definiciones: rectas secantes, rectas paralelas, segmento de recta, rayo o semirrecta, ángulo, circunferencia, semiplano, perímetro de una región, área de una región, triángulo, cuadrilátero, polígono, polígono regular de n lados ($n = 3, 4, \dots, 20$), círculo, planos paralelos, planos secantes, poliedro, poliedros platónicos y arquimedianos, área superficial de un cuerpo sólido, volumen de un cuerpo sólido.

Unidad 2. Estudio de la geometría clásica

Objetivo:

- Fundamentar las competencias propias de la geometría en los futuros docentes haciendo un estudio sistemático, reflexivo, analítico y riguroso de segmentos, ángulos, triángulos y cuadriláteros.

Contenidos:

- Segmentos.
 - Distancia entre dos puntos.
 - Punto medio de un segmento y su construcción con regla y compás.
 - Relación de Chasles en segmentos de recta y álgebra de segmentos.
 - Sistemas de medida para segmentos: metros, pulgadas, uso de la regla graduada, conversión de medidas.
- Ángulos.
 - Rectas secantes y ángulos: ángulos opuestos por el vértice, ángulos adyacentes.

- Clasificación de ángulos: ángulos rectos, ángulos agudos, ángulos obtusos, ángulos complementarios, ángulos suplementarios, ángulos convexos, ángulos cóncavos.

- Bisectriz de un ángulo y su construcción con regla y compás.

- Relación de Chasles en ángulos y álgebra de ángulos.

- Sistemas de medida para ángulos: sistemas sexagesimal, radianes, uso del transportador, conversión de medidas.

- Ángulos entre rectas paralelas cortadas por una recta secante: ángulos alternos internos y ángulos correspondientes.

• Triángulos.

- Elementos de un triángulo: lados, vértices, ángulos internos y externos.

- Clasificación de triángulos: equiláteros, isósceles, escalenos, acutángulos, rectángulos, obtusángulos. Teoremas fundamentales en el triángulo.

- Teorema del ángulo externo de un triángulo.

- Suma de ángulos internos de un triángulo.

- Suma de ángulos externos de un triángulo.

- Desigualdad triangular.

- Teoremas sobre triángulos isósceles.

- Teorema sobre el lado mayor y el ángulo mayor de un triángulo.

• Perpendicularidad:

- Mediatriz de un segmento y su construcción con regla y compás.

- Construcción con regla y compás de dos rectas paralelas.

- Distancia de un punto a una recta, distancia entre rectas paralelas, y la construcción con regla y compás del segmento asociado.

- Altura de un triángulo y su construcción con regla y compás.

- Teorema de Pitágoras y fórmulas sobre la proyección ortogonal del lado de un triángulo sobre otro lado.

• Rectas notables en un triángulo:

- Mediana con respecto a un vértice.

- Bisectriz interna y externa con respecto a un vértice.

- Altura con respecto a un vértice.

- Mediatriz con respecto a un lado.

• Congruencia de triángulos.

- Criterios de congruencias de triángulos.

- Aplicaciones especiales de congruencia de triángulos:

- Propiedades de triángulos isósceles y triángulos equiláteros.
- Teorema de Pitágoras bajo el enfoque de congruencia de triángulos.
- Teorema de la base media de un triángulo.
- Teorema de la mediana en un triángulo rectángulo.
- Cuadriláteros.
 - Clasificación de acuerdo a sus diagonales: cuadrilátero convexo, cuadrilátero cruzado y cuadrilátero entrante.
 - Suma de ángulos internos de un cuadrilátero no cruzado y suma de ángulos externos de un cuadrilátero convexo.
- Paralelogramos:
 - Propiedades generales de paralelogramos: propiedades sobre ángulos, lados y diagonales.
 - Propiedades especiales de los rectángulos: propiedades sobre ángulos, lados, diagonales y fórmula de área de un rectángulo.
 - Propiedades especiales de los rombos: propiedades sobre ángulos, lados, diagonales y fórmula de área de un rombo.
 - Propiedades especiales de los cuadrados: propiedades sobre lados, ángulos, diagonales y fórmulas de área para un cuadrado.
 - Área de un paralelogramo, área de un triángulo y ley del paralelogramo.
- Trapezios:
 - Propiedades generales de los trapezios: teorema de la base media de un trapecio, propiedades de ángulos y diagonales, área de un trapecio.
 - Propiedades especiales de los trapezios rectángulos.
 - Propiedades especiales de los trapezios isósceles.
 - Cuadriláteros bisósceles: propiedades de las diagonales un trapecio bisósceles, área de un trapecio bisósceles.
 - Teorema de Varignon.
- Circunferencia.
 - Conceptos básicos: centro, radio, cuerda, diámetro, arco, semicircunferencia, teorema sobre las cuerdas mayores de una circunferencia.
 - Ángulos en la circunferencia:
 - Teorema ángulo central y ángulo inscrito que subtienden el mismo arco.
 - Teorema sobre ángulos inscritos que subtienden el mismo arco.
 - Cuadriláteros concíclicos, teorema de Miquel, recta de Simson-Wallace.
- Rectas y circunferencias tangentes a una circunferencia dada:
 - Propiedades de una recta tangente a una circunferencia dada.
 - Construcción con regla y compás de las rectas tangentes a una circunferencia que pasan por un punto dado.
 - Teorema ángulo inscrito y ángulo semi-inscrito que subtienden el mismo arco.
 - Propiedades de una circunferencia tangente a una circunferencia dada.
 - Cuadriláteros inscribibles y teorema de Pithot.
 - Perímetro de una circunferencia y área de un círculo.
- Semejanza de triángulos.
- Proporcionalidad:
 - Definición y propiedades algebraicas.
 - Proporcionalidad de longitudes y proporcionalidad de áreas.
 - Teoremas sobre proporcionalidad de áreas de triángulos que comparten base o comparten altura.
 - Teorema de Thales y teoremas recíprocos de Thales.
 - Criterios de semejanza de triángulos.
- Aplicaciones especiales de semejanza de triángulos:
 - Teorema de Pitágoras bajo el enfoque de semejanza de triángulos.
 - Teorema de la bisectriz interna y teorema de la bisectriz externa.
 - Razones trigonométricas y relaciones métricas de triángulos notables: triángulo $45^\circ-45^\circ-90^\circ$ y triángulo $30^\circ-60^\circ-90^\circ$.
 - Teorema de Menelao y teorema de Ceva.
 - Teoremas de Ptolomeo sobre cuadriláteros concíclicos.
 - Potencia de punto y eje radical.
 - Relaciones métricas en polígonos regulares, número áureo.
- Rectas y Puntos Notables de un Triángulo.
- Medianas y centroide:
 - Teorema de la concurrencia de las medianas de un triángulo.
 - Propiedades del centroide de un triángulo.
- Mediatrices y circuncentro:
 - Teorema de la concurrencia de las mediatrices de un triángulo.
 - Propiedades del circuncentro, el circunradio y el circuncírculo de un triángulo.
- Alturas y ortocentro:

- Teorema de la concurrencia de las alturas de un triángulo.
- Propiedades del ortocentro de un triángulo.
- Bisectrices, incentro y excentros:
 - Teorema de la concurrencia de las bisectrices en el incentro y los excentros del triángulo.
 - Propiedades del incentro, de los excentros, del inradio y de los exradios de un triángulo.
- Propiedades especiales:
 - Ángulo formado por dos bisectrices internas.
 - Propiedades del triángulo medial y del triángulo órtico.
 - Teorema sobre la reflexión de una altura con respecto a una bisectriz.
 - Teorema sobre la reflexión del ortocentro con respecto a los lados del triángulo.
 - Relaciones métricas de los segmentos tangentes al incírculo y a los excírculos.
 - Fórmulas especiales de área de un triángulo: en función de los lados y el inradio, en función de los lados y el circunradio, en función de los lados (fórmula de Herón).
 - Teorema de Poncelet.
 - Recta de Euler y circunferencia de los 9 puntos.
 - Teorema de Pascal y teorema de Brianchon.

Unidad 3. Geometría del movimiento

Objetivo :

- Entender el concepto de geometría dinámica o interactiva desde el razonamiento sobre una serie de objetos elementales (puntos, circunferencias, polígonos, etc.) a partir de los cuales es posible construir nuevos objetos, de forma que al modificar las condiciones de los objetos iniciales se modificando automáticamente las características de los objetos finales, permaneciendo las relaciones establecidas entre los objetos primarios.

Contenidos:

- Isometrías.
 - Isometrías básicas:
 - Traslaciones, rotaciones, simetría puntual, simetría axial.
 - Transformación de segmentos de recta, triángulos, rectas, polígonos y circunferencias, utilizando las isometrías básicas.
 - Problemas de optimización: construcción del puente que une dos ciudades ubicadas en orillas distintas de un río, principio de Herón, teorema de Fagnano,

primer punto de Fermat.

- Isometrías generales: Definición, clasificación (directa e indirecta) y propiedades.
- Unicidad de una isometría sabiendo el efecto sobre tres puntos no alineados.
- Una isometría directa vista como una traslación o una rotación.
- Teorema de las tres simetrías axiales.
- Similitudes.
 - Homotecias: Definición, clasificación (razón de homotecia positiva o negativa) y propiedades.
 - Homotecia de segmentos de recta, triángulos, rectas, polígonos y circunferencias.
 - Definición, clasificación (directa e indirecta) y propiedades.
 - Unicidad de una similitud sabiendo el efecto sobre tres puntos no alineados.
 - Similitud directa vista como la composición de una isometría directa seguida de una homotecia.
 - Similitud indirecta vista como la composición de una isometría indirecta seguida de una homotecia.

Unidad 4. Geometría sólida

Objetivo :

- Conocer las propiedades y aplicaciones de los sólidos así como la extensión de teoremas fundamentales de la geometría clásica como Pitágoras, Thales y Desargues, haciendo un estudio sistemático de los poliedros y cuerpos redondos.

Contenidos:

- Rectas y planos.
- Posiciones relativas entre rectas y planos.
 - Rectas coplanares y rectas alabeadas.
 - Recta paralela a un plano, recta secante a un plano y recta perpendicular a un plano.
 - Planos paralelos, planos secantes y planos perpendiculares.
- Teorema de las Tres perpendiculares.
- Teorema de Pitágoras en el espacio.
- Teorema de Thales en el espacio.
- Teorema de Desargues.
- Ángulos:
 - Ángulo entre un plano y una recta secante al plano.
 - Ángulo diedro.
 - Ángulo triedro.
 - Ángulo poliedro.
- Polígonos en el espacio: polígono coplanar y polígo-

- no no coplanar.
- Cuerpos.
- Poliedros:
 - Poliedros convexos y poliedros no convexos.
 - Teorema de Euler.
 - Poliedros regulares y arquimedianos.
 - Tetraedros: bimedias y centroide, planos medidores y circuncentro, planos bisectores e incentro, esfera circunscrita y esfera inscrita al tetraedro.
- Pirámides: clasificación de pirámides, área superficial y volumen de pirámides.
- Prisma: clasificación de prismas, área superficial y volumen de prismas.
- Paralelepípedos: área superficial y volumen de paralelepípedos rectangulares.
- Cuerpos Redondos:
 - Cilindro: clasificación de cilindros, área superficial y volumen del cilindro circular recto.
 - Conos: clasificación de conos, área superficial y volumen del cono circular recto.
 - Esfera: área superficial y volumen de la esfera.
- Sólidos de revolución y teorema de Pappus.

Contenidos Actitudinales

- Aprecio y reconocimiento de la utilidad de la Geometría en la vida cotidiana, en el arte y en las ciencias.
- Reconocimiento de la evolución histórica de la Geometría.
- Aprecio por la simplicidad y claridad en el razonamiento matemático.
- Valoración y uso de la argumentación lógica en la vida cotidiana.
- Actitud respetuosa, reflexiva y crítica ante argumentaciones planteadas en la vida cotidiana.
- Tenacidad en la búsqueda de soluciones a problemas planteados.
- Entusiasmo y agrado por el estudio de la Geometría.
- Curiosidad científica por la verificación de las afirmaciones teóricas.
- Confianza y seguridad en su propia capacidad argumentativa.
- Reconocimiento y valoración de la simetría y del componente estético de las configuraciones geométricas presentes en la vida cotidiana, en las ciencias y en las artes.
- Hábito de observar el mundo que nos rodea con mucha atención y con actitud analítica.
- Valoración de la precisión, orden y aseo en las repre-

sentaciones gráficas y demás.

- Valoración del aporte grupal y la discusión en la clarificación de situaciones problemáticas.
- Interés y empeño en la práctica de valores.

5. ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS

En el curso se desarrollarán las actividades siguientes:

Sesiones facilitadas por el docente, seleccionando diversas técnicas didácticas según sus necesidades. Se sugiere incorporar un enfoque constructivista, dando lugar a una metodología activa, heurística y diferenciada, según las capacidades de sus estudiantes, para lograr un aprendizaje cooperativo, duradero y significativo.

- Sesiones de consulta y discusión de problemas.
- Tareas y proyectos ex aula de carácter individual y grupal.

En la enseñanza de la Geometría es importante enfatizar su construcción lógica, pero también debe insistirse en su carácter aplicado y en el papel que en su desarrollo, juegan la imaginación y la creatividad. Es conveniente propiciar actividades de medición para resolver problemas prácticos y generar discusiones sobre aplicaciones importantes en las ciencias y en la cotidianidad, lo cual permite incorporar temáticas consideradas como ejes transversales del currículo.

Adicionalmente, puede mostrarse el uso de la Geometría en el arte: analizar rosetones, frisos y mosaicos, adoquinar planos, analizar simetrías, discutir sobre las formas de obras arquitectónicas y otras actividades similares.

Los programas informáticos de graficación y los procesadores geométricos como Cabri 3D, Geogebra, Regla y Compás, Dr. Geo y otros pueden ser de mucha utilidad para estimular la construcción y análisis de figuras geométricas.

Finalmente, la para estudiar la Geometría en forma lúdica. Pueden elegirse juegos o desafíos interesantes, que no deberán ser demasiado complicados, para estimular la creatividad e imaginación de los estudiantes.

6. ESTRATEGIAS DE EVALUACIÓN

Evaluación diagnóstica no calificable para partir de una base real que permita diferenciar las diversas capacidades de los estudiantes y decidir las estrategias iniciales. Evaluación formativa, que permita adoptar estrategias de mejora continua.

Se sugiere la elaboración de un Portafolio, en el cual, se recopilan las tareas, ejercicios y actividades importantes realizadas por los estudiantes, cada una culminada por una corta reflexión personal (posterior a su calificación), sobre su avance en el proceso de enseñanza-aprendizaje: fortalezas y dificultades, principales errores en esa actividad particular y estrategia personal para superarlos.

Evaluación sumativa, para medir los logros de los estudiantes en vistas a su promoción.

Evaluación global, que permita medir la fijación de los conocimientos y habilidades a mediano y largo plazo.

Evaluación parcial que permita medir los conocimientos y habilidades adquiridas en el corto plazo.

Evaluaciones de trabajos grupales, que incorporen la autoevaluación de los estudiantes y la coevaluación entre ellos.

Evaluaciones de diversas actividades en el aula y fuera del aula, además de las pruebas objetivas. Elaboración de material didáctico, lecturas, mediciones de campo, investigación bibliográfica y otros.

La evaluación debe considerar la comprensión y aplicación de los conceptos, y la correcta ejecución de las distintas fases de los procedimientos, además de los resultados finales. Se valorará también, la correcta comunicación, la correcta interpretación y el correcto razonamiento en la resolución de problemas. Se valorarán también, algunos contenidos actitudinales que se reflejen en el trabajo, tales como: la actitud positiva para el trabajo en equipo, el orden, limpieza y claridad en las actividades desarrolladas.

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- CLEMENS, C. (1991) *Geometry for the classroom*. USA, Springer-Verlag.
- CLEMENS, M. (1998). *Geometría*. Addison Wesley Longman de México, S.A. de C. V., & Cooney, Thomas.
- EĖIMOV, N. (1969). *Breve curso de geometría analítica*. MIR, Moscú.
- Fuller, G (1999). *Geometría Analítica*, 7ª ed. Pearson Educación de México.
- Howard, E. (1969). *Estudio de las geometrías*, 2 tomos,

UTHEA, México.

Lam. E. (2001). *Geometría Analítica y Trigonometría*. Pearson Educación Latinoamérica

Lehmann, Ch. (1982). *Geometría Analítica*. Limusa, México.

Ramírez-Galarza, A (2004). *Geometría Analítica: Una introducción a la Geometría*, Las Prensas de Ciencias, Facultad de Ciencias, UNAM.

Wentworth, G. (1993). *Geometría plana y del espacio*. Porrúa, México.

Wexler, Ch. (1968). *Geometría analítica con un enfoque vectorial*. Montaner y Simón, Barcelona.

Geometría II

- estos elementos se potenciará en los docentes una formación sólida en geometría haciendo en cada una de las unidades la reflexión didáctica necesaria, de forma tal que los futuros docentes de matemática tenga una formación con capacidad para fundamentar en sus futuros estudiantes las competencias necesarias para la innovación en todas las áreas del conocimiento.

3. OBJETIVOS GENERALES

Con esta asignatura se pretende que el futuro docente desarrolle pensamiento geométrico sustentado en la construcción lógica y sistemática, mediante el ejercicio del razonamiento matemático, para construir su conocimiento teórico, sustentar con solidez sus argumentaciones y proceder con disciplina y rigor en todos los ámbitos de la vida.

En particular, el futuro docente será competente para:

- Manipular con destreza el concepto línea recta en sus diferentes contextos.
- Visualizar propiedades más importantes de la línea recta, así como su representación analítica
- Generar una actitud retroactiva en la deducción de las ecuaciones que representan las rectas, a partir de los conceptos desarrollados previamente.
- Manipular y aplicar el uso de los distintos instrumentos para construir figuras geométricas.
- Visualizar y comprender el concepto de circunferencia.
- Aplicar el concepto de potencia para resolver problemas geométricos interesantes
- Visualizar, manipular y reconocer las diferentes formas de las ecuaciones de las cónicas.
- Identificar los distintos de cónicas de acuerdo a su ecuación.
- Manipular y demostrar distintas propiedades comunes a las cónicas
- Definir geométrica y analíticamente un vector y los diferentes usos e importancia en la matemática.
- Demostrar geoméricamente propiedades fundamentales de los vectores.
- Demostrar propiedades de la geometría sintética con esta herramienta.
- Desarrollar competencias didácticas alrededor del tema.
- Sensibilizar en el correcto uso y desarrollo de los conceptos de la teoría de números complejos.
- Manipular con destreza las propiedades de números complejos
- Sensibilizar en el correcto uso y desarrollo de los con-

GEOMETRÍA II

1. GENERALIDADES

- Número de orden: 6
- Código: GEII
- Prerrequisito: Geometría I
- Número de horas clase por ciclo: 80 horas
- Duración de la hora clase: 50 minutos
- Duración del ciclo en semanas: 16 semanas, mínimo
- Unidades Valorativas: 4 UV
- Identificación del ciclo académico: II

2. DESCRIPCIÓN

En la asignatura de geometría II se hace un recorrido sistemático de la recta, la circunferencia y las cónicas estableciendo en dichas unidades todo lo concerniente a sus elementos y propiedades geométricas para posteriormente hacer un análisis de las propiedades operaciones y aplicaciones de los vectores, a continuación se desarrolla un estudio sistemático de los números complejos y sus aplicaciones en geometría finalizando con el estudio de las rectas y planos en el espacio, con

ceptos de la geometría del espacio.

- Manipular con destreza el trazo de objetos tridimensionales.
- Desarrollar competencias didácticas alrededor de los temas de la unidad.

4. CONTENIDOS

Unidad 1. Conceptos Preliminares de la Geometría Analítica

Objetivo:

- Comprender y utilizar conceptos, algoritmos y fórmulas propias de la geometría analítica para resolver problemas relacionados con la rectas en el plano cartesiano.

Contenidos:

- Sistema coordenado en el plano.
- Distancia entre dos puntos dados.
- Pendiente de una recta.
- Ángulo de dos rectas
- Consideraciones didácticas acerca de los conceptos abordados en la unidad.

Unidad 2. Estudio analítico de la recta

Objetivo:

- Identificar los parámetros principales de una recta, así como comprender que un conjunto de puntos en el plano que corresponden a una recta se pueden representar por medio de ecuaciones.

Contenidos:

- Definición de línea recta. La línea recta.
- Ecuación de una recta que pasa por un punto y una pendiente dada.
- Otras formas de la ecuación de la recta.
- Forma general y normal de la ecuación de una recta.
- Familias de Rectas
- Aplicaciones.
- Consideraciones didácticas acerca de los conceptos abordados en la unidad

Unidad 3. Circunferencias y familias de circunferencias

Objetivo:

- Aplicar las propiedades de la recta y la circunferen-

cia para establecer procesos que permitan analizar el comportamiento de gráficos en el plano cartesiano y la representación algebraica de lugares geométricos mediante ecuaciones.

Contenidos:

- Definición de línea recta. La línea recta.
- Definición y ecuación del círculo y la circunferencia
- Intersección de una recta con una circunferencia.
- Ecuación de la tangente a la circunferencia en un punto.
- Intersección de dos circunferencias.
- Tangentes desde un punto a la circunferencia.
- Determinación de las tangentes, paralelas a una recta.
- Ecuaciones paramétricas.
- Ecuación de la circunferencia en coordenadas polares.
- Ejes radicales. Haces de una circunferencia.
- Potencia de un punto respecto a una circunferencia.
- Ejes y centro radicales.
- Haces lineales de circunferencias. Clasificación.
- Circunferencias ortogonales. Haces ortogonales.
- Circunferencia ortogonal a tres circunferencias.
- Consideraciones didácticas acerca de los conceptos abordados en la unidad.

Unidad 4. Cónicas

Objetivo:

- Distinguir entre las distintas formas de la ecuación de segundo grado, determinando sus características en relación a los términos que la componen e interpretando el lugar geométrico que define, visualizando las propiedades de la parábola, elipse e hipérbola.

Contenidos:

- Introducción: Intersección de planos y conos. Diversos casos.
- La parábola. Elementos de la parábola.
- Ecuaciones de la parábola.
- Propiedades de la parábola.
- La elipse. Elementos de la elipse.
- Ecuaciones de la elipse.
- Propiedades de la elipse.
- La hipérbola. Elementos de la hipérbola.
- Ecuaciones de la hipérbola.
- Propiedades de la hipérbola.
- Las cónicas y la ecuación general de segundo grado. Clasificación.
- Consideraciones didácticas acerca de los conceptos abordados en la unidad.

Unidad 5. Vectores

Objetivo:

- Establecer conceptos y procesos necesarios para adquirir habilidades algebraicas necesarias para representar gráficamente vectores y ejemplificar productos vectoriales aplicando los principios básicos de espacios vectoriales en la resolución de problemas, con orientación a la resolución de problemas físicos.

Contenidos:

- Concepto de "vector". Notación.
- Igualdad de vectores. Vectores paralelos.
- Producto de un escalar por un vector. Propiedades.
- Representación gráfica y analítica de vectores en el espacio bidimensional y tridimensional.
- Suma y resta de vectores. Propiedades.
- Combinación lineal de vectores. Dependencia e independencia lineal.
- Productos: producto escalar de vectores, producto vectorial, triple producto escalar, triple producto vectorial. Aplicaciones. Demostración de teoremas geométricos utilizando vectores. Proyección escalar y proyección vectorial de un vector sobre otro.
- Concepto de "Espacio vectorial".
- Consideraciones didácticas acerca de los conceptos abordados en la unidad.

Unidad 6. Números complejos

Objetivo:

- Conocer, comprender y aplicar las operaciones básicas (suma, resta, producto, división, potenciación y radicación) con los números complejos, haciendo énfasis en sus aplicaciones para resolver problemas algebraicos y geométricos.

Contenidos:

- Aspectos históricos.
- El cuerpo de números complejos.
- La imposibilidad de ordenar el cuerpo de números complejos con un orden compatible con su estructura algebraica.
- La representación del número complejo en el plano.
- La representación trigonométrica de los complejos.
- Las operaciones con números complejos y su significado geométrico.
- La potenciación compleja. Análisis del caso de exponente complejo. Interpretación geométrica.

- Las fórmulas de Euler y las identidades trigonométricas.
- Las raíces de la unidad y su interpretación geométrica.
- La solución de ecuaciones en el cuerpo de números complejos.
- La inversión compleja y la inversión geométrica.
- La inversión de rectas.
- La inversión de circunferencias.
- Resolución de problemas con números complejos.
- Problemas algebraicos.
- Problemas geométricos.

Unidad 7. Geometría del espacio

Objetivo:

- Comprender conceptos relacionados a rectas y planos visualizando estos mediante su ubicación en el espacio y la aplicación de productos vectoriales en el análisis de sus características, haciendo énfasis en sus aplicaciones en las físicas.

Contenidos:

- La recta en el espacio. Ecuaciones paramétricas y simétricas.
- Posiciones relativas, rectas paralelas, rectas que se cruzan. Identificación algebraica de los diversos casos. Ángulos entre rectas.
- El plano en el espacio. Producto vectorial. Propiedades. Triple producto escalar. Ecuaciones paramétricas, vectorial y normal del plano.
- Posiciones relativas de planos. Planos paralelos y planos que se cortan.
- Determinación de la ecuación de la recta de intersección de dos planos.
- Rectas y planos. Posiciones relativas. Determinación algebraica de los diversos casos.
- Consideraciones didácticas acerca de los conceptos abordados en la unidad.

Contenidos Actitudinales

- Aprecio y reconocimiento de la utilidad de la Matemática en la vida cotidiana, en el arte y en las ciencias.
- Reconocimiento de la evolución histórica de la Matemática. Aprecio e interés en la historia.
- Aprecio por la simplicidad y claridad en el razonamiento matemático.
- Valoración y uso de la argumentación lógica en la vida cotidiana.

- Actitud respetuosa, reflexiva y crítica ante argumentaciones planteadas en la vida cotidiana.
- Tenacidad en la búsqueda de soluciones a problemas planteados.
- Entusiasmo y agrado por el estudio de la Matemática.
- Curiosidad científica por la verificación de las afirmaciones teóricas.
- Confianza y seguridad en su propia capacidad argumentativa.
- Reconocimiento y valoración las ecuaciones de las figuras geométricas determinadas en el espacio.
- Hábito de observar el mundo que nos rodea con mucha atención y con actitud analítica.
- Valoración de la precisión, orden y aseo en las representaciones gráficas y manipulación de ecuaciones algebraicas
- Valoración del aporte grupal y la discusión en la clarificación de situaciones problemáticas.
- Interés y empeño en la práctica de valores.

5. ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS

En el curso se desarrollarán las actividades siguientes:

- Cada unidad se abordará haciendo una breve consideración de la historia de la geometría Analítica. Luego el desarrollo de los contenidos haciendo énfasis en los aspectos didácticos del mismo
- Se estudiarán los contenidos haciendo énfasis en la visualización de las propiedades geométricas. Es importante potenciar el uso de instrumentos de dibujo y recurso computacional, potenciando el uso de instrumentos de dibujo y recurso computacional.
- Se desarrollarán aspectos didácticos alrededor del tema, así como las justificaciones gráficas de cada concepto que se desarrolla en la unidad. La deducción de las distintas ecuaciones de la geometría espacial será de vital importancia a lo largo de la unidad.
- Sesiones de consulta y discusión de problemas.
- Tareas y proyectos ex aula de carácter individual y grupal.

El método axiomático para el desarrollo de las teorías tiene especial relevancia en esta asignatura. La demostración tiene su lugar importante en el proceso de aprendizaje. Sin embargo, se sugiere acompañar dicha actividad mediante el ejercicio de la intuición y de la experimentación, previo a la formalización de los conceptos. Se ejercitará el razonamiento reflexivo formal, pero

también creando espacios para estimular la creatividad, la imaginación y el aprendizaje por descubrimiento. Cada unidad temática deberá acompañarse de una discusión sobre su didáctica.

En la enseñanza de la Geometría es importante enfatizar su construcción lógica, en donde el estudiantado sea capaz de manipular y relacionar la geometría euclidiana con la geometría algebraica, llegando a conseguir la geometría analítica que relaciona el estudio de ambas geometrías. Pero también debe insistirse en su carácter aplicativo y en el papel que en su desarrollo, juegan la imaginación y la creatividad. Es conveniente propiciar actividades de medición para resolver problemas prácticos y generar discusiones sobre aplicaciones importantes en las ciencias y en la cotidianidad, lo cual permite incorporar temáticas consideradas como ejes transversales del currículo.

Adicionalmente, puede mostrarse el uso de la Geometría en el arte, discutir sobre las formas de obras arquitectónicas y otras actividades similares.

Los programas informáticos de graficación y los procesadores geométricos como Cabri 3D, Geogebra, Regla y Compás, Dr. Geo y otros pueden ser de mucha utilidad para estimular la construcción y análisis de figuras geométricas.

Finalmente, para estudiar la Geometría analítica es importante estimular a los estudiantes a resolver problemas mediante el uso de construcciones geométricas y desarrollarlas mediante las ecuaciones algebraicas de manera que el estudiante se familiarice con dichas ecuaciones, sin olvidar la estimulación de la creatividad en la resolución de problemas.

6. ESTRATEGIAS DE EVALUACIÓN

- Evaluación diagnóstica no calificable para partir de una base real que permita diferenciar las diversas capacidades de los estudiantes y decidir las estrategias iniciales.
- Evaluación formativa, que permita adoptar estrategias de mejora continua.

Se sugiere la elaboración de un Portafolio, en el cual, se recopilan las tareas, ejercicios y actividades importantes realizadas por los estudiantes, cada una culminada por una corta reflexión personal (posterior a su califi-

cación), sobre su avance en el proceso de enseñanza-aprendizaje: fortalezas y dificultades, principales errores en esa actividad particular y estrategia personal para superarlos.

- Evaluación sumativa, para medir los logros de los estudiantes en vistas a su promoción.
- Evaluación global, que permita medir la fijación de los conocimientos y habilidades a mediano y largo plazo.
- Evaluación parcial que permita medir los conocimientos y habilidades adquiridas en el corto plazo.
- Evaluaciones de trabajos grupales, que incorporen la autoevaluación de los estudiantes y la coevaluación entre ellos.
- Evaluaciones de diversas actividades en el aula y fuera del aula, además de las pruebas objetivas. Elaboración de material didáctico, lecturas, mediciones de campo, investigación bibliográfica y otros.

La evaluación debe considerar la comprensión y aplicación de los conceptos, y la correcta ejecución de las distintas fases de los procedimientos, además de los resultados finales. Se valorará también, la correcta comunicación, la correcta interpretación y el correcto razonamiento en la resolución de problemas. Se valorarán también, algunos contenidos actitudinales que se reflejen en el trabajo, tales como: la actitud positiva para el trabajo en equipo, el orden, limpieza y claridad en las actividades desarrolladas.

so del portafolio

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- D. Pestaña y J.M Rodríguez, F.Marcellán. Variable compleja, un curso práctico, Editorial Síntesis S.A.
- Derrick W. R (1984). Variable compleja con aplicaciones, México: Grupo Editorial Iberoamericana.
- Giraul, P. (1983) .Geometrie et Algèbre, ed. Istra, Strasbourg, Francia, 1ª edición.
- Kindle, J. (1969). Geometría Analítica, ed. Mc Graw-Hill de México, S.A. México D.F., 1ª Edición.
- Lehmann, Ch. (1982.) Geometría Analítica. Limusa, México,
- Markushevich.(Año 1978). Teoría de las funciones analíticas, Vol.I,II. Ed Mir.
- M.R. Spiegel. (1971). Variable Compleja. Teoría y Problemas resueltos Serie Schaum. Ed. Mcgraw-Hill.
- Polya G. Latta G, (1991). Variable compleja, México: Noriega Limusa.

Ramirez-Galarza, A. (2004) .Geometría Analítica: Una introducción a la Geometría, Las Prensas de Ciencias, Facultad de Ciencias, UNAM.

Shively, L. (1984). Introducción a la geometría Moderna, 13ª edición, México. Compañía Editorial Continental S.A. de C.V.

Wentworth, G. y Smith, D., (1993). Geometría plana y del espacio. México, Porrúa.

Wexler, Ch., (1968). Geometría analítica con un enfoque vectorial. Montaner y Simón, Barcelona.

ANEXO 5: Disposiciones para el acuerdo N°. 15-1046 (Plan de estudio de profesorado en matemática)

ESTABLECER LAS DISPOSICIONES GENERALES SIGUIENTES:

- A) El plan y programas de estudio aprobados por este acuerdo, deberán encontrarse a disposición de los estudiantes en la biblioteca u otro centro de consulta pública de las instituciones de educación superior que lo tengan autorizado;
- B) El plan de estudio aprobado mediante el presente Acuerdo Ejecutivo, deberá ser revisado dentro del plazo de duración de la carrera o emitir Acuerdo Ejecutivo de prórroga, en caso que el Ministerio de Educación así lo decida; y
- C) Las Instituciones de Educación Superior que deseen impartir la carrera de profesorado que mediante este Acuerdo se autoriza, deberán presentar la solicitud de autorización para impartirla, anexando el respectivo plan de implementación, con al menos seis meses de anticipación, a la Dirección Nacional de Educación Superior, quien tomando en cuenta la oferta y la demanda de profesionales formados, así como las correspondientes evaluaciones a la institución, se reservará el derecho para emitir dicha autorización.

ESTABLECER LAS DISPOSICIONES TRANSITORIAS SIGUIENTES:

- A) Los estudiantes que al final del Ciclo II-2012 cuenten con el cincuenta por ciento de materias cursadas y aprobadas del pensum del Plan de Estudio vigente al momento que ingresaron a la carrera, podrán concluir su formación con dicho plan de estudio; el resto serán absorbidos por el nuevo plan que se implementará a partir del ciclo I-2013;
- B) Los estudiantes que de acuerdo al nuevo plan de estudio conformen la primera promoción de egresados en el año 2014, realizarán su ECAP ordinaria o extraordinaria 2014 solamente con ítems correspondientes a las asignaturas del segundo y tercer años del nuevo plan de estudio; las ECAP subsiguientes abarcarán ítems de los tres años; y
- C) En la certificación global de notas de los estudiantes que fueron absorbidos por el nuevo plan de estudio, se definirán las asignaturas cursadas con el plan antiguo, adicionando las del nuevo plan.

DEROGAR el Plan de Estudio de Profesorado en Matemática para Tercer Ciclo de Educación Básica y Educación Media, contenido en el documento denominado: "Normas y orientaciones curriculares para la formación inicial de maestros", el cual se encuentra vigente desde el año 1998, así como cualquier otro documento que se oponga al presente plan de estudios.

VIGENCIA: El presente Acuerdo Ejecutivo entrará en vigencia a partir de la suscripción del mismo y el Plan de Estudios se implementará a partir del Ciclo I-2013.

