

UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR  
FACULTAD DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA  
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA



**DISEÑO DEL EJE, RODETE Y TUBO DE ASPIRACIÓN  
DE UNA TURBINA FRANCIS**

PRESENTADO POR:

**DIEGO EDUARDO BARILLAS VALIENTE**  
**ALEJANDRA ELIZABETH FLORES RIVERA**  
**MIGUEL ANTONIO ORTIZ MENJÍVAR**  
**JULIO ADOLFO VEGA ESCOBAR**

PARA OPTAR AL TÍTULO DE:

**INGENIERO MECÁNICO**

CIUDAD UNIVERSITARIA, OCTUBRE 2024

**UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR**

**RECTOR :**

**MSc. JUAN ROSA QUINTANILLA**

**SECRETARIO GENERAL :**

**Lic. PEDRO ROSALÍO ESCOBAR CASTANEDA**

**FACULTAD DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA**

**DECANO :**

**Ing. LUIS SALVADOR BARRERA MANCÍA**

**SECRETARIO :**

**Arq. RAÚL ALEXANDER FABIÁN ORELLANA**

**ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA**

**DIRECTOR INTERINO :**

**M.Sc. e Ing. GUSTAVO SALOMÓN TORRES RÍOS LAZO**

UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR  
FACULTAD DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA  
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA

Trabajo de Graduación previo a la opción al Grado de:

**INGENIERO MECÁNICO**

Título :

**DISEÑO DEL EJE, RODETE Y TUBO DE ASPIRACIÓN  
DE UNA TURBINA FRANCIS**

Presentado por :

**DIEGO EDUARDO BARILLAS VALIENTE  
ALEJANDRA ELIZABETH FLORES RIVERA  
MIGUEL ANTONIO ORTIZ MENJÍVAR  
JULIO ADOLFO VEGA ESCOBAR**

Trabajo de Graduación Aprobado por:

Docente Asesor :

**ING. MIGUEL TOMÁS AMAYA GÓMEZ**

San Salvador, octubre de 2024

Trabajo de Graduación Aprobado por:

Docente Asesor :

**ING. MIGUEL TOMÁS AMAYA GÓMEZ**

# DISEÑO DEL EJE, RODETE Y TUBO DE ASPIRACIÓN DE UNA TURBINA FRANCIS

Estudiantes: Br. Alejandra Elizabeth Flores Rivera<sup>1</sup>, Br. Julio Adolfo Vega Escobar<sup>2</sup>, Miguel Antonio Menjívar Ortiz<sup>3</sup>, Diego Eduardo Barillas Valiente<sup>4</sup>,  
Docente Asesor: Ing. Miguel Tomás Amaya Gómez<sup>5</sup>  
Escuela de Ingeniería Mecánica, Facultad de Ingeniería y Arquitectura,  
Universidad de El Salvador

## Resumen

Este documento aborda el diseño y la simulación del eje, rodete y tubo de aspiración de una turbina Francis. En primer lugar, se realiza una breve investigación sobre el estado actual de la generación hidroeléctrica en El Salvador, con énfasis en las Pequeñas Centrales Hidroeléctricas (PCH). Posteriormente, se establecen las metodologías a seguir para el diseño hidráulico y mecánico de los componentes de una turbina Francis. El diseño hidráulico del rodete se basa en la disponibilidad de altura y caudal del Banco de Pruebas para Pequeñas Centrales Hidroeléctricas de la Escuela de Ingeniería Mecánica y en el Método de Bovet. Consecutivamente, se realizan las simulaciones en los softwares de Dinámica de Fluidos Computacional (CFD) y de Análisis de Elementos Finitos (AEF) de los componentes para evaluar el comportamiento mecánico e hidráulico de los mismos. Se concluye con un análisis del estado del arte de la fabricación aditiva para evaluar posibles alternativas de fabricación para el rodete de la turbina.

Palabras clave: PCH, Turbina Francis, CFD, AEF

---

<sup>1</sup> fr17008@ues.edu.sv

<sup>2</sup> ve18003@ues.edu.sv

<sup>3</sup> om16005@ues.edu.sv

<sup>4</sup> bv14005@ues.edu.sv

<sup>5</sup> miguel.amaya2@ues.edu.sv

# INDICE

	Pág.
<b>INTRODUCCION.....</b>	<b>1</b>
<b>OBJETIVOS.....</b>	<b>3</b>
<b>ALCANCES .....</b>	<b>4</b>
<b>LIMITACIONES.....</b>	<b>4</b>
<b>CAPÍTULO 1. MARCO TEÓRICO.....</b>	<b>6</b>
1.1 <b>GENERACIÓN HIDROELÉCTRICA. ....</b>	<b>6</b>
1.1.1 <b>Antecedentes. ....</b>	<b>6</b>
1.1.2 <b>Historia de la generación hidroeléctrica.....</b>	<b>7</b>
1.1.3 <b>Estado actual de la generación hidroeléctrica en El Salvador. ....</b>	<b>8</b>
1.2 <b>PEQUEÑAS CENTRALES HIDROELÉCTRICAS.....</b>	<b>9</b>
1.2.1 <b>Definición. ....</b>	<b>10</b>
1.2.2 <b>Principio de funcionamiento de una PCH.....</b>	<b>10</b>
1.2.3 <b>Clasificación de las Pequeñas Centrales Hidroeléctricas. ....</b>	<b>11</b>
1.2.4 <b>Ventajas de las Pequeñas Centrales Hidroeléctricas. ....</b>	<b>13</b>
1.3 <b>PEQUEÑAS CENTRALES HIDROELÉCTRICAS EN EL SALVADOR. ....</b>	<b>14</b>
1.4 <b>TURBINAS HIDRÁULICAS. ....</b>	<b>16</b>
1.4.1 <b>Clasificación de las turbinas hidráulicas. ....</b>	<b>17</b>
1.4.2 <b>Principales componentes de una turbina de reacción. ....</b>	<b>22</b>
1.4.3 <b>Método de estudio unidimensional. ....</b>	<b>24</b>
1.4.4 <b>Teorema de cantidad de movimiento. ....</b>	<b>27</b>
1.4.5 <b>Ecuaciones generales de las turbinas hidráulicas. ....</b>	<b>28</b>
1.5 <b>TURBINA FRANCIS. ....</b>	<b>34</b>
1.5.1 <b>Antecedentes. ....</b>	<b>34</b>
1.5.2 <b>Clasificación de turbinas Francis.....</b>	<b>35</b>
1.5.3 <b>Elementos principales de una Turbina Francis.....</b>	<b>39</b>
1.5.4 <b>Fenómeno de cavitación en turbinas Francis. ....</b>	<b>41</b>
<b>CAPÍTULO 2. DISEÑO HIDRÁULICO. ....</b>	<b>45</b>

2.1	BANCO DE PRUEBAS PARA PEQUEÑA CENTRAL HIDROELÉCTRICA DE LA ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA.....	45
2.2	PARÁMETROS PARA EL DISEÑO DE LA TURBINA.....	49
2.3	MÉTODOS PARA EL DISEÑO DE TURBINAS FRANCIS.....	50
2.4	ANTEPROYECTO DE UNA TURBINA FRANCIS EN BASE AL $N_s$ .....	55
2.4.1	Definición del tipo de turbina.....	55
2.4.2	Estimación de las dimensiones iniciales del rodete.....	57
2.5	DISEÑO DEL RODETE FRANCIS.....	59
2.5.1	Método de Bovet.....	61
2.5.2	Determinación del número de álabes.....	69
2.5.3	Representación de una línea de corriente.....	70
2.5.4	Condición de cesión gradual de energía en el rodete.....	71
2.5.5	Procedimiento para el trazado de la forma del álabe.....	73
2.6	DISEÑO HIDRÁULICO DEL TUBO DE ASPIRACIÓN.....	79
2.6.1	Función del tubo de aspiración.....	79
2.6.2	Rendimiento del tubo de aspiración.....	80
2.6.3	Cavitación y altura de suspensión.....	82
2.6.4	Formas del tubo de aspiración.....	86
2.6.5	Métodos de diseño del tubo de aspiración.....	88
2.7	MEMORIA DE CÁLCULO DEL TRAZADO DEL PERFIL DEL ÁLABE.....	100
2.7.1	Estimación inicial de las dimensiones del rodete.....	100
2.7.2	Método de Bovet.....	101
2.7.3	Determinación del número de álabes.....	112
2.7.4	Análisis cinemático del rodete.....	113
2.8	MEMORIA DE CÁLCULO DEL DISEÑO DEL TUBO DE ASPIRACIÓN.....	117
2.8.1	Metodología de Fernández Díez.....	117
2.8.2	Metodología propuesta por Claudio Mataix.....	122
2.8.3	Coeficiente de cavitación.....	124
<b>CAPÍTULO 3. DISEÑO MECÁNICO .....</b>		<b>126</b>
3.1	DISEÑO DEL EJE.....	126
3.1.1	Introducción.....	126
3.1.2	Materiales para fabricar ejes.....	128
3.1.3	Materiales para la fabricación de turbinas.....	129

3.1.4	Fuerzas actuantes en el eje. ....	131
3.1.5	Diseño por resistencia a la fatiga. ....	134
3.1.6	Diseño por rigidez y deflexión. ....	140
3.1.7	Cálculo de velocidad crítica en torsión. ....	142
3.1.8	Selección de rodamientos. ....	143
3.2	DISEÑO MECÁNICO DEL RODETE .....	146
3.2.1	Metodología de diseño mecánico del rodete. ....	146
3.3	DISEÑO MECÁNICO DEL TUBO DE ASPIRACIÓN .....	148
3.3.1	Metodología de diseño mecánico del tubo de aspiración .....	149
3.4	MEMORIA DE CÁLCULO DEL DISEÑO MECÁNICO .....	150
3.4.1	Diseño del eje. ....	151
3.4.2	Selección de material. ....	154
3.4.3	Análisis por resistencia a la fatiga. ....	155
3.4.4	Análisis por rigidez. ....	160
3.4.5	Cálculo de velocidad crítica en torsión. ....	162
3.4.6	Selección de rodamientos. ....	163
3.4.7	Diseño mecánico del rodete .....	165
3.4.8	Tubo de aspiración: selección de espesor y material .....	167
<b>CAPÍTULO 4. SIMULACIÓN FLUIDODINÁMICA.....</b>		<b>171</b>
4.1	DINÁMICA DE FLUIDOS COMPUTACIONAL .....	171
4.2	PROCEDIMIENTO DE UNA SIMULACIÓN CFD .....	173
4.2.1	Discretización espacial.....	175
4.2.2	Discretización de las ecuaciones. ....	178
4.2.3	Ecuaciones de Navier-Stokes. ....	181
4.3	SOFTWARES DE SIMULACIÓN .....	186
4.4	SIMULACIÓN FLUIDODINÁMICA DE LOS COMPONENTES.....	190
4.4.1	Simulación CFD del rodete. ....	191
4.4.2	Simulación CFD del tubo de aspiración.....	214
<b>CAPÍTULO 5. SIMULACIÓN MECÁNICA.....</b>		<b>224</b>
5.1	ANÁLISIS DE ELEMENTOS FINITOS. ....	224
5.1.1	Procedimiento de discretización y solución por el Método de Elementos Finitos. ....	226

5.1.2	Softwares de análisis de elementos finitos.....	228
5.2	SIMULACIÓN MECÁNICA DE LOS COMPONENTES.....	231
5.2.1	Simulación mecánica del eje.....	231
5.2.2	Simulación mecánica del rodete.....	244
<b>CAPÍTULO 6. ESTADO DEL ARTE DE LA FABRICACIÓN ADITIVA.....</b>		<b>252</b>
6.1	FABRICACIÓN ADITIVA O IMPRESIÓN 3D.....	252
6.1.1	Definición.....	252
6.1.2	Antecedente histórico.....	253
6.1.3	Ventajas y limitaciones.....	253
6.1.4	Principales tecnologías.....	255
6.1.5	Materiales.....	260
6.2	FABRICACIÓN ADITIVA EN EL SALVADOR.....	263
6.2.1	Tecnologías disponibles en el mercado.....	267
6.3	APLICACIONES DE LA FABRICACIÓN ADITIVA EN LA PRODUCCIÓN DE TURBOMÁQUINAS.....	268
6.4	PROPUESTA PARA LA FABRICACIÓN DEL RODETE MEDIANTE FABRICACIÓN ADITIVA .. .....	273
<b>CONCLUSIONES.....</b>		<b>276</b>
<b>RECOMENDACIONES.....</b>		<b>278</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>		<b>279</b>
<b>APENDICES.....</b>		<b>287</b>
APÉNDICE A.	PUNTO DE OPERACIÓN DE LA BOMBA.....	287
APÉNDICE B.	SELECCIÓN DE TURBINA A DISEÑAR.....	293
APÉNDICE C.	GENERACIÓN DE PERFIL HIDRÁULICO DEL ÁLABE.....	295
APÉNDICE D.	CÁLCULO DE ALTURA DE ASPIRACIÓN.....	305
APÉNDICE E.	ANÁLISIS ESTÁTICO Y DE FATIGA: EJE DE TRANSMISIÓN.....	308
APÉNDICE F.	DETERMINACIÓN CURVA S-N ACERO AISI 1020 CD.....	310
APÉNDICE G.	GRÁFICAS Y TABLAS ÚTILES.....	311
APÉNDICE H.	FICHAS TÉCNICAS.....	315
<b>PLANOS.....</b>		<b>316</b>

## INDICE DE FIGURAS

<b>Figura 1.1.</b> Matriz de Generación Acumulada 2022 (GWh).....	9
<b>Figura 1.2.</b> Esquema de componentes y funcionamiento de una PCH.....	11
<b>Figura 1.3.</b> Clasificación de las PCH según rangos de Potencia y Salto. ....	12
<b>Figura 1.4.</b> Ubicación geográfica de las Pequeñas Centrales Hidroeléctricas en El Salvador. ....	16
<b>Figura 1.5.</b> Curvas de rendimiento de las Turbinas Hidráulicas. ....	17
<b>Figura 1.6.</b> Turbina Pelton. ....	19
<b>Figura 1.7.</b> Turbina Michell-Banki. ....	19
<b>Figura 1.8.</b> Corte transversal de una turbina Francis.....	20
<b>Figura 1.9.</b> Turbina Kaplan. ....	21
<b>Figura 1.10.</b> Rotor según la teoría unidimensional. ....	25
<b>Figura 1.11.</b> Triángulos de velocidades a la entrada y salida del rodete. ....	33
<b>Figura 1.12.</b> Esquema general del montaje de una Turbina Francis. ....	35
<b>Figura 1.13.</b> Triángulos de velocidades a la entrada según diversos valores de $\beta_1$ ....	36
<b>Figura 1.14.</b> Rodete Francis lento, $\beta_1 > 90^\circ$ .....	37
<b>Figura 1.15.</b> Rodete Francis normal, $\beta_1 = 90^\circ$ . ....	37
<b>Figura 1.16.</b> Rodetes Francis rápidos, $\beta_1 < 90^\circ$ .....	38
<b>Figura 1.17.</b> Esquema de turbina Francis lenta con tubo de aspiración troncocónico. ....	39
<b>Figura 1.18.</b> Distribuidor Fink: a) Posición cerrada; b) Posición abierta. ....	40
<b>Figura 1.19.</b> Rodete de una turbina Francis. ....	41
<b>Figura 1.20.</b> Aplicación de ecuación de Bernoulli en tubo de aspiración de una TF. ....	43
<b>Figura 2.1.</b> Banco de Pruebas para Pequeña Central Hidroeléctrica de la Escuela de Ingeniería Mecánica. ....	47
<b>Figura 2.2.</b> Límites geométricos del Método de Bovet.....	52

<b>Figura 2.3.</b> Líneas de corriente y límite geométrico, $n_s=80$ .....	52
<b>Figura 2.4.</b> Trazado de línea de corriente con el método de formas elípticas.....	53
<b>Figura 2.5.</b> Metodología para el diseño hidráulico de la TF.....	54
<b>Figura 2.6.</b> Límite de aplicación de las turbinas Pelton, Francis y Kaplan según su carga y $n_s$ .....	56
<b>Figura 2.7.</b> Zona de utilización de los distintos tipos de turbinas hidráulicas. ....	57
<b>Figura 2.8.</b> Dimensiones principales de una TF. ....	58
<b>Figura 2.9.</b> Curvas límites del volumen ocupadas por los álabes.....	60
<b>Figura 2.10.</b> Radios de las aristas de entrada y salida del álabe.....	60
<b>Figura 2.11.</b> Perfiles hidráulicos de TF obtenidos por el procedimiento de Bovet de $n_o$ creciente.....	62
<b>Figura 2.12.</b> Dimensiones características del perfil hidráulico. ....	63
<b>Figura 2.13.</b> Curvas límites interior y exterior del perfil hidráulico. ....	63
<b>Figura 2.14.</b> Influencia de la posición de la arista de entrada sobre el triángulo de velocidades. ....	67
<b>Figura 2.15.</b> Influencia de un desplazamiento de la red de corriente sobre el triángulo de salida.....	67
<b>Figura 2.16.</b> Red de corriente inscrita en el perfil hidráulico.....	68
<b>Figura 2.17.</b> Estimación del número de álabes del rodete de una TF en función del $n_s$ . ....	70
<b>Figura 2.18.</b> Línea de corriente representada: a) sobre una superficie de corriente en perspectiva; b) en proyección longitudinal; c) en proyección transversal; d) en transformación cilíndrica.....	71
<b>Figura 2.19.</b> Valores de $k_{cm}$ en cualquier punto de cada línea de corriente. ....	75
<b>Figura 2.20.</b> Estimación del $\eta_h$ de una TF en función del diámetro característico hidráulico.....	75

<b>Figura 2.21.</b> Triángulo de coeficientes de velocidades en la entrada de la turbina.....	76
<b>Figura 2.22.</b> Desplazamiento angular para un ángulo $\varphi/n$ .....	76
<b>Figura 2.23.</b> Triángulo rectángulo con ángulo $\beta_1$ .....	77
<b>Figura 2.24.</b> a) Sección meridional de la TF con las turbinas parciales, líneas de corriente medias y cortes del álabe con planos axiales. b) Sección transversal de la TF, trazas de los planos axiales de igual energía y líneas de corriente relativas proyectadas ortogonalmente. c) Estudio de línea de corriente $\psi I, II$ : rectas de energía y triángulos de coeficientes de velocidades. d) Línea de corriente en transformación conforme cilíndrica. ....	78
<b>Figura 2.25.</b> Turbina sin y con tubo de aspiración.....	80
<b>Figura 2.26.</b> Bernoulli para la determinación del coeficiente de cavitación de una TH.	83
<b>Figura 2.27.</b> Altura de aspiración de una TH de reacción según la norma DIN 4323. .	84
<b>Figura 2.28.</b> Coeficiente de Thoma y Altura de Aspiración vs Velocidad Especifica....	85
<b>Figura 2.29.</b> Corrección del coeficiente de cavitación en función del salto neto. ....	86
<b>Figura 2.30.</b> Tubo de aspiración tronco cónico. ....	87
<b>Figura 2.31.</b> Tubo de aspiración acodado. ....	87
<b>Figura 2.32.</b> Tubo de aspiración acodado para turbina de eje horizontal. ....	88
<b>Figura 2.33.</b> Tubo de aspiración de De Siervo y De Leva. ....	89
<b>Figura 2.34.</b> Gráficas de dispersión de principales dimensiones del tubo de aspiración. ....	90
<b>Figura 2.35.</b> Tubo tipo tronco cónico.....	91
<b>Figura 2.36</b> Curvas de Rogers y Moody, para la determinación de $f_1(n_s)$ . ....	92
<b>Figura 2.37.</b> Orden de magnitud de las pérdidas provisionales a la salida para calcular $f_2(n_s)$ . ....	92
<b>Figura 2.38.</b> Tubo de aspiración troncocónico con salida abocinada. Fuente: (Mataix, 1975). ....	94

<b>Figura 2.39.</b> Tubo de aspiración acodado.....	95
<b>Figura 2.40.</b> Alzado y planta para un tubo de aspiración de elevado rendimiento.....	97
<b>Figura 2.41.</b> Cortes transversales del tubo de aspiración.....	97
<b>Figura 2.42.</b> Orientación del eje del conjunto turbina-generador en el banco de pruebas. .....	98
<b>Figura 2.43.</b> Representación del ángulo $\alpha$ del codo.....	99
<b>Figura 2.44.</b> Dimensiones principales de un rodete Francis a) rápido y b) lento en función de $n_{11}$ .....	101
<b>Figura 2.45.</b> Perfiles hidráulicos para interpolación para $no = 0.119$ .....	102
<b>Figura 2.46.</b> Trazado del perfil hidráulico paramétrico.....	105
<b>Figura 2.47.</b> Trazado del perfil hidráulico real.....	106
<b>Figura 2.48.</b> Trazado de líneas de corriente.....	107
<b>Figura 2.49.</b> Trazado de la red de corriente.....	109
<b>Figura 2.50.</b> Vista de la sección transversal del álabe en la línea de corriente II-III...	111
<b>Figura 2.51.</b> Trazo de las líneas de corriente relativas proyectadas ortogonalmente.	112
<b>Figura 2.52.</b> Selección del número de álabes del rodete.....	112
<b>Figura 2.53.</b> Triángulo de velocidad a la entrada del rodete.....	115
<b>Figura 2.54.</b> Triángulo de velocidad a la salida del rodete.....	116
<b>Figura 2.55.</b> Dimensiones principales del banco de pruebas.....	119
<b>Figura 2.56.</b> Esquema de instalación de tubo de aspiración y dimensiones principales. .....	120
<b>Figura 2.57.</b> Sección acodada del tubo de aspiración.....	121
<b>Figura 3.1.</b> Pérdida de masa acumulada de los materiales con respecto al tiempo. .	130
<b>Figura 3.2.</b> Diagrama de fuerzas actuantes sobre el eje de la turbina.....	131
<b>Figura 3.3.</b> Cargas y momentos en el eje.....	133

<b>Figura 3.4.</b> Criterios de falla por fatiga. ....	139
<b>Figura 3.5.</b> Corte transversal de un rodete Francis con sus dimensiones principales. .....	147
<b>Figura 3.6.</b> Esfuerzos principales en cilindros. ....	150
<b>Figura 3.7.</b> Vista lateral del conjunto turbina-generador del banco de pruebas. ....	151
<b>Figura 3.8.</b> Geometría del eje de la turbina. ....	152
<b>Figura 3.9.</b> Obtención de la masa del rodete en SolidWorks. ....	152
<b>Figura 3.10.</b> Diagrama de fuerza cortante, momento flector y momento torsor. ....	154
<b>Figura 3.11.</b> Secciones de análisis del eje. ....	157
<b>Figura 3.12.</b> Análisis de deflexiones por flexión en el eje. ....	161
<b>Figura 3.13.</b> Obtención de la masa del eje en SW. ....	162
<b>Figura 3.14.</b> Reacciones en los rodamientos. ....	163
<b>Figura 4.1.</b> Discretización de variables. ....	172
<b>Figura 4.2.</b> Etapas para la solución de un problema mediante CFD. ....	173
<b>Figura 4.3.</b> Mallas estructuradas cuadrilátera y hexaédrica. ....	176
<b>Figura 4.4.</b> Mallas no estructuradas cuadrilátera y hexaédrica. ....	177
<b>Figura 4.5.</b> Mallas con nodos centrados en los elementos y en los vértices. ....	178
<b>Figura 4.6.</b> Volumen de control. ....	182
<b>Figura 4.7.</b> Esquema análisis CFD. ....	191
<b>Figura 4.8.</b> Trazado de líneas de corriente para la obtención del álabe. ....	192
<b>Figura 4.9.</b> Modelado del álabe en SolidWorks. ....	192
<b>Figura 4.10.</b> Vista en isométrico y proyección ortogonal del álabe. ....	193
<b>Figura 4.11.</b> Configuración en BladeGen. ....	194
<b>Figura 4.12.</b> Configuración en BladeGen. ....	194
<b>Figura 4.13.</b> Propiedades del modelo en BladeGen. ....	195

<b>Figura 4.14.</b> Proyección meridional del rodete. ....	195
<b>Figura 4.15.</b> Rodete final obtenido de BladeGen.....	196
<b>Figura 4.16.</b> Vista en isométrico y proyección ortogonal del álabe modificado en Ansys. .....	196
<b>Figura 4.17.</b> Modelado del cubo del rodete en SolidWorks. ....	197
<b>Figura 4.18.</b> Modelado de la corona del rodete en SolidWorks. ....	197
<b>Figura 4.19.</b> Modelado final del rodete en SolidWorks. ....	198
<b>Figura 4.20.</b> Transferencia de datos desde BladeGen a TurboGrid. ....	199
<b>Figura 4.21.</b> Edición de malla en TurboGrid.....	199
<b>Figura 4.22.</b> Interfaz de TurboGrid.....	200
<b>Figura 4.23.</b> Componentes de la barra de herramientas principal TurboGrid. ....	200
<b>Figura 4.24.</b> Configuración de parámetros: Machine Data. ....	201
<b>Figura 4.25.</b> Configuración de parámetros: Topology Set. ....	202
<b>Figura 4.26.</b> Configuración de parámetros: Editor Mis Data.....	202
<b>Figura 4.27.</b> Creación de malla en TurboGrid .....	203
<b>Figura 4.28.</b> Mallado del rodete en TurboGrid.....	203
<b>Figura 4.29.</b> Transferencia de datos desde TurboGrid a CFX.....	204
<b>Figura 4.30.</b> Configuración del preprocesador .....	204
<b>Figura 4.31.</b> Interfaz CFX Pre-Solver.....	205
<b>Figura 4.32.</b> Edición del Pre-Solver.....	205
<b>Figura 4.33.</b> Pre-Solver: Configuraciones Básicas.....	206
<b>Figura 4.34.</b> Pre-Solver: Definición del componente.....	207
<b>Figura 4.35.</b> Pre-Solver: Definición física.....	207
<b>Figura 4.36.</b> Pre-Solver: Control del solucionador.....	208
<b>Figura 4.37.</b> Solver Manager: Definición de ejecución.....	209
<b>Figura 4.38.</b> Solver Manager: Resolución de las ecuaciones de conservación.....	210

<b>Figura 4.39.</b> Distribución de presión estática en vista 2D.....	211
<b>Figura 4.40.</b> Distribución de velocidades en vista 2D.....	211
<b>Figura 4.41.</b> Líneas de corriente a través del rodete.....	212
<b>Figura 4.42.</b> Sección acodada del tubo de aspiración.....	215
<b>Figura 4.43.</b> Sección troncocónica del tubo de aspiración.....	215
<b>Figura 4.44.</b> Generación de volumen cerrado con "Lids".....	216
<b>Figura 4.45.</b> Asistente Wizard para ingreso de valores preliminares.....	217
<b>Figura 4.46.</b> Property Manager de FlowSimulation.....	217
<b>Figura 4.47.</b> Visualización de condiciones de frontera.....	218
<b>Figura 4.48.</b> Visualización de mallado.....	218
<b>Figura 4.49.</b> Propiedades de Solver.....	219
<b>Figura 4.50.</b> Líneas de corriente: Velocidad.....	220
<b>Figura 4.51.</b> Vista de perfil de velocidades.....	220
<b>Figura 4.52.</b> Gradiente de presiones en el tubo.....	221
<b>Figura 5.1.</b> Procedimiento de discretización y solución del MEF.....	226
<b>Figura 5.2.</b> Procedimiento previo a la aplicación del MEF.....	228
<b>Figura 5.3.</b> Eje de transmisión modelado en SolidWorks.....	231
<b>Figura 5.4.</b> Propiedades del acero 1020 CD en SolidWorks.....	232
<b>Figura 5.5.</b> Modelo matemático del eje.....	235
<b>Figura 5.6.</b> Mallado del eje en SolidWorks.....	235
<b>Figura 5.7.</b> Descripción del mallado del eje.....	236
<b>Figura 5.8.</b> Simulación estática del eje: Esfuerzos de Von Mises.....	236
<b>Figura 5.9.</b> Simulación estática del eje: Desplazamiento (URES).....	237
<b>Figura 5.10.</b> Simulación estática del eje: Factor de Seguridad (FOS).....	238
<b>Figura 5.11.</b> Propiedades del evento de fatiga.....	238

<b>Figura 5.12.</b> Propiedades del estudio de fatiga. ....	239
<b>Figura 5.13.</b> Curva S-N para el acero AISI 1020 CD. ....	239
<b>Figura 5.14.</b> Simulación por fatiga del eje: Porcentaje de daño para $10^6$ ciclos. ....	240
<b>Figura 5.15.</b> Simulación por fatiga del eje: Vida total. ....	240
<b>Figura 5.16.</b> Simulación por fatiga del eje: Factor de carga. ....	241
<b>Figura 5.17.</b> Propiedades del Bronce Aluminio en SolidWorks. ....	244
<b>Figura 5.18.</b> Condiciones de frontera para simulación del rodete. ....	245
<b>Figura 5.19.</b> Mallado del conjunto rodete. ....	246
<b>Figura 5.20.</b> Descripción de la malla del conjunto rodete. ....	246
<b>Figura 5.21.</b> Simulación estática del rodete: Esfuerzos de Von Mises. ....	247
<b>Figura 5.22.</b> Detalle de los esfuerzos en el borde de salida del álabe del rodete. ....	247
<b>Figura 5.23.</b> Simulación estática del rodete: Desplazamiento (URES). ....	248
<b>Figura 5.24.</b> Curva S-N del Bronce Aluminio obtenida de SolidWorks. ....	249
<b>Figura 5.25.</b> Simulación por fatiga del rodete: Porcentaje de daño para $10^6$ ciclos. ...	249
<b>Figura 5.26.</b> Simulación por fatiga del rodete: Vida total. ....	250
<b>Figura 5.27.</b> Simulación por fatiga del rodete: Factor de carga. ....	250
<b>Figura 5.28.</b> Factor de carga mínimo en el rodete. ....	251
<b>Figura 6.1.</b> Esquema de funcionamiento de la tecnología de inyección de aglutinante. .....	256
<b>Figura 6.2.</b> Modelo por deposición fundida. ....	257
<b>Figura 6.3.</b> Proceso de impresión 3D SLA. ....	257
<b>Figura 6.4.</b> Sinterizado directo de metal por láser. ....	259
<b>Figura 6.5.</b> Propela de bomba de agua para motocicleta .....	264
<b>Figura 6.6.</b> Herramientas impresas en PLA. ....	265
<b>Figura 6.7.</b> Impresión de cuenca hidrográfica. ....	266

<b>Figura 6.8.</b> Impresión de complejo volcánico de El Salvador. ....	266
<b>Figura 6.9.</b> Impresión 3D de rodete Francis FIA-UES .....	267
<b>Figura 6.10.</b> Impresora Creality-Ender 3 V3 KE 22 x 22 x 24 cm. ....	268
<b>Figura 6.11.</b> Reparación de quemadores de turbinas de gas.....	272

## INDICE DE TABLAS

<b>Tabla 1.1.</b> Rangos de generación de las PCH en Centroamérica.....	12
<b>Tabla 1.2.</b> Pequeñas Centrales Hidroeléctricas en El Salvador.....	15
<b>Tabla 1.3.</b> Tipo de turbina según su velocidad específica. ....	22
<b>Tabla 2.1.</b> Especificaciones técnicas generales del Banco de Pruebas para Pequeña Central Hidroeléctrica. ....	48
<b>Tabla 2.2.</b> Dimensiones principales de los rodets de las TF en función del $n_s$ . ....	58
<b>Tabla 2.3.</b> Dimensiones principales del tubo de aspiración de una TH de rodete igual a 1 m. ....	96
<b>Tabla 2.4.</b> Comparación entre métodos para el diseño del tubo de aspiración. ....	98
<b>Tabla 2.5.</b> Coeficiente de pérdida para codos de tubos circulares.....	99
<b>Tabla 2.6.</b> Interpolación para un $n_s$ de 62.8. ....	100
<b>Tabla 2.7.</b> Dimensiones principales del rodete en función de $n_{11}$ y $Q_{11}$ respectivamente ..... .....	101
<b>Tabla 2.8.</b> Dimensiones paramétricas y reales del perfil hidráulico para un $n_0 = 0.119$ . .....	105
<b>Tabla 2.9.</b> Datos obtenidos mediante el método de aproximaciones sucesivas .....	107
<b>Tabla 2.10.</b> Velocidades y ángulos $\beta$ calculadas a partir de la condición de cesión gradual de energía. ....	110
<b>Tabla 2.11.</b> Valores característicos del triángulo de velocidades a la entrada del Rodete .....	114
<b>Tabla 2.12.</b> Valores característicos del triángulo de velocidades a la salida del Rodete .....	116

<b>Tabla 2.13.</b> Correspondencia entre las alturas al nivel del mar, la presión media y la altura equivalente en m.c.a.....	117
<b>Tabla 2.14.</b> Cuadro resumen de las dimensiones obtenidas para el tubo de aspiración .....	123
<b>Tabla 3.1.</b> Aceros bajos en carbono comúnmente utilizados para el diseño de ejes.	129
<b>Tabla 3.2.</b> Cuadro comparativo de los materiales propuestos para la construcción del rodete .....	129
<b>Tabla 3.3.</b> Factores de concentración de esfuerzos. ....	135
<b>Tabla 3.4.</b> Parámetros en la condición superficial del material. ....	137
<b>Tabla 3.5.</b> Factores de confiabilidad correspondientes a 8 desviaciones estándares porcentuales del límite de resistencia a la fatiga.....	138
<b>Tabla 3.6.</b> Deformaciones permisibles en árboles de transmisión. ....	141
<b>Tabla 3.7.</b> Comparación de los tipos de rodamientos. ....	143
<b>Tabla 3.8.</b> Datos para el cojinete cónico.....	145
<b>Tabla 3.9.</b> Factor $\lambda$ en función del número específico de revoluciones.....	148
<b>Tabla 3.10.</b> Propiedades del acero AISI 1020 CD. ....	155
<b>Tabla 3.11.</b> Cuadro resumen de factor de seguridad a la fatiga. ....	159
<b>Tabla 3.12.</b> Extrapolación para determinación del factor $\lambda$ . ....	166
<b>Tabla 3.13.</b> Valores para cálculo de punto crítico. ....	168
<b>Tabla 3.14.</b> Cálculo de esfuerzo crítico .....	169
<b>Tabla 3.15.</b> Cuadro comparativo de materiales propuestos para la construcción del tubo. ....	169
<b>Tabla 3.16.</b> Cálculo de esfuerzo máximo .....	170

<b>Tabla 4.1.</b> Comparación entre los métodos de discretización.....	180
<b>Tabla 4.2.</b> Contribuciones en el balance de masa.....	182
<b>Tabla 4.3.</b> Contribuciones de momentum por advección en la dirección x.....	183
<b>Tabla 4.4.</b> Contribuciones de momentum por transporte viscoso en la dirección x....	184
<b>Tabla 4.5.</b> Generación de momentum en la dirección x.....	184
<b>Tabla 4.6.</b> Acumulación de momentum en la dirección x.....	184
<b>Tabla 4.7.</b> Información del recurso computacional disponible.....	186
<b>Tabla 4.8.</b> Requisitos mínimos de hardware para Ansys Student 2023.....	187
<b>Tabla 4.9.</b> Requisitos mínimos de hardware para Autodesk CFD 2019.....	188
<b>Tabla 4.10.</b> Requisitos mínimos de hardware para SolidWorks 2020.....	189
<b>Tabla 4.11.</b> Requisitos mínimos de hardware para OpenFoam.....	190
<b>Tabla 4.12.</b> Velocidad en tubo de aspiración: Análisis teórico vs SW FlowSimulation	223
<b>Tabla 4.13.</b> Presión en tubo de aspiración: Análisis teórico vs SW FlowSimulation...	223
<b>Tabla 5.1.</b> Cuadro comparativo entre softwares para simulación mecánica.....	230
<b>Tabla 5.2.</b> Aplicación de cargas sobre el eje.....	233
<b>Tabla 5.3.</b> Aplicación de sujeciones en el eje.....	234
<b>Tabla 5.4.</b> Resultados del esfuerzo máximo: Cálculo teórico vs SW Simulation.....	242
<b>Tabla 5.5.</b> Factor de seguridad mínimo: Análisis teórico vs SW Simulation.....	242
<b>Tabla 5.6.</b> Factor de seguridad estático: Análisis teórico vs SW Simulation.....	243
<b>Tabla 5.7.</b> Factor de seguridad a la fatiga mínimo: Análisis teórico vs SW Simulation. .....	243
<b>Tabla 6.1.</b> Comparativa de principales tecnologías de impresión 3D.....	259
<b>Tabla 6.2.</b> Características de materiales para impresión 3D.....	263

## **INTRODUCCION**

El desarrollo de energías limpias y renovables para el abastecimiento de la creciente demanda energética a nivel global y nacional tiene su punto de partida en investigaciones que buscan generar tecnologías y formas eficientes de aprovechar los recursos naturales sin causar daños irreversibles. En la presente investigación se diseñará el eje, rodete y tubo de aspiración de una turbina Francis con las especificaciones técnicas del Banco de Pruebas para Pequeña Central Hidroeléctrica de la Escuela de Ingeniería Mecánica de la Facultad de Ingeniería y Arquitectura con el fin de presentar metodologías de diseño de cada elemento y mostrar su desempeño mediante simulación fluidodinámica y de esfuerzos.

En el Capítulo 1 se analiza el estado de la generación hidroeléctrica en El Salvador, con un particular énfasis en las Pequeñas Centrales Hidroeléctricas. Asimismo, se presentan las diferentes turbinas hidráulicas según su clasificación, y se introduce la turbina Francis.

A continuación, el capítulo 2 describe las principales metodologías de diseño hidráulico del rodete y tubo de aspiración, se comparan entre sí, se selecciona la idónea y se desarrollan las memorias de cálculo basadas en los datos técnicos del Banco de Pruebas. Mientras que el capítulo 3 presenta las metodologías de diseño mecánico del eje, rodete y tubo de aspiración y desarrollo de las memorias de cálculo. En esta etapa se genera el modelado CAD del eje, rodete y tubo de aspiración con los datos de dimensionamiento geométrico obtenidos en las memorias de cálculo, así mismo, se desarrollan los planos técnicos de los elementos de turbina Francis en estudio.

Por su parte, en el capítulo 4 se realiza la comparación de softwares de simulación fluidodinámica para elegir el más adecuado según el elemento a estudiar, se desarrollan paso a paso las etapas que requiere la simulación fluidodinámica y se analizan los resultados obtenidos para compararlos con los datos de la memoria de cálculo desarrollada previamente.

El capítulo 5 realiza una comparación de softwares de simulación mecánica y se selecciona el que más se adecua según el elemento que se estudie y la exactitud de los datos que muestra. Se generan las simulaciones de esfuerzos paso a paso, mostrando diferentes variables de estudio para comparar con los datos obtenidos en las memorias de cálculo correspondientes.

Finalmente, el capítulo 6 presenta el estado del arte de la fabricación aditiva en El Salvador como propuesta para su implementación en el desarrollo de elementos de turbinas hidroeléctricas. Se enlistan las diferentes tecnologías existentes en el mercado mundial y nacional y su posible aplicación en el campo de la generación hidroeléctrica.

El contenido del presente trabajo se complementa con los apéndices, donde se muestra el desarrollo de memorias de cálculo complementarias, tablas y gráficos citados a lo largo del trabajo, y los planos de dibujo del eje, rodete y tubo de aspiración.

## **OBJETIVOS**

### **Objetivo general.**

Diseñar el eje, rodete y tubo de aspiración de una turbina Francis para el Banco de Pruebas para Pequeña Central Hidroeléctrica de la Escuela de Ingeniería Mecánica de la Universidad de El Salvador.

### **Objetivos específicos.**

- Diseñar los componentes de la turbina Francis acorde a las condiciones de operación en el Banco de Pruebas para Pequeña Central Hidroeléctrica.
- Elaborar el modelo digital y los planos de los componentes diseñados de la turbina Francis por medio de software.
- Estudiar mediante software el desempeño de los componentes diseñados de la turbina en condiciones de operación.
- Analizar el estado del arte de la manufactura aditiva en el país con especial énfasis en el campo de las turbinas hidráulicas.

## **ALCANCES**

- El trabajo señalado tiene por alcance el diseño del eje, rodete y tubo de aspiración de una turbina Francis.
- Diseñar los componentes de una turbina Francis en base a las condiciones de operación en el Banco de Pruebas para Pequeña Central Hidroeléctrica.
- Modelar los componentes diseñados de una turbina Francis mediante software.
- Realizar simulaciones de los componentes modelados a través de software para evaluar su comportamiento.
- El presente trabajo servirá de base para que en futuros Trabajos de Graduación se continúe con el diseño del resto de componentes de la turbina.

## **LIMITACIONES**

- El diseño de los componentes de la turbina Francis estará basado en la teoría unidimensional de la corriente perfectamente guiada, en donde se considera: régimen de flujo permanente, fluido ideal, flujo irrotacional.
- El diseño del rodete y el tubo de aspiración será de acuerdo al procedimiento descrito por Claudio Mataix y otros documentos de referencia especializados en el tema.
- Para el diseño hidrodinámico del álabe del rodete Francis se utilizará el método experimental de Bovet el cual ha sido descrito por el autor Claudio Mataix.

- El rodete y el tubo de aspiración comprenderán un análisis de diseño hidráulico únicamente. El flujo a través de estos componentes será simulado por medio de software de simulación de fluidos.
- El eje de la turbina comprenderá un análisis de diseño mecánico y será validado mediante software de análisis por el método de elementos finitos.
- La selección de los softwares para el modelado de los componentes y su simulación será conforme a los recursos computacionales disponibles por los integrantes del grupo de trabajo. Asimismo, dicha selección estará limitada por las licencias de software disponibles, pues, al ser softwares especializados suponen de licencias de uso que implican un costo.

## **CAPÍTULO 1. MARCO TEÓRICO.**

### **1.1 Generación hidroeléctrica.**

#### **1.1.1 Antecedentes.**

Las corrientes de los cuerpos de agua como los ríos se han usado durante años para la obtención tanto de energía mecánica, como para producir energía eléctrica. Estos cuerpos de agua tienen como fuente de energía la diferencia de altura que existe entre un punto y otro de su cuenca, por lo tanto, el proceso de generación de energía hidroeléctrica es gravitacional, donde la energía por diferencia geodésica es absorbida al pasar por una turbina transformándola en energía mecánica y consecuentemente en energía eléctrica por medio de un generador.

El origen de la energía hidráulica es la evaporación del agua de los océanos, lagos, etc. por la acción de la energía solar y que cae en forma de lluvia o nieve en cotas altas de la superficie terrestre. Por tanto, se trata de una energía renovable procedente de un pequeño porcentaje de la energía solar que llega a la Tierra.

Las ventajas que presenta este tipo de aprovechamiento energético son: su bajo costo de generación, bajo costo de mantenimiento, no requiere abastecimiento de combustibles, representa menor contaminación en comparación con las fuentes de energía convencionales, puede compatibilizarse con el uso del agua para otros fines, y una larga vida útil. Tiene limitaciones en cuanto a la disponibilidad de los recursos hídricos, dependencia de factores meteorológicos y estacionales y se requiere de una importante inversión considerando las obras civiles e instalaciones.

### **1.1.2 Historia de la generación hidroeléctrica.**

Los seres humanos llevan siglos aprovechando la energía de las corrientes fluviales, utilizando ruedas hidráulicas giradas por los ríos inicialmente para procesar granos y telas. En el siglo III a. C. los romanos y los griegos ya aprovechaban la energía que producía el agua, con el uso de ruedas hidráulicas para moler granos.

La energía hidroeléctrica debe su mayor desarrollo al ingeniero civil británico John Smeaton, que construyó por vez primera grandes ruedas hidráulicas de hierro colado durante el siglo XVIII. La hidroelectricidad tuvo mucha importancia durante la Revolución Industrial; impulsó las industrias textiles, del cuero, los talleres de construcción de máquinas a principios del siglo XIX. Aunque las máquinas de vapor ya estaban perfeccionadas, el carbón mineral era escaso y la madera poco satisfactoria como combustible dando lugar a la energía hidráulica para ayudar al crecimiento de las nuevas ciudades industriales que se crearon en Europa y América hasta la construcción de canales a mediados del siglo XIX.

En 1880 en Northumberland, Gran Bretaña, se construyó la primera central hidroeléctrica, aunque para muchos, la primera central hidroeléctrica del mundo se construyó en Appleton, en el Estado de Wisconsin, Estados Unidos en 1882. El renacimiento de la energía hidráulica se produjo por el desarrollo del generador eléctrico, seguido del perfeccionamiento de la turbina hidráulica y debido al aumento de la demanda de la electricidad a principios del siglo XX. En 1920 las centrales hidroeléctricas generaban ya una parte importante de la producción total de electricidad.

### **1.1.3 Estado actual de la generación hidroeléctrica en El Salvador.**

En El Salvador, el fomento de energía proveniente de fuentes renovables se vuelve cada vez más importante debido a las crisis de energías causadas por el aumento acelerado de los precios del petróleo y la problemática medioambiental a la que regiones como la centroamericana es vulnerable.

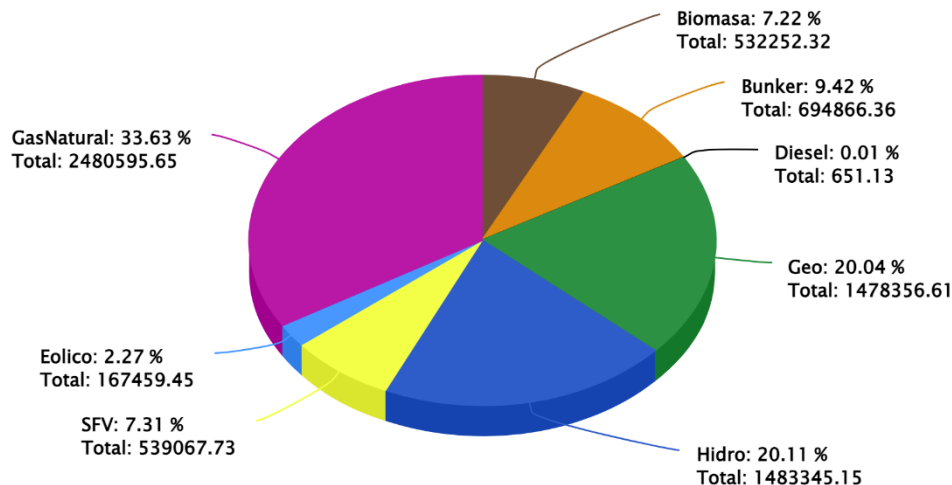
Con la reforma del sector eléctrico en El Salvador en 1996, el sistema de generación de energía eléctrica experimentó un cambio drástico pasando de ser responsabilidad de una entidad estatal, llamada Comisión Ejecutiva Hidroeléctrica del Río Lempa (CEL), a un sistema de mercado mayorista, dividiendo el sector eléctrico en: generación, transmisión, distribución y comercialización (JICA & CNE, 2012).

En el año 2012 se contabilizaban en el país un total de 20 centrales (JICA & CNE, 2012), de las cuales cuatro de ellas que pertenecen al mercado mayorista son administradas por CEL: Central Hidroeléctrica 5 de Noviembre, Central Hidroeléctrica Cerrón Grande, Central Hidroeléctrica 15 de Septiembre, ubicadas en diversos puntos de la cuenca del río Lempa, y Central Hidroeléctrica de Guayoyo, ubicada en la desembocadura del lago de Güija, Metapán; el resto de centrales de generación pertenecen a la Compañía Eléctrica Cucumacayán (CECSA), empresa subsidiaria de la CEL, y otros generadores privados los cuales forman parte del mercado minorista.

Durante el primer semestre del año 2022 la capacidad instalada de las centrales generadoras de la CEL (Guajoyo, Cerrón Grande, 5 de noviembre y 15 de septiembre) ascendía a 552.89 MW (SIGET, 2022), de los cuales 350 MW les corresponden a turbinas tipo Francis y el resto a turbinas tipo Kaplan. En 2023, entra en operación la planta hidroeléctrica "3 de Febrero" en el Mercado

Mayorista, con una capacidad instalada de 66 MW, distribuidos en dos unidades tipo Francis de eje vertical (CRIE, 2022). Esto elevó la capacidad instalada total a 618.19 MW en 2023.

En el año 2023, las principales generadoras de energía renovables fueron la hidroeléctrica, la geotérmica y la solar fotovoltaica. Según la Dirección General de Energía, Hidrocarburos y Minas (DGEHM), para finales del año 2023, la producción de energía hidroeléctrica tuvo una participación del 20.11% en la Matriz de Generación Acumulada (Figura 1.1).



**Figura 1.1.** Matriz de Generación Acumulada 2023 (GWh).  
Fuente: Dirección General de Energía, Hidrocarburos y Minas (DGEHM, 2023)

## 1.2 Pequeñas centrales hidroeléctricas.

El propósito de la presente investigación es realizar el diseño de algunos de los elementos que componen una Turbina Francis (TF) para un banco de pruebas que simula el funcionamiento de una Pequeña Central Hidroeléctrica (PCH) de la Escuela de Ingeniería Mecánica. Por ello, es preciso estudiar el concepto de PCH y conocer su clasificación según potencia dado que este constituye uno de los principales parámetros de diseño.

### **1.2.1 Definición.**

Una PCH puede definirse como: una central de generación hidroeléctrica donde se aprovecha la energía potencial y cinética de pequeños flujos de agua, que al pasar por el conjunto turbogenerador transforma la energía mecánica en eléctrica, generando poco impacto ambiental, ya que en la mayoría de los casos no posee represas y tiene captación de filo de agua. (Grupo de investigación Xué, 2020)

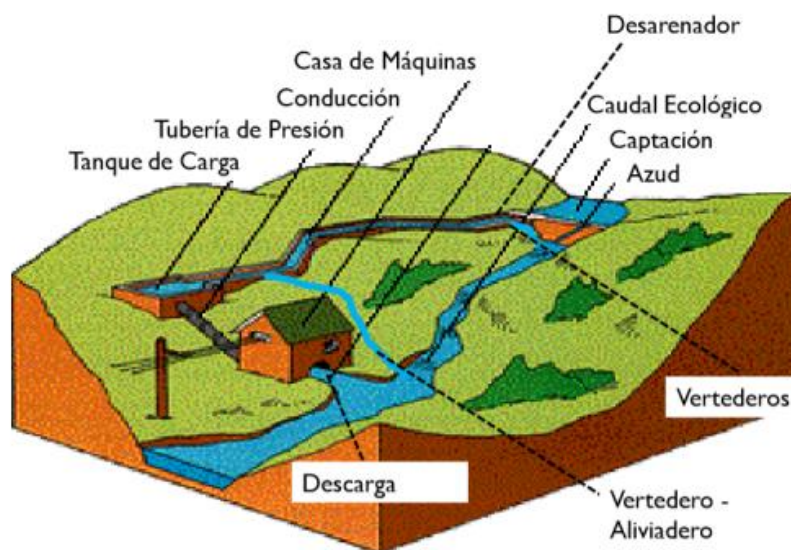
Según el estándar IEEE 1020-1988, el término de pequeñas plantas hidroeléctricas no está ligado al tamaño físico de estas, sino más bien como sinónimo de baja potencia de salida, por ejemplo, una instalación de caída pequeña requiere una turbina mucho mayor para desarrollar la misma potencia de salida que una con una gran caída. Estas plantas tienen potencias de salida oscilan entre 100 kW y 5,000 kW aproximadamente (IEEE, 1988).

### **1.2.2 Principio de funcionamiento de una PCH**

El funcionamiento de una PCH consiste en aprovechar los mantos acuíferos que se encuentran en un nivel geodésico distinto con respecto a un punto determinado, resultado del ciclo hidrológico, transforman esa energía en energía eléctrica.

El proceso de transformación de energía en una PCH es el siguiente: según el tipo de obra civil, el agua es contenida aguas arriba haciéndola descender por la tubería de presión o tubería forzada, la cual dirige la masa de agua hacia la turbina haciéndola girar a una determinada velocidad, transformando así la energía hidráulica (potencial y cinética) en energía mecánica de rotación. La turbina activa el generador que transforma la energía mecánica proporcionada por la turbina en energía eléctrica, el transformador se

encarga de elevar el voltaje al requerido en la línea de transmisión donde se transporta la energía eléctrica a los diferentes usuarios. El esquema de la Figura 1.2 describe los componentes principales y el funcionamiento de una PCH:



**Figura 1.2.** Esquema de componentes y funcionamiento de una PCH.

Fuente: (Henao, 2015)

### 1.2.3 Clasificación de las Pequeñas Centrales Hidroeléctricas.

Las PCH pueden clasificarse según diversos criterios; no es conveniente proponer esquemas únicos de clasificación, no solo por la presencia de elementos arbitrarios propios de toda clasificación, sino porque las clasificaciones pueden responder a las características propias y grado de desarrollo de cada país.

Según la Organización Latinoamericana de Energía (OLADE) las PCH pueden clasificarse de acuerdo con la potencia instalada y salto tal como se muestra en el esquema de la Figura 1.3.

La altura bruta es la clasificación más importante pues es la característica que determina tanto la obra civil, el tipo de turbina, así como la velocidad del grupo turbo-generator.

Pequeñas Centrales Hidroeléctricas	Según Potencia (kW)	Microcentrales	→	Hasta 50		
		Minicentrales	→	50 a 500		
		Pequeñas Centrales	→	500 a 5,000		
				Bajo	Medio	Alto
Pequeñas Centrales Hidroeléctricas	Según Salto o Altura Bruta (m)	Microcentrales	<15	15-50	>50	
		Minicentrales	<20	20-100	>100	
		Pequeñas Centrales	<25	25-130	>130	

**Figura 1.3.** Clasificación de las PCH según rangos de Potencia y Salto.  
Fuente: Manual de diseño de Pequeñas Centrales Hidroeléctricas (OLADE, 1985).

Los límites de estas clasificaciones son convencionales y varían con las posibilidades hidroeléctricas de cada país o región. Según la Guía de Evaluación Preliminar de Pequeñas Centrales Hidroeléctricas, elaborada por el Fundación Red Centroamericana de Energía (BUN-CA), cuando se habla de generación a pequeña escala las PCH pueden clasificarse de acuerdo con la Tabla 1.1.

**Tabla 1.1.** Rangos de generación de las PCH en Centroamérica.

Tipo	Rango de Potencia
Picocentral	0 a 10 kW
Microcentral	10 a 100 kW
Minicentral	100 a 1,000 kW
Pequeña Central	1 a 5 MW

Fuente: Pequeñas Centrales Hidroeléctricas (BUN-CA, 2018).

En contraste, el Plan Maestro para el Desarrollo de Energías Renovables; documento desarrollado por el Consejo Nacional de Energía (CNE) y la Agencia de Cooperación Internacional del Japón (JICA), manifiesta que una PCH es aquella que genera menos de 20 MW.

#### **1.2.4 Ventajas de las Pequeñas Centrales Hidroeléctricas.**

Son múltiples las ventajas que las PCH presentan frente a otras fuentes de energía convencionales, entre ellas se pueden destacar:

- Emisiones de gas de efecto invernadero bajas ya que, en comparación con plantas de energía térmica, en el proceso de producción de energía no hay ninguna combustión.
- Las PCH contribuyen al desarrollo sostenible, siendo una energía económicamente rentable. Permite descentralizar la producción total y posibilita el desarrollo de poblaciones dispersas y alejadas de los principales núcleos de desarrollo.
- En la actualidad existen diseños de instalaciones de PCH que buscan no interferir con la migración de las especies piscícolas. No se puede decir lo mismo de las grandes centrales, donde los grandes saltos y los elevados caudales turbinados impiden en su mayoría el paso de peces por las presas.
- Las PCH pueden asegurar un caudal mínimo (ecológico) que garantiza la vida aguas abajo de la central.
- La construcción de las PCH contribuye a la descentralización de generación eléctrica. De esta forma se puede conseguir que, ante una falta de energía de la red principal, se mantenga el suministro en zonas apartadas de la red.

En los países en vías de desarrollo, las PCH adquieren una importancia creciente como factor decisivo en el progreso de regiones aisladas energéticamente. Para el año 2012, se estimaba que 50 millones de hogares en el mundo eran abastecidos de energía eléctrica por PCH en zonas rurales. Países

como China y la India están basando el crecimiento económico de la población dispersa cuya electrificación es vital para su desarrollo tecnológico y social con la implantación de PCH.

Se destaca también la larga vida útil que poseen la infraestructura hidroeléctrica dada su relativa simplicidad, encontrándose bastantes instalaciones funcionando correctamente después de más de 75 años de uso. La causa de esta duración se debe a que las máquinas hidráulicas son equipos que giran a pocas revoluciones, por lo que pueden encontrarse funcionando todavía instalaciones muy antiguas como la PCH Cucumacayán que data de 1936.

Entre las pocas desventajas que tienen las pequeñas centrales hidroeléctricas está el hecho de proporcionar un suministro de energía variable, puesto que los cambios climáticos y meteorológicos pueden hacer variar el flujo de agua, y por tanto la cantidad de agua disponible, además, requieren de una importante inversión inicial considerando obras civiles e instalaciones.

### **1.3 Pequeñas Centrales Hidroeléctricas en El Salvador.**

En El Salvador, las PCH han jugado un papel importante en el factor demanda de energía en nuestro país, ya que antes del año 1951, en que inician su operación las grandes centrales hidroeléctricas, fueron éstas las encargadas de suplir la carga ya instalada en el país. El caso más palpable puede ser el de la Compañía Eléctrica de Cucumacayán, S.A. que, en el año de 1936, en que fue puesta en línea su central, con 2 MW de potencia, era considerada como una de las más grandes de Centroamérica en su categoría, la cual proporcionaba energía a las zonas de Sonsonate, Acajutla, Santa Ana, los municipios de Armenia, Ateos y una parte de San Salvador.

En El Salvador son relativamente pocas las empresas con centrales generadoras hidroeléctricas que operan aportando energía eléctrica a la red de distribución. La Compañía Eléctrica Cucumacayán S.A. de C.V. (CECSA) se constituyó como compañía pública en 1954, por inversionistas privados. La administración de la empresa fue transferida a CEL en 1986 y operó bajo el nombre de Compañía Eléctrica Cucumacayán Administración. CEL formalizó la compra de la planta Cucumacayán por Decreto Legislativo en 1994 y se estableció como Compañía Eléctrica Cucumacayán S.A. de C.V. Actualmente, cuenta con 8 Pequeñas Centrales Hidroeléctricas con una capacidad instalada total de 11.80 MW (CECSA, 2023).

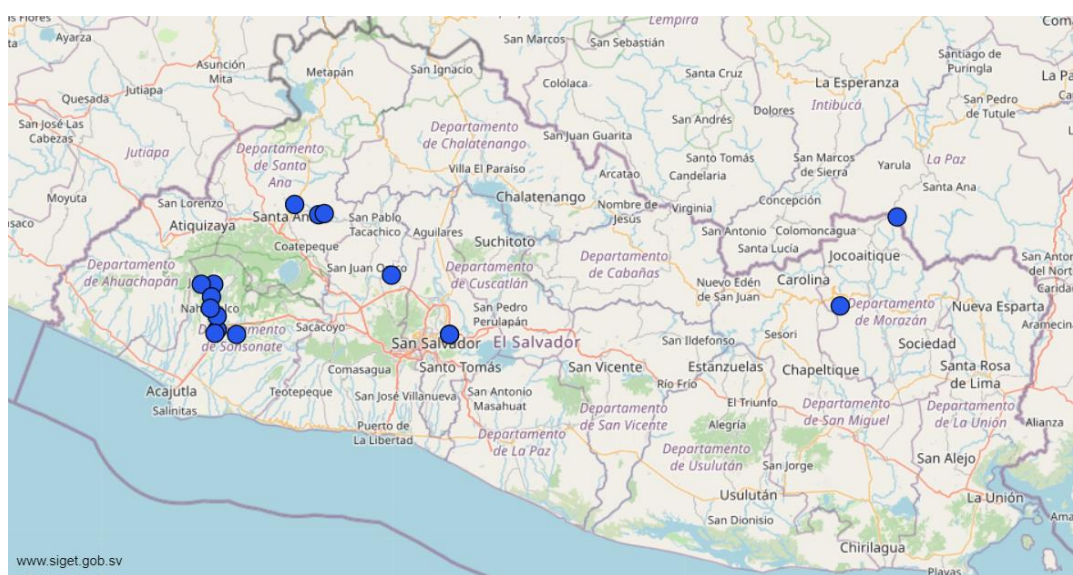
De acuerdo con La Superintendencia General de Electricidad y Telecomunicaciones (SIGET), en El Salvador operan un total de 16 PCH las cuales suman una capacidad instalada de aproximadamente 19.30 MW. En la Tabla 1.2 se enlistan las PCH que funcionan actualmente en El Salvador.

**Tabla 1.2.** Pequeñas Centrales Hidroeléctricas en El Salvador.

Nº	Central Hidroeléctrica	Localización	Capacidad Instalada	Entidad
1	Río Sucio	Santa Ana	4.10 MW	CECSA - Estatal
2	Cucumacayán	Sonsonate	2.94 MW	CECSA - Estatal
3	Milingo	San Salvador	1.80 MW	CECSA - Estatal
4	San Luis I	Santa Ana	1.099 MW	CECSA - Estatal
5	San Luis II	Santa Ana	0.768 MW	CECSA - Estatal
6	Bululú	Sonsonate	0.675 MW	CECSA - Estatal
7	Cutumay Camones	Santa Ana	0.275 MW	CECSA - Estatal
8	Sonsonate	Sonsonate	0.15 MW	CECSA - Estatal
9	La Calera	Sonsonate	0.60 MW	De Matheu y Cía - Privada
10	Nahuizalco	Sonsonate	2.0 MW	Sensunapán - Privada
11	Papalote	Sonsonate	2.0 MW	Hidroeléctrica Papalote - Privada
12	Hidro Juayúa	Sonsonate	2.47 MW	Hidro Juayúa - Privada
13	Venecia y Prusia	San Salvador	0.25 MW	Industrias agrícolas Venecia y Prusia - Privada
14	Valesa Energy	Sonsonate	0.12 MW	Velesa Energy - Privada
15	El Calambre	Morazán	0.06 MW	SABES - Privada
16	Junquillo	Morazán	0.02 MW	SABES - Privada

Fuente: (SIGET, 2022).

Como se aprecia en la Figura 1.4, la mayoría de las Pequeñas Centrales Hidroeléctricas están ubicadas en la región occidental, especialmente en los departamentos de Sonsonate y Santa Ana. Cabe mencionar que según estudios de la JICA en el año 2011 el potencial hidroeléctrico total en El Salvador era de 2,257.8 MW y el de las pequeñas centrales hidroeléctricas; menores de 20 MW, ascendía a 180.8 MW. Actualmente no se tiene un estudio actualizado del potencial hidráulico instalado.



**Figura 1.4.** Ubicación geográfica de las Pequeñas Centrales Hidroeléctricas en El Salvador.  
Fuente: (SIGET, 2022).

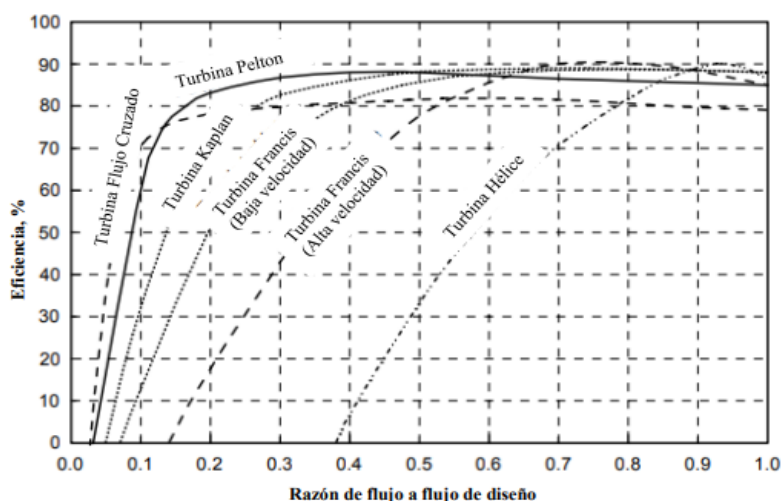
Por lo tanto, las Pequeñas Centrales Hidroeléctricas (mercado minorista) representan un aporte representativo en la generación y distribución de energía eléctrica, para suplir la demanda existente del país. En este contexto es donde la generación hidroeléctrica a pequeña escala se vuelve objeto de este trabajo.

#### **1.4 Turbinas hidráulicas.**

Una turbina es una máquina que ayuda a transformar la energía potencial y cinética, producida por un flujo o corriente de agua, en energía mecánica que se transfiere por un eje conectado a un generador produciendo así energía

eléctrica. Puesto que se trata de una turbomáquina, su principio de funcionamiento está dado por la ecuación de Euler.

En la Figura 1.5 se muestran las curvas de los rendimientos de las diferentes turbinas respecto a la razón de flujo. De estas gráficas se interpreta que la Turbina Pelton (TP) es la que posee la eficiencia más alta y constante desde un 20% de razón de flujo, la Turbina Kaplan (TK) alcanza su máxima eficiencia desde un 35% y la TF a partir del 50% de su caudal nominal.



**Figura 1.5.** Curvas de rendimiento de las Turbinas Hidráulicas.  
Fuente: (Mataix, 1975)

### 1.4.1 Clasificación de las turbinas hidráulicas.

Las turbinas hidráulicas se pueden clasificar según su grado de reacción, según la dirección del agua en el rodete, según la disposición del eje y según su número específico de revoluciones, características de las turbinas que determinan las condiciones de operación.

- 1) Según su grado de reacción.

Atendiendo al grado de reacción, las turbinas hidráulicas se clasifican en dos grupos: a) turbinas de acción y b) de reacción. Esta clasificación atiende al

concepto de grado de reacción: si el grado de reacción es cero, la turbina se llama de acción, si el grado de reacción de la turbina es distinto de cero, la turbina se llama de reacción.

El grado de reacción de una turbina se define así:

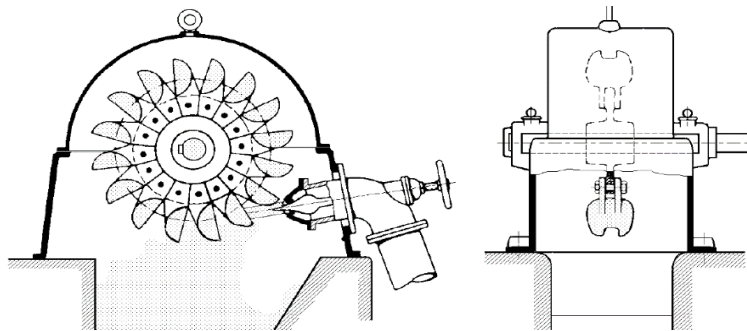
$$\sigma = \frac{\text{altura de presión absorbida por el rodete}}{\text{altura total absorbida por el rodete}} \quad (1.1)$$

a) Turbinas de acción.

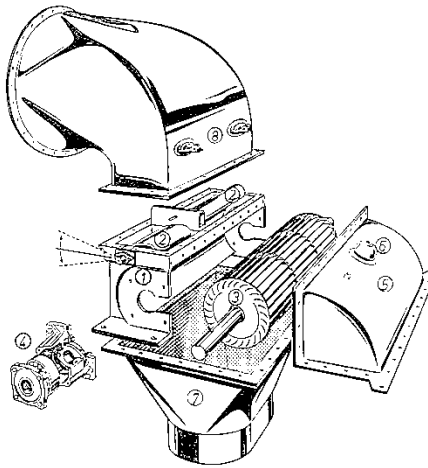
Las turbinas de acción son aquellas que aprovechan únicamente la velocidad del flujo de agua para hacerlas girar, además de funcionar con la misma presión a la entrada y salida de ellas. Dentro de esta categoría se encuentran las TP y Ossberger.

- i. Turbina Pelton: esta turbina se emplea en grandes saltos (de 10 a 400 m) con poco caudal (2 a 100 m<sup>3</sup>/s). Está formada por un rodete móvil con álabes de doble cuenco. El flujo de agua entra en la turbina dirigido y regulado por uno o varios inyectores, incidiendo en los álabes y provocando el movimiento de giro de la turbina. El inyector (o inyectores) dirigen agua a presión contra la serie de cuchara montadas alrededor del borde del rodete, cada paleta invierte el flujo de agua, disminuyendo su energía, las paletas se montan por pares para mantener equilibradas las fuerzas en la rueda (Figura 1.6).
- ii. Turbina Michell-Banki: también llamada turbina Ossberger, es una turbina de flujo cruzado (Figura 1.7). Su accionamiento se realiza a través de un inyector de sección rectangular provisto de un álabe longitudinal que regula y orienta el caudal que entra en la turbina, y un rodete cilíndrico, con sus múltiples palas dispuestas como generatrices.

El primer impulso se produce cuando el caudal entra en la turbina orientado por el álabe del inyector hacia las palas del rodete. Cuando este caudal ha atravesado el interior del rodete proporciona el segundo impulso, al salir del mismo y caer por la tubería de escape.



**Figura 1.6.** Turbina Pelton.  
Fuente: (Fernández Díez, 2009)

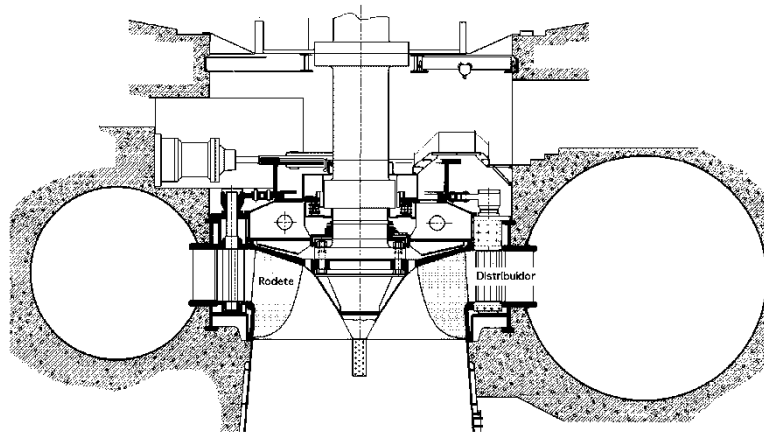


**Figura 1.7.** Turbina Michell-Banki.  
Fuente: (Fernández Díez, 2009)

#### b) Turbinas de reacción.

Las turbinas de reacción se accionan a través de la presión que el líquido ejerce sobre los álabes, dicha presión es diferente a la entrada y salida de la turbina. Esta presión decrece desde el borde de ataque hasta la salida del álabe. Las turbinas de reacción que se suelen instalar son las TF y las TK.

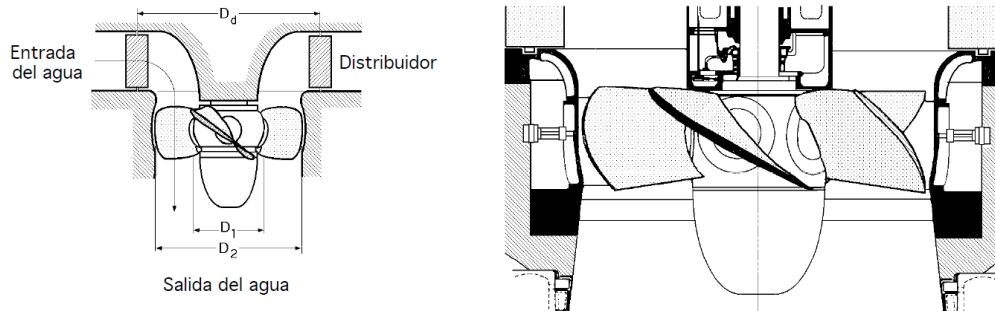
- a) Turbinas Francis: se trata de una turbina de reacción de flujo interno que combina tanto flujo radial como de flujo axial (Figura 1.8). El fluido cambia de presión a medida que se desplaza a través del rodete perdiendo así su energía, necesitando de una carcasa para poder contener el caudal. En la actualidad las TF son turbinas hidráulicas de instalación más frecuente, porque cubren la gama de alturas netas y potencias más usuales. Pueden encontrarse en alturas netas de 5 m (para TF de potencia medias y pequeñas) hasta de 550 m y con caudales que a veces alcanzan los 200 m<sup>3</sup>/s y otras solo de 10 m<sup>3</sup>/s (Polo Encinas, 1989). Su rendimiento puede alcanzar el 90%.



**Figura 1.8.** Corte transversal de una turbina Francis.  
Fuente: (Fernández Díez, 2009)

- b) Turbina Kaplan: se trata de una turbina de flujo axial que utiliza alturas netas pequeñas entre unos cuantos metros hasta unas pocas decenas. Una de las características principales es que siempre funciona con grandes caudales que van desde los 200 a 300 m<sup>3</sup>/s. La TK es una turbina de hélice con álabes ajustables (Figura 1.9), de forma que la incidencia del agua en el frente de ataque del álabe pueda producirse

en las condiciones de máxima acción, cualesquiera que sean los requisitos de caudal o de carga, logrando así mantener un rendimiento elevado a diferentes valores de la potencia (Polo Encinas, 1989).



**Figura 1.9.** Turbina Kaplan.  
Fuente: (Fernández Díez, 2009)

2) Según su número específico de revoluciones.

La velocidad específica corresponde al número de revoluciones por minuto que daría una turbina semejante a la que se desea proyectar (de igual forma, pero dimensiones reducidas), la cual, instalada en un salto de 1 metro de altura, proporcionaría una potencia de 1 caballo de vapor.

En las turbinas de reacción; al igual que en las TP, el rodete va cambiando de forma de una turbina a otra para adaptarse a las diferentes condiciones de funcionamiento. Estas condiciones son la potencia útil  $P_a$ , la altura neta  $H$ , y el número de revoluciones,  $n$ .

La importancia relativa de  $P_a$ ,  $H$  y  $n$  en la forma del rodete se expresa por el valor del número específico de revoluciones,  $n_s$ :

$$n_s = \frac{n P_a^{1/2}}{H^{5/4}} \quad (1.2)$$

Donde:

- $n_s$ : velocidad específica.
- $n$ : velocidad de rotación en rpm.
- $P_a$ : potencia de diseño de la turbina en CV.
- $H$ : altura de diseño de la turbina en m.

El número específico de revoluciones es una medida para la relación entre la velocidad del agua y el número de revoluciones, se diferencia entre turbinas lentas, en las que la velocidad del agua es claramente superior a la velocidad circunferencial, y turbinas rápidas, en las que se da el caso contrario.

A continuación, en la Tabla 1.3, se detalla la clasificación de las turbinas de acuerdo con el número específico de revoluciones:

**Tabla 1.3.** Tipo de turbina según su velocidad específica.

Velocidad específica, $n_s$	Tipo de turbina	Altura (m)
Hasta 18	Pelton de una tobera	Hasta 800
De 18 a 25	Pelton de una tobera	De 800 a 400
De 26 a 35	Pelton de una tobera	De 400 a 100
De 26 a 35	Pelton de dos toberas	De 800 a 400
De 36 a 50	Pelton de dos toberas	De 400 a 100
De 51 a 72	Pelton de cuatro toberas	De 400 a 100
De 55 a 70	Francis muy lenta	De 400 a 200
De 70 a 120	Francis lenta	De 200 a 100
De 120 a 200	Francis media	De 100 a 50
De 200 a 300	Francis rápida	De 50 a 25
De 300 a 450	Francis ultrarrápida	De 25 a 15
De 400 a 500	Hélice ultrarrápida	Hasta 15
De 270 a 500	Kaplan lenta	De 50 a 15
De 500 a 800	Kaplan rápida	De 15 a 5
De 800 a 1100	Kaplan ultrarrápida	Menos de 5

Fuente: (Sierra del Río, 2017)

#### 1.4.2 Principales componentes de una turbina de reacción.

Una turbina hidráulica de reacción está compuesta de cuatro órganos que son atravesados por el fluido sucesivamente, estos son: la cámara espiral, el distribuidor, el rodete y el difusor.

- 1) Carcasa o cámara espiral: es una cámara estructural en forma de espiral que envuelve completamente a la turbina, y que distribuye uniformemente el flujo de agua hacia el predistribuidor. El extremo de la cámara está conectado a la tubería de presión, o en su caso, a una válvula de admisión.
- 2) Distribuidor: es un elemento inmóvil, en el que no se produce trabajo mecánico. Sirve para que el flujo de agua se acelere al transformar de forma completa o parcial la energía mecánica en energía cinética. El distribuidor dirige el agua hacia otro componente llamado rodete y actúa como regulador de caudal. Las formas del distribuidor pueden variar, en las turbinas de acción pueden ser de inyector y en las turbinas de reacción puede ser de forma axial, semi radial o radial.
- 3) Rodete: se conoce como rodete, rueda o rotor al elemento básico de las turbinas hidráulicas. Este es, esencialmente, un disco que tiene un sistema de paletas, álabes o cucharas y que está animado por cierto grado de velocidad angular. La energía hidráulica que proviene del fluido o salto de agua es transformada en energía mecánica justamente en el rodete. Puede ser por aceleración y desviación o simplemente por desviación del flujo líquido a medida que pasa por las paletas.
- 4) Tubo de aspiración: es un componente encontrado casi siempre en las turbinas de reacción, va instalado después del rodete y tiene forma de conducto divergente. Posee forma recta o acodada y se encarga de rescatar la altura que hay entre la salida del rotor y el nivel del canal de desagüe. También recupera parte de energía cinética perteneciente a la velocidad residual del fluido en la salida del rotor.

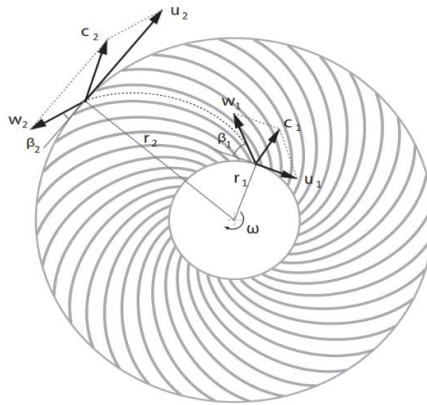
### 1.4.3 Método de estudio unidimensional.

La teoría unidimensional busca describir la relación que existe entre las condiciones globales de operación de la turbomáquina (como velocidad de giro, el par, o el caudal) y las velocidades medias en la entrada y en la salida tanto del rotor como de los álabes guías. Así también, se busca la relación existente entre las variables anteriores con la forma y el tamaño de las zonas de paso del fluido, mediante una teoría simplificada, basada en el concepto de velocidad media.

El método unidimensional plantea las siguientes hipótesis simplificadoras:

- a) La dirección de la velocidad absoluta coincide con la dirección del álabe fijo (del distribuidor). En el rodete, será la dirección de la velocidad relativa la que coincida con la dirección de los álabes, por tanto, las superficies de corriente del flujo absoluto y relativo son paralelas a las superficies de los álabes fijos o móviles, respectivamente. Esta hipótesis será más certera a mayor número de álabes, por ello es conocida como teoría del número infinito de álabes. En la Figura 1.10 se muestra un esquema de un rotor con “infinito número de álabes”.
- b) La teoría unidimensional considera que la velocidad relativa ( $\vec{w}$ ) es paralela al álabe en el rotor. Si existe simetría de revolución en el rotor de una turbomáquina o en otros elementos como el distribuidor y el difusor, se supondrá que la velocidad es uniforme a lo largo de las circunferencias concéntricas con el eje, con la excepción de donde estas circunferencias intersecan a los álabes.
- c) La velocidad meridional ( $\vec{c}_m$ ) es uniforme en cada sección transversal de paso (secciones perpendiculares a los planos meridionales).

- d) La velocidad periférica ( $\vec{c}_u$ ) se considera uniforme en máquinas radiales. En axiales o mixtas sólo se puede hacer esta suposición en superficies cilíndricas coaxiales al eje de giro y en rodetes con un número elevado de álabes.



**Figura 1.10.** Rotor según la teoría unidimensional.  
Fuente: (Paz, Suárez, Concheiro, & Conde, 2019).

Al método unidimensional pertenecen ecuaciones auxiliares tan eficientes como la ecuación de Bernoulli generalizada, el método de los triángulos de velocidad y la ecuación de Euler (basada en el teorema de momento cinético). La utilización de este método se basa en un pilar de la hidrodinámica: la ecuación de Bernoulli y, se concreta en los siguientes instrumentos de trabajo:

- a) Ecuación de Bernoulli para fluido ideal: las ecuaciones de Bernoulli para fluido ideal particularizadas para una línea de corriente se reducen en una sola. La ecuación de Bernoulli para fluido ideal es la siguiente

$$\frac{v_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} + z_1 g = \frac{v_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho} + z_2 g = Y \quad (1.3)$$

En donde:

- $v^2/2$ : energía cinética específica (por unidad de masa).
- $p/\rho$ : energía de presión específica.

- $zg$ : energía geodésica específica.
- $Y$ : energía específica.

Expresión válida para fluido ideal, flujo rotacional o irrotacional, para una única línea de corriente y varía de una línea de corriente a otra.

- b) Ecuación de Bernoulli para fluido ideal en régimen irrotacional: a esta forma las condiciones de fluido ideal e incompresible se le añade que la fuerza exterior única es la gravedad y que el flujo es permanente e irrotacional. Así:

$$\frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} + zg = Y \quad (1.4)$$

Expresión válida para fluido ideal de flujo irrotacional, aplicable entre 2 puntos cualesquiera, aunque no estén en la misma línea de corriente, es constante en todos los puntos.

- c) Ecuación de Bernoulli y primer principio de la Termodinámica: la ley de la conservación de la energía se convierte en ecuación de Bernoulli cuando el fluido es ideal e incompresible. Se aplica a un sistema dinámico abierto en régimen permanente, aplicando este principio a un filamento o línea de corriente se tiene:

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{c_1^2}{2} + z_1g = \frac{p_2}{\rho} + \frac{c_2^2}{2} + z_2g \quad (1.5)$$

- d) Ecuación de Bernoulli generalizada: a veces abreviada como ecuación de Bernoulli, corresponde al método unidimensional y representa la energía total de la corriente de fluido, sus términos tienen dimensiones de energía por unidad de masa o altura.

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{c_1^2}{2g} + z_1 - h_r + \Sigma H_B - \Sigma H_T = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{c_2^2}{2g} + z_2 \quad (1.6)$$

Donde:

- $p/\rho g$ : altura de presión (en metros).
- $z$ : altura geodésica o altitud de la partícula con respecto a un plano horizontal de referencia cualquiera seleccionado al criterio del observador.
- $c^2/2g$ : altura de velocidad o altura dinámica.
- $h_r$ : pérdidas por fricción entre un punto 1 y 2.
- $\Sigma H_B$ : altura efectiva de una bomba.
- $\Sigma H_T$ : altura neta de una turbina.

El método unidimensional descrito se emplea frecuentemente en el estudio de turbomáquinas hidráulicas. En este método, se estudia la corriente en su conjunto, reduciéndola a un filamento de corriente, asignando a cada punto de este, los valores medios de la velocidad, de presión y considerando la altura geodésica de cada punto del filamento como representativa de la sección transversal correspondiente.

#### **1.4.4 Teorema de cantidad de movimiento.**

Este teorema constituye un instrumento de investigación en hidrodinámica junto con la ecuación de Bernoulli, se diferencia de ella en que la ecuación de Bernoulli es escalar y válida sólo para fluido ideal, mientras que la ecuación que expresa el teorema de cantidad de movimiento es vectorial y válida para fluido real. La ecuación fundamental de las turbomáquinas (Ecuación de Euler) es una

aplicación de este teorema referido a un filamento de corriente, de ahí radica su importancia.

Al aplicar la Segunda Ley de Newton a una partícula P de un filamento de masa ( $dm$ ) delimitado por dos secciones de control se tendrá:

$$d\vec{F} = dm \frac{d\vec{c}}{dt} = \rho dQ dt \frac{d\vec{c}}{dt} = dG d\vec{c} \quad (1.7)$$

Donde:

- $d\vec{F}$ : fuerza aplicada a la partícula.
- $\vec{c}$ : velocidad de la partícula.
- $dQ$ : caudal volumétrico.
- $dG = \rho dQ$ : caudal másico.

Integrando a lo largo del filamento y sabiendo que el caudal másico a través de un filamento de corriente en régimen permanente es constante tenemos que:

$$d\vec{F} = \rho dQ (\vec{c}_2 - \vec{c}_1) \quad (1.8)$$

#### 1.4.5 Ecuaciones generales de las turbinas hidráulicas.

a) Ecuación de continuidad.

La ecuación de continuidad es fundamental para el estudio de la hidrodinámica y de las turbinas hidráulicas, esta indica la relación existente entre el área y la velocidad de un fluido en un lugar determinado de una tubería. Esta ecuación implica que el caudal de un fluido permanece constante a lo largo de un circuito hidráulico. Nos indica que el volumen de fluido que ingresa por una zona determinada de un tubo a una velocidad  $V$  es la misma cantidad que

abandona la sección transversal A del tubo, sin importar que la sección transversal de dicho tubo varíe a lo largo de toda su longitud.

La ecuación de continuidad es la siguiente:

$$A_1V_1 = A_2V_2 \quad (1.9)$$

Esta ecuación es válida para un fluido ideal y para las siguientes suposiciones:

- i. No viscoso: se desprecian las fuerzas de fricción entre las capas del fluido.
  - ii. Flujo laminar: las líneas de corriente de las diferentes partículas no se cruzan.
  - iii. Incompresible: el volumen de una porción de fluido no cambia bajo la aplicación de una fuerza externa.
  - iv. Irrotacional: no hay movimiento de rotación en el flujo o en las partículas que lo conforman.
- b) Primera forma de la ecuación de Euler.

La ecuación de Euler se basa en el teorema del momento cinético; teorema rotacional equivalente del momento lineal. Dicho teorema establece que, si el momento de las fuerzas exteriores es cero, el momento angular se conserva, es decir, es constante. Sin embargo, el momento angular varía cuando sobre él actúa un momento de fuerza resultante. Matemáticamente se expresa como:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{M} \quad (1.10)$$

Donde:

- $\vec{L}$ : Momento angular

- $\vec{M}$ : Momento resultante.

El teorema anterior es de gran utilidad para la ecuación de Euler ya que permite deducirla aplicándolo a un hilo de corriente que se encuentra entre dos superficies de control que contienen el fluido. El momento de las fuerzas resultantes que actúan sobre él es igual a la variación del momento cinético del fluido. Posteriormente, se hace un análisis de momentos resultantes de las componentes axiales y radiales en la entrada y salida de la máquina de velocidad, para poder determinar la cantidad de movimiento. De acuerdo con lo anterior se tiene que:

$$-dM = \rho dQ(r_2 c_{2u} - r_1 c_{1u}) = dG(r_2 c_{2u} - r_1 c_{1u}) \quad (1.11)$$

Donde:

- $dM$  (*reacción*): Momento de las fuerzas exteriores que actúan sobre el fluido "aislado".
- $dM$  (*acción*): Momento que el fluido aislado ejerce sobre las fuerzas exteriores.
- $r_1, r_2$ : radios de las componentes periféricas  $c_{1u}, c_{2u}$ .
- $dQ$ : gasto de caudal a través del filamento.

Se asume que todas las partículas del fluido entran en el rodete con la misma velocidad en la sección transversal de entrada y salen también con la misma velocidad en la sección transversal de salida (esta hipótesis recibe el nombre de teoría unidimensional, o teoría del número infinito de álabes). Integrando para todos los hilos de corriente del rodete, siempre y cuando se cumplan todas las suposiciones del régimen permanente, se tiene:

$$M = \rho Q(r_1 c_{1u} - r_2 c_{2u}) \quad (1.12)$$

En esta ecuación  $M$  es el momento mecánico transmitido por el fluido al rodete. Haciendo  $G = \rho Q$  y multiplicando la expresión anterior por la velocidad angular  $\omega$  se obtiene la potencia mecánica transmitida por el fluido al rodete.

$$P = M\omega = \omega G(r_1 c_{1u} - r_2 c_{2u}) = G(u_1 c_{1u} - u_2 c_{2u}) \quad (1.13)$$

El término en paréntesis expresa la energía obtenida y corresponde a la teoría unidimensional de la corriente perfectamente guiada (número infinito de álabes en el rodete). A este término se le conoce como la primera forma de la ecuación de Euler y se expresa de la siguiente forma:

$$Y_{u\infty} = u_1 c_{1u} - u_2 c_{2u} \quad (1.14)$$

En turbomáquinas hidráulicas, la ecuación de Euler se expresa en términos de alturas haciendo  $H_{u\infty} = \frac{Y_{u\infty}}{g}$ . Entonces tenemos:

$$H_{u\infty} = \frac{1}{g}(u_1 c_{1u} - u_2 c_{2u}) \quad (1.15)$$

Donde:

- $H_{u\infty}$ : Altura teórica de Euler.
- $c_{1u}$ : componente periférica de la velocidad absoluta a la entrada del rodete.
- $c_{2u}$ : componente periférica de la velocidad absoluta a la salida del rodete.
- $u_1$ : velocidad tangencial a la entrada del rodete.
- $u_2$ : velocidad tangencial a la salida del rodete.

La ecuación de Euler o la ecuación fundamental de las turbomáquinas describe el comportamiento de una turbomáquina; motora o generadora, bajo las siguientes hipótesis:

- i. Régimen permanente: de acuerdo con la Termodinámica esto supone un flujo másico constante, propiedades del fluido, flujos de calor y trabajo constantes en cualquier punto de las líneas de corriente.
- ii. Flujo irrotacional: cada punto del fluido no posee velocidad angular.
- iii. Flujo unidimensional: se desprecian todas las variaciones de las propiedades del flujo en direcciones perpendiculares y transversales a las líneas de corriente.
- iv. El rodete tiene un número infinito de álabes: esto se debe a que no importa por qué punto de la sección entre el fluido al rodete o por qué punto de la sección salga el fluido del rodete, siempre se va a encontrar con un álabe que le guíe.

c) Segunda forma de la ecuación de Euler.

De los triángulos de velocidades se deduce la segunda forma de la ecuación de Euler. Trigonométricamente del triángulo de entrada se obtiene que:

$$w_1^2 = u_1^2 + c_1^2 - 2u_1c_1 \cos \alpha_1 = u_1^2 + c_1^2 - 2u_1c_{1u} \quad (1.16)$$

$$u_1c_{1u} = \frac{1}{2}(u_1^2 + c_1^2 - w_1^2) \quad (1.17)$$

Análogamente con el triángulo de salida se obtiene que:

$$u_2c_{2u} = \frac{1}{2}(u_2^2 + c_2^2 - w_2^2) \quad (1.18)$$

Sustituyendo en la primera forma de la ecuación de Euler tenemos:

$$Y_{u\infty} = \left( \frac{u_1^2 - u_2^2}{2} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} \right) \quad (1.19)$$

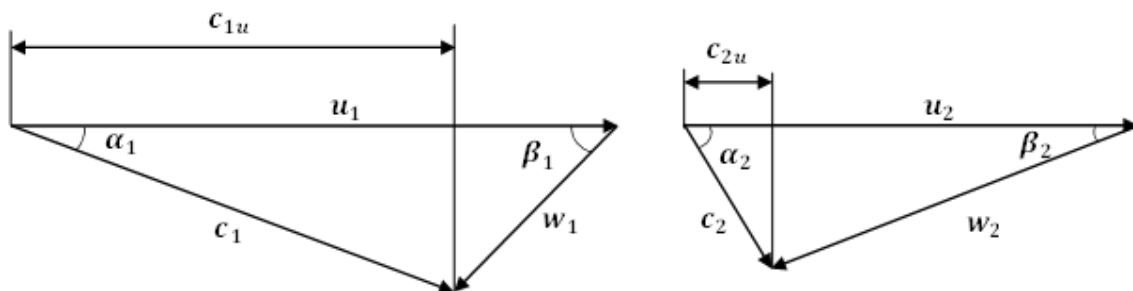
d) Triángulos de velocidades.

Los triángulos de velocidades son un instrumento muy importante en el estudio de turbomáquinas hidráulicas. El fluido, al atravesar el rodete posee un movimiento que es la suma de dos vectores de velocidad: una debida al arrastre del agua por el rodete y otra que representa la velocidad relativa del agua respecto al rodete. La velocidad de arrastre es lo que se denomina velocidad lineal  $\vec{u}$  y varía ya que depende del radio a la entrada y salida del rodete. En cuanto a la velocidad relativa  $\vec{w}$ , en este caso disminuye su rapidez ya que la sección de canalización del rodete aumenta, por lo que, a la entrada del rodete esta velocidad será mayor. La suma vectorial de ambas se denomina velocidad absoluta  $\vec{c}$ , es decir:

$$\vec{w} = \vec{c} - \vec{u} \quad (1.20)$$

Esto se ejemplifica mediante dos triángulos que se denominan: triángulo de velocidad a la entrada y triángulo de velocidad a la salida del rodete (Figura 1.11).

A la entrada del rodete el triángulo de velocidad queda definido de la siguiente manera:



**Figura 1.11.** Triángulos de velocidades a la entrada y salida del rodete.  
Fuente: Elaboración propia.

- $c_1$ : velocidad absoluta del fluido a la entrada del rodete.
- $u_1$ : velocidad tangencial del rodete en ese punto.
- $w_1$ : velocidad relativa del fluido respecto al álabe.
- $\alpha_1$ : ángulo formado por los vectores  $u_1$  y  $c_1$ .
- $\beta_1$ : ángulo formado por los vectores  $\vec{w}$  y  $-\vec{u}$ .

Análogamente, para el triángulo de salida solo se sustituye el subíndice 1 por el 2.

## 1.5 Turbina Francis.

Las turbinas hidráulicas han sido usadas históricamente para accionar molinos de diversos tipos, aunque eran bastante ineficientes. En el siglo XIX las mejoras logradas en las turbinas hidráulicas permitieron que, allí donde se disponía de un salto de agua, pudiesen competir con la máquina de vapor.

### 1.5.1 Antecedentes.

En 1826 Benoit Fourneyron desarrolló una turbina de flujo externo de alta eficiencia (80%). El agua era dirigida tangencialmente a través del rodete de la turbina provocando su giro. Alrededor de 1820 Jean V. Poncelet diseñó una turbina de flujo interno que usaba los mismos principios, y S. B. Howd obtuvo en 1838 una patente en los EE. UU. para un diseño similar.

En 1848 James B. Francis mejoró estos diseños y desarrolló una turbina con el 90% de eficiencia. Aplicó principios y métodos de prueba científicos para producir la turbina más eficiente elaborada hasta la fecha. Más importante, sus métodos matemáticos y gráficos de cálculo mejoraron estado del arte en lo referente al diseño e ingeniería de turbinas. Sus métodos analíticos permitieron diseños seguros de turbinas de alta eficiencia.

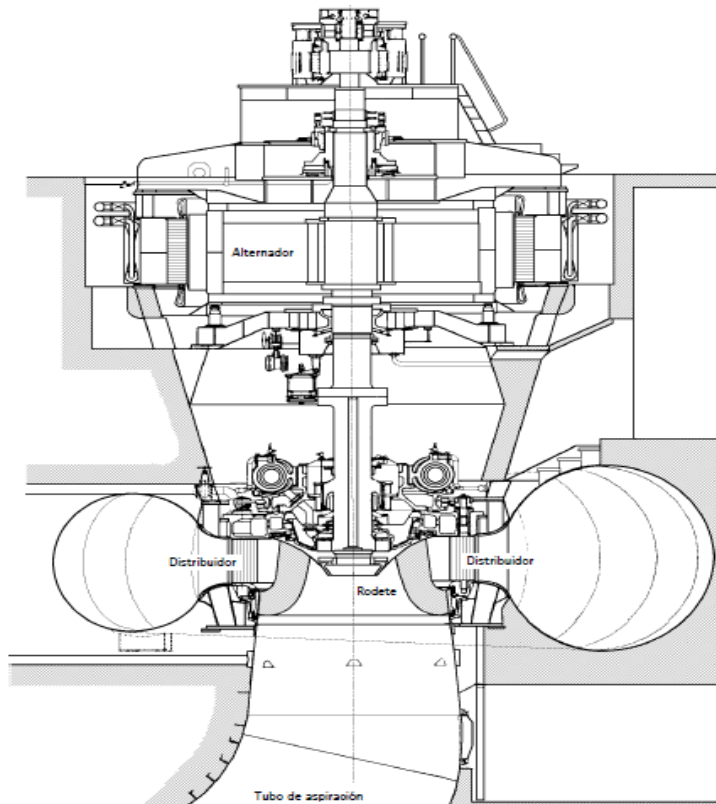
### 1.5.2 Clasificación de turbinas Francis.

Las turbinas Francis (TF) son de tipo radial, admisión centrípeta con tubo de aspiración (Figura 1.12); siempre se construyen en condiciones de rendimiento máximo, dando lugar a tres tipos fundamentales, lentas, normales y rápidas, diferenciándose unas de otras en la forma del rodete.

Haciendo uso de la ecuación fundamental de las turbinas en condiciones de rendimiento máximo  $\alpha_2 = 90^\circ$  se obtiene la ecuación 1.21, donde  $\eta_h$  es el rendimiento hidráulico.

$$c_{u1} u_1 = \eta_h g H \quad (1.21)$$

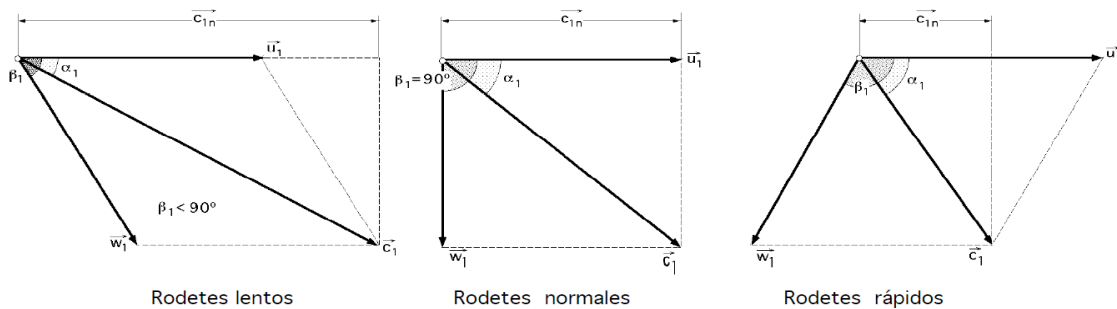
El ángulo  $\beta_1$  es de gran importancia por su influencia sobre la velocidad tangencial y el número de rpm.



**Figura 1.12.** Esquema general del montaje de una Turbina Francis.  
Fuente: (Fernández Díez, 2009)

El rendimiento manométrico oscila entre 0,85 y 0,95. Los triángulos de velocidades a la entrada son de la forma indicada en la Figura 1.13, en donde en función de los coeficientes óptimos de velocidad, se tiene:

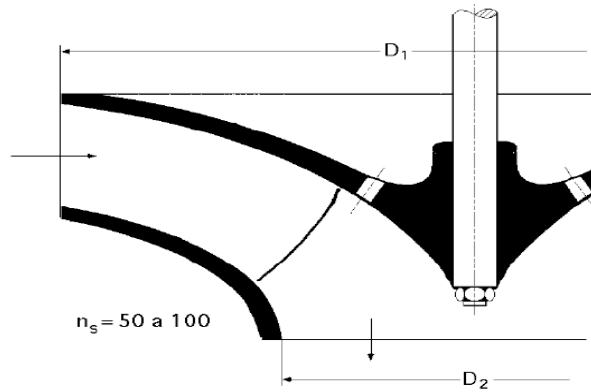
- 1) Rodetes lentos,  $u_1 < c_{1u}$
- 2) Rodetes normales,  $u_1 = c_{1u}$
- 3) Rodetes rápidos,  $u_1 > c_{1u}$



**Figura 1.13.** Triángulos de velocidades a la entrada según diversos valores de  $\beta_1$ .  
Fuente: (Fernández Díez, 2009)

a) Rodetes lentos.

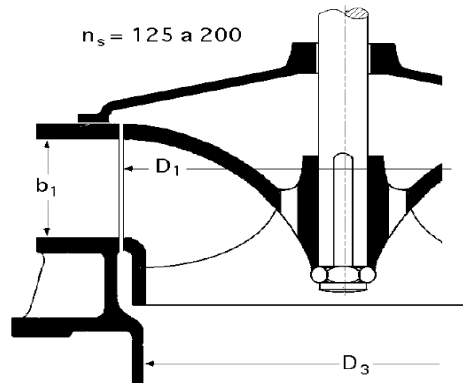
Los rodetes lentos, Figura 1.14, se utilizan en los grandes saltos; con ellos se tiende a reducir el número de revoluciones, lo cual supone un aumento del diámetro  $D_1$  del rodete respecto al del tubo de aspiración  $D_3$ . Los ángulos a la entrada son  $\beta_1 < 90^\circ$ ,  $\alpha_1 < 15^\circ$  y su  $n_s$  está comprendido entre 50 y 100. En estas turbinas se obtienen velocidades tangenciales reducidas. Los álabes tienen forma especial, aumentando su espesor a fin de que su cara posterior guíe mejor el flujo que atraviesa el rodete deslizándose en contacto con las paredes de los álabes, de no ser así el flujo se despegaría de la cara posterior de los mismos, originando remolinos.



**Figura 1.14.** Rodete Francis lento,  $\beta_1 > 90^\circ$ .  
Fuente: (Fernández Díez, 2009)

b) Rodetes normales.

Los rodetes normales, Figura 1.15, se caracterizan porque el diámetro  $D_1$  es ligeramente superior al del tubo de aspiración  $D_3$ . El agua entra en el rodete radialmente y sale axialmente, entrando en el tubo de aspiración. El valor de  $\beta_1$  es del orden de  $90^\circ$ , ( $15^\circ < \alpha_1 < 30^\circ$ ) y se alcanza un  $n_s$  comprendido entre 125 y 200. Apenas existen huelgos entre el distribuidor y el rodete.



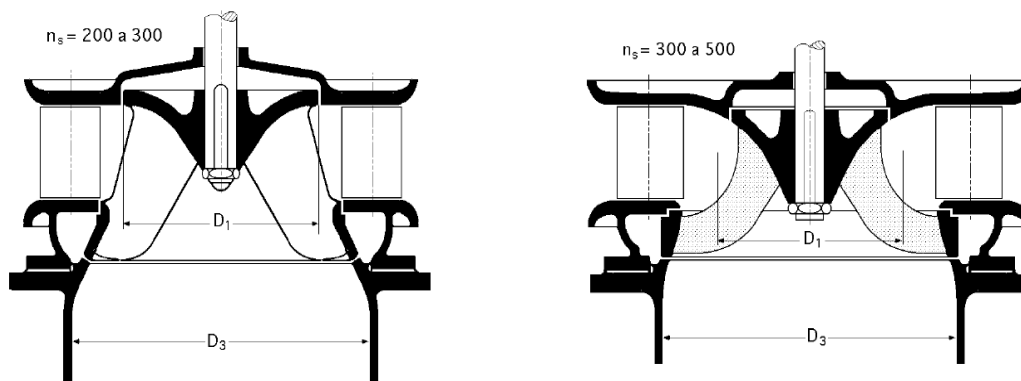
**Figura 1.15.** Rodete Francis normal,  $\beta_1 = 90^\circ$ .  
Fuente: (Fernández Díez, 2009)

En estas turbinas, en el triángulo de velocidades a la entrada, al ser  $\beta_1 = 90^\circ$ , se cumple:

$$u_1^2 = \eta_h g H \quad (1.22)$$

c) Rodetes rápidos.

Los rodetes rápidos, Figura 1.16, permiten obtener elevadas velocidades de rotación para valores de  $n_s$  comprendidos entre 225 y 500. El diámetro del rodete  $D_1$  es menor que el  $D_3$  del tubo de aspiración y el cambio de dirección del agua se efectúa más bruscamente que en las turbinas normales. El ángulo de entrada  $\beta_1 > 90^\circ$ , ( $\alpha_1 < 45^\circ$ ) favorece el aumento del número de revoluciones, porque aumenta  $u_1$ ; en estas turbinas hay un huelgo bastante grande entre el rodete y el distribuidor, sin que ello tenga apenas ninguna influencia en el rendimiento; el agua entra radialmente y recorre un cierto espacio antes de entrar en el rodete; en este espacio al no existir rozamientos con los álabes, se consigue mejorar el rendimiento.



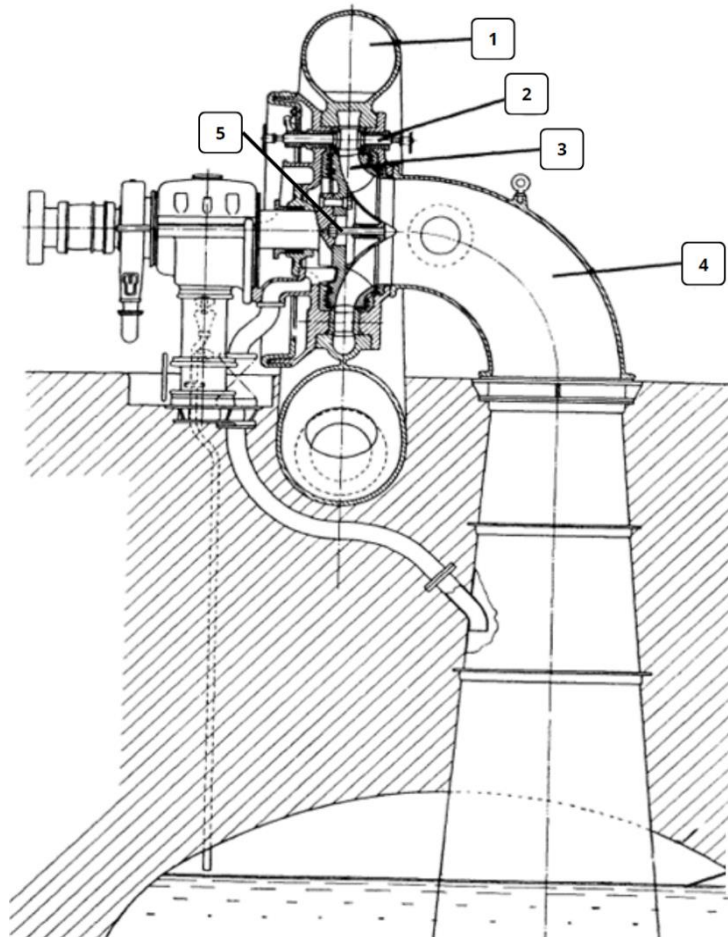
**Figura 1.16.** Rodetes Francis rápidos,  $\beta_1 < 90^\circ$ .  
Fuente: Turbinas hidráulicas (Fernández Díez, 2009)

En estas turbinas, para unos mismos valores de  $H$  y  $\alpha_1$  en comparación con las normales, se obtiene un valor de  $c_1$  menor, resultando mayor la velocidad tangencial  $u_1$ . Los conductos entre álabes resultan más largos y estrechos y, en consecuencia, las pérdidas por rozamiento son relativamente altas, lo cual reduce el rendimiento; los rodetes trabajan con mucha sobrepresión, produciéndose grandes aceleraciones en los conductos.

### 1.5.3 Elementos principales de una Turbina Francis.

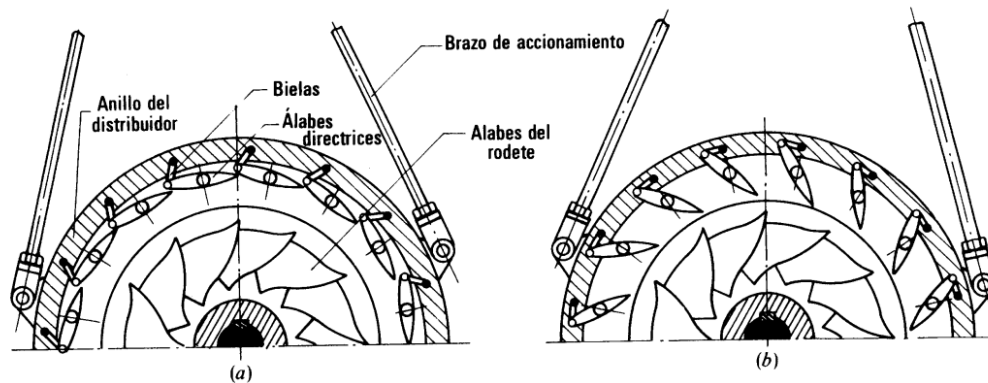
A continuación, se toma como referencia la TF de eje horizontal de la Figura 1.17 para la descripción de los componentes principales de este tipo de turbinas.

- 1) Cámara espiral: tiene como función distribuir uniformemente el fluido en la entrada del rodete en dirección radial. Su forma de espiral o caracol se debe a que la velocidad media del fluido debe permanecer constante en cada punto alrededor del rodete. Según las dimensiones se construye de acero colado, fundición, chapa roblonada o soldada y hormigón armado.



**Figura 1.17.** Esquema de turbina Francis lenta con tubo de aspiración troncocónico.  
Fuente: (Mataix, 1986).

2) Distribuidor: en conjunto con la cámara espiral, dirige el agua al rodete con un mínimo de pérdidas, y transforman parte de la energía de presión en energía cinética. El distribuidor, Figura 1.18, es de álabes orientables y sirve también para reducir caudal cuando la carga de la turbina varíe según se requiera o según la disponibilidad del recurso, conservando el mejor rendimiento posible, es decir reduciendo a un mínimo las pérdidas hidráulicas por fricción y choque. En la siguiente figura se muestra un distribuidor corriente de las turbinas de reacción denominado distribuidor Fink.



**Figura 1.18.** Distribuidor Fink: a) Posición cerrada; b) Posición abierta.  
Fuente: (Mataix, 1986).

Consta de dos bielas, operadas por uno o varios servomotores hidráulicos que hacen girar el anillo donde pivota un extremo de las pequeñas bielas, las cuales a su vez hacen girar a los álabes de perfil aerodinámico, que pivotan en torno a un eje fijo.

3) Rodete: está conformado por un cierto número de álabes curvados en dirección contraria al movimiento, equidistantemente repartidos, ubicados en un plato perpendicular al eje de la máquina. Forma una pieza única hecha por función o soldadura. En una TF, Figura 1.19, el flujo de agua entra tangencialmente al rodete y sale de él axialmente. Es en este

elemento donde se da el intercambio de energía entre el flujo y la máquina, pasando de energía potencial a energía cinética rotacional.



**Figura 1.19.** Rodete de una turbina Francis.

- 4) Tubo de aspiración: Es la tubería de desagüe del agua turbinada, su nombre se debe a que genera un efecto de aspiración o depresión a la salida del rodete con tal de aprovechar la mayor cantidad de energía disponible del caudal. Su funcionamiento se basa en la ecuación de Bernoulli en donde despreciando pérdidas en el tubo de aspiración, la presión aumenta desde la salida del rodete hasta la salida de la turbina, donde es atmosférica. Este tiene dos funciones: recuperar la energía cinética y la energía geodésica que tiene el agua a la salida del rodete.
- 5) Eje de transmisión: este componente transfiere la energía mecánica generada por la turbina hidráulica al generador eléctrico. Esta transferencia es esencial para convertir la energía cinética del agua en energía eléctrica.

#### **1.5.4 Fenómeno de cavitación en turbinas Francis.**

La cavitación constituye un importante obstáculo en los proyectos de turbomáquinas hidráulicas, incluyendo las turbinas Francis, porque al producirse

este fenómeno se origina la destrucción del material por erosión y corrosión química, disminuyendo el rendimiento de la turbina y produciendo ruido con vibraciones intensas. Este fenómeno es producido siempre que la presión en algún punto o zona de la corriente de un líquido desciende por debajo de un cierto valor mínimo admisible. Para el caso de las turbinas de reacción se produce a la salida del rodete y por lo tanto es propenso que se produzca a lo largo del tubo de aspiración.

Cuando la corriente en un punto de la estructura de una máquina alcanza una presión inferior a la presión de saturación de vapor, el líquido se evapora y se originan en el interior del líquido “cavidades” de vapor. Dichas cavidades son arrastradas por la corriente hasta zonas de alta presión donde se produce una condensación del vapor produciendo a su vez una elevación local de la presión generando un impacto con el entorno (Mataix, 1986).

El estudio teórico de la cavitación en las TF se realiza mediante la ecuación de Bernoulli tomando de referencia el esquema de la Figura 1.20.

Escribiendo la ecuación de Bernoulli entre los puntos 1 y 2 y considerando las presiones absolutas tendríamos:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 - H_{r1-2} = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 \quad (1.23)$$

En donde:

- $p_1, p_2$ : presiones absolutas en los puntos 1 y 2.
- $H_{r1-2}$ : pérdida de altura entre los puntos 1 y 2.
- $z_1, z_2$ : cota de altura en 1 y 2 con respecto a plano de referencia.

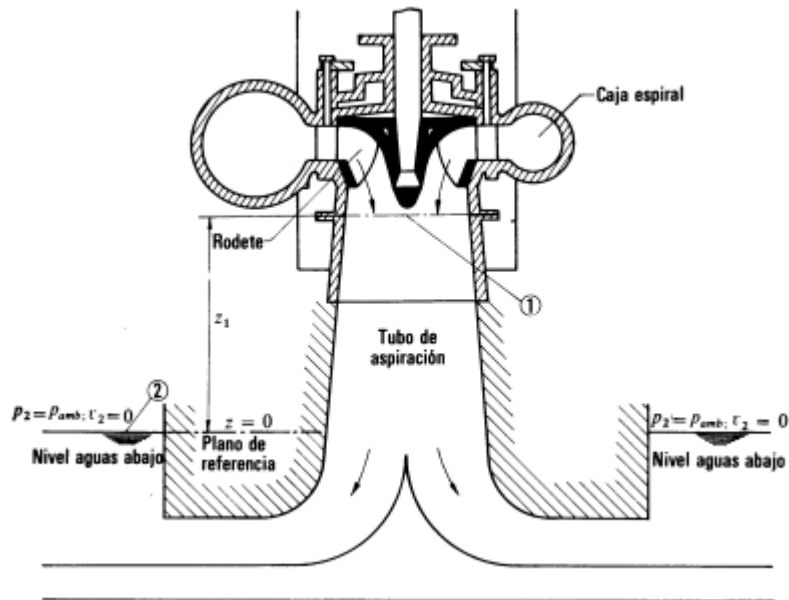


Figura 1.20. Aplicación de ecuación de Bernoulli en tubo de aspiración de una TF.  
Fuente: (Mataix, 1986).

Según la imagen de referencia tendríamos que  $p_2 = p_{atm}$ ;  $z_2 = 0$ ;  $v_2^2/2g = 0$ , sustituyendo en la ecuación de Bernoulli obtendríamos:

$$\frac{p_1}{\rho g} = \frac{p_{atm}}{\rho g} - z_1 - \frac{v_1^2}{2g} - H_{r1-2} \quad (1.24)$$

La presión  $p_1$ :

- Teóricamente puede bajar solo hasta el 0 absoluto; porque la presión absoluta no puede ser nunca negativa.
- Prácticamente existe un límite inferior de la presión mayor que 0, la cual es la presión de saturación de vapor  $p_s$  a la temperatura a la cual se encuentre el fluido, es decir:

$$p_1 \geq p_s \quad (1.25)$$

Si se eleva excesivamente la altura de aspiración de la turbina, la presión media  $p_1$  a la salida del rodete puede llegar a ser  $p_1 \leq p_s$ , y producirse cavitación.

Más aún, incluso sin que  $p_1 \leq p_s$ , la presión local en un punto cercano a la salida del rodete puede descender hasta dicho valor, iniciándose ahí la cavitación.

Por lo tanto, para controlar la cavitación de deben considerar dos aspectos:

- Diseño contra cavitación, diseñando tanto la máquina como la instalación de la misma para que no se produzca dicho fenómeno.
- Utilizar materiales resistentes a la cavitación.

## **CAPÍTULO 2. DISEÑO HIDRÁULICO.**

En este capítulo se presenta la descripción y especificaciones técnicas del Banco de Pruebas para Pequeña Central Hidroeléctrica de la Escuela de Ingeniería Mecánica de la Facultad de Ingeniería y Arquitectura, así como la metodología a seguir para el diseño hidráulico del rodete y el tubo de aspiración de una TF comenzando por la selección del tipo de turbina bajo las especificaciones de carga y caudal del banco de pruebas y su respectivo desarrollo.

El diseño de los componentes para el banco de pruebas será tal que se pueda obtener 5 kW de potencia eléctrica mediante un generador síncrono de 680 rpm.

### **2.1 Banco de Pruebas para Pequeña Central Hidroeléctrica de la Escuela de Ingeniería Mecánica**

La micro generación hidroeléctrica se utiliza como solución energética en zonas que carecen del servicio eléctrico; sin embargo, poco se conoce sobre experiencias en el diseño y fabricación de micro generadores hidráulicos o bancos de prueba hidráulicos para el aprovechamiento de un recurso hídrico específico.

Un banco de pruebas es el conjunto de equipos, dispositivos de regulación y control, así como instrumentos de medición que permite simular un recurso hidráulico y su aprovechamiento en la generación de energía eléctrica mediante una turbina hidráulica.

El Banco de Pruebas Para Pequeña Central Hidroeléctrica de la Escuela de Ingeniería Mecánica (Figura 2.1) cuenta con un reservorio que, además de proveer el agua al sistema, sirve como soporte y base de la turbina, tuberías,

generador y bomba. Su capacidad es de aproximadamente 5m<sup>3</sup> de agua y sus dimensiones son 4 m x 1.5 m x 1.0 m. El agua almacenada en el tanque se bombea a través de una bomba centrífuga con motor eléctrico de 18.5 kW (24 HP) de capacidad que permite recrear una constante recirculación de agua y a su vez conseguir los parámetros de diseño de la turbina, tiene una capacidad de bombeo máxima de 4.8 m<sup>3</sup>/min. El fluido es transportado a través de un sistema de tubería de acero de 150 mm de diámetro desde el tanque o punto de captación hasta la zona de generación hidroeléctrica, con una longitud de conducción de 2.3 m. La conexión entre la tubería y el inyector de la turbina consiste en un acople cuadrado-redondo, mientras que la conexión entre la bomba y la tubería es a través de una brida de 435 mm de radio.

Originalmente, el banco cuenta con una turbina de flujo cruzado tipo Michelle-Banki con una capacidad de 5 kW para uso de laboratorio. El agua es transportada por la tubería de conducción desde el reservorio hasta llegar al inyector, este debido a su forma acelera el fluido y lo dirige hacia el rodete de la turbina. El eje de la unidad, dispuesto horizontalmente, está directamente acoplado a un generador eléctrico síncrono de imanes permanentes de 6 kVA, el cual tiene como misión transformar en energía eléctrica la energía mecánica suministrada por la turbina.

Asimismo, el banco dispone de otros componentes eléctricos imprescindibles para su funcionamiento como lo son: un panel inversor, un transformador, un panel de carga ficticia y un panel de control para el motor eléctrico. Sus funciones se detallan a continuación:

- El inversor se encarga principalmente de transformar una tensión de corriente continua generada en una tensión de corriente alterna, con la

magnitud y frecuencia deseada que, según especificaciones, es de 100 V AC a una frecuencia de 60 Hz. Por otra parte, tiene como función el paro automático ante condiciones anormales de operación.

- El transformador en el banco tiene como objetivo aumentar la tensión de la corriente alterna de 100 V AC a 110 V AC.
- El panel de carga es un componente resistivo que absorbe toda la potencia de salida del generador eléctrico con el fin de simular las condiciones de trabajo para que se pueda probar el sistema, su voltaje nominal es de 110 V AC con capacidad de 0.1 kW a 6.1 kW.
- Por último, el panel de control para el motor eléctrico permite la puesta en marcha del sistema, así como también verificar parámetros como lo son corriente y voltaje del motor-generador.



**Figura 2.1.** Banco de Pruebas para Pequeña Central Hidroeléctrica de la Escuela de Ingeniería Mecánica.  
Fuente: (UNIDO, 2018)

Por otro lado, el banco también cuenta con instrumentos de medición para controlar o medir variables como lo son: caudal, presión y velocidad de rotación. Para ello el banco está provisto de un caudalímetro con transmisor; para verificar

caudal que se desplaza la tubería, un manómetro con transmisor; para verificar la presión antes de la entrada en el inyector, y un tacómetro láser; para medir la velocidad de rotación del eje de la turbina.

En la Tabla 2.1 se detallan las especificaciones técnicas del banco. Al ser el principal punto de referencia para el presente trabajo, es importante conocer estas características.

**Tabla 2.1.** Especificaciones técnicas generales del Banco de Pruebas para Pequeña Central Hidroeléctrica.

<b>Componente</b>	<b>Especificaciones</b>
General	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Dimensiones del banco: W4000xD1500xH2000 mm</li> <li>- Alimentación: AC 220, 60 Hz, trifásico; AC 110 V 60Hz, monofásico.</li> </ul>
Planta generadora hidroeléctrica con turbina	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Modelo: MHG-5L.</li> <li>- Fabricante: DENYO Co., Ltd</li> <li>- Tipo de turbina hidráulica: Flujo cruzado</li> <li>- Salida máxima del sistema: 5 kW</li> <li>- Caudal: 0.08 m<sup>3</sup>/min</li> <li>- Altura estándar efectiva: 12 m</li> <li>- Eficiencia: 40%-53%</li> <li>- Temperatura ambiente: 0°C-40°C</li> <li>- Velocidad rotacional permisible: 1050 rpm</li> <li>- Dimensiones: 631 mm x 555 mm x 590 mm</li> <li>- Diámetro externo del rodete: 250 mm</li> </ul>
Generador eléctrico:	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Generador: síncrono de imanes permanentes, operación continua.</li> <li>- Salida del generador: 6 kVA</li> <li>- Número de polos del generador: 16</li> <li>- Velocidad de rotación del generador: aprox. 680 rpm (+150; -0)</li> </ul>
Bomba de agua con motor eléctrico:	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Modelo: TF J34-125KW18.5-P</li> <li>- Fabricante: TSURUMI MFG., LTD</li> <li>- Descarga máxima: 4.8 m<sup>3</sup>/min</li> <li>- Altura total: 12 m o más</li> <li>- Rango de control de descarga: 0.001 a 0.008 m<sup>3</sup>/min</li> </ul>
Red de tubería:	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Longitud: 2300 mm de tramo recto con codo de radio 435 mm.</li> <li>- Diámetro: 150 mm</li> </ul>
Reservorio de agua:	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Material: acero</li> <li>- Dimensiones: 4000 mm x 1500 mm x 1000 mm</li> <li>- Válvula de desagüe: 100 mm de diámetro</li> </ul>

Fuente: Operation and maintenance manual, KITA Machinery.

En el manual del banco se puede encontrar toda la información necesaria para entender el funcionamiento, instalación, teoría y mantenimiento que el banco de prueba requiere.

## **2.2 Parámetros para el diseño de la turbina.**

Para iniciar con el diseño de la turbina es indispensable conocer los parámetros de caudal y altura, los cuales, para el banco de prueba, vienen dados por el punto de operación de la bomba. Para ello se han determinado los valores de caudal y altura a partir de las características de la instalación del banco y la curva de la bomba proporcionada por el fabricante en el manual de especificaciones técnicas.

La potencia del banco está limitada por el generador, el cual tiene una potencia de salida aparente de 6 kVA. Puesto que la instalación es trifásica la potencia real máxima de salida que se puede obtener es igual a la potencia aparente multiplicada por un factor de potencia. Según las especificaciones, esta potencia de salida máxima es de aproximadamente 5 kW, por lo tanto, la turbina se diseñará de tal modo que se obtenga una potencia en el eje de 5 kW.

El punto de operación de la bomba es el siguiente (Apéndice A):

- Caudal: 2.5 m<sup>3</sup>/min
- Altura: 14.40 m
- Velocidad de rotación: 1405 rpm

Dicho punto de operación garantiza un funcionamiento óptimo de la bomba, con una eficiencia de aproximadamente de 74%, además, se verifica que a la velocidad de rotación fijada la bomba estará libre de cavitación, pues, la altura de succión neta disponible es mayor que la requerida por la bomba (Apéndice A).

Definidos los parámetros de caudal y altura se puede calcular la potencia que entregará la turbina mediante la siguiente ecuación:

$$P_a = \gamma Q H \eta_t \quad ( 2.1 )$$

En donde:

- $P_a$ : potencia en el eje, en kW.
- $\gamma$ : peso específico del agua (9.789 kN/m<sup>3</sup> para agua a 20°C).
- $Q$ : caudal suministrado a la turbina, en m<sup>3</sup>/s.
- $H$ : altura neta, en m.
- $\eta_t$ : rendimiento total de la turbina (rendimiento hidráulico, volumétrico y mecánico).

Para una TF con potencia hidráulica menor a 1500 kW se establece como valor referencial una eficiencia total de 85% (Mataix, 1975); valor con el que se inicia el proceso de diseño de la turbina.

Sustituyendo valores en la ecuación 2.1 tenemos:

$$P_a = (9.789)(0.0417)(14.4)(0.85)$$

$$P_a = 5 \text{ kW}$$

De acuerdo las clasificaciones de las PCH presentadas en el Capítulo 1 se verifica que la potencia calculada está dentro del rango para ser considerada una PCH.

### **2.3 Métodos para el diseño de Turbinas Francis.**

Para el diseño eficiente de los componentes de la turbina es importante minimizar pérdidas de energía, las cuales depende en gran medida de los siguientes factores:

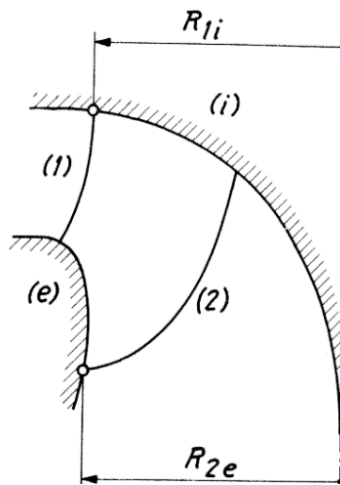
- El número de álabes del rodete deben ser los suficientes, pero no excesivos ya que demasiados álabes pueden provocar mayores pérdidas.
- Para el rodete, es necesario asegurar que el álabeo sea suavizado y con los ángulos de entrada y salida adecuados.
- Pérdidas de carga en el tubo de aspiración.

Una turbina correctamente diseñada es capaz de aprovechar al máximo la potencia suministrada por el caudal óptimo de diseño, con el mínimo de pérdidas y cavitación. La experiencia ha sido un factor importante para el diseño de las TF, los métodos de diseño se han desarrollado mediante pruebas de diferentes modelos de turbinas en bancos de pruebas y mediante la recopilación de datos de desempeño de turbinas previamente construidas y puestas en funcionamiento.

El trazado del perfil hidráulico del rodete es crítico para el diseño, puesto que determina la forma general que tendrá el mismo y, en consecuencia, cómo se desarrollará el flujo en la turbina. A continuación, se presentan tres métodos para el trazado geométrico del espacio ocupado por el rodete:

1) Método de Bovet.

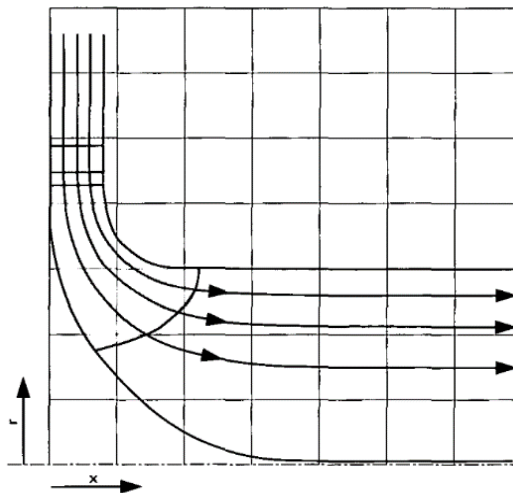
Presentado por Théodore Bovet (1964), fue desarrollado a partir del estudio de diversas turbinas ensayadas y probadas, y presenta una serie de fórmulas que generan el trazado del perfil hidráulico. Bovet estableció una serie de correlaciones empíricas que permiten obtener los principales límites geométricos del rodete en un plano meridional (Figura 2.2).



**Figura 2.2.** Límites geométricos del Método de Bovet.  
Fuente: (Bovet, 1961)

## 2) Método de línea de corriente media.

Este método es otra técnica de diseño utilizada en turbomáquinas hidráulicas, centrada en seguir la línea media del flujo de fluido a través del rodete, permitiendo conformar el álabe en coordenadas  $x$ ,  $r$  y  $r\theta$ . Las secciones pueden ser diseñadas mediante turbinas parciales (Figura 2.3).

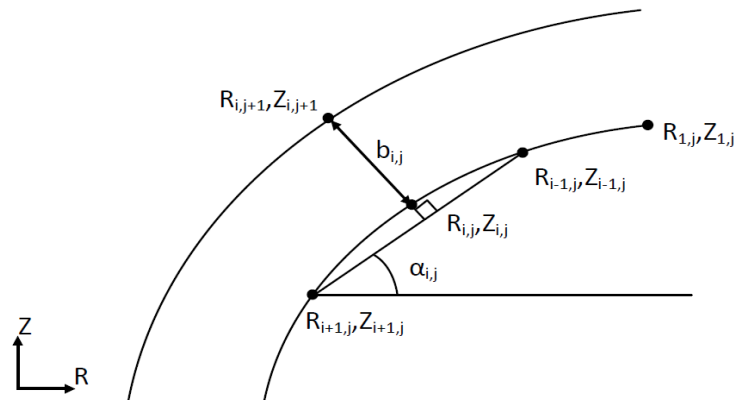


**Figura 2.3.** Líneas de corriente y límite geométrico,  $n_s=80$ .  
Fuente: (Hothersall, 2004).

El método presenta diferentes perfiles de turbinas para diferentes  $n_s$ , estos se toman como modelo para trazar el perfil hidráulico de la turbina deseada.

### 3) Método con formas circulares o elípticas.

Autores vinculados a la Universidad Noruega de Ciencia y Tecnología como Kristine Gjørseter y Mette Eltvik, por ejemplo, dividen el rodete en varias secciones, utilizando círculos o elipses para definir la geometría del rodete (Figura 2.4). Con base en la distribución de entrada y la definición de la primera línea de corriente, se pueden determinar el resto de las líneas de corriente de acuerdo con expresiones establecidas por el método.



**Figura 2.4.** Trazado de línea de corriente con el método de formas elípticas.

Fuente: (Gjørseter, 2011)

Las elipses representan el perfil del álabe en varios puntos clave a lo largo de su longitud. Utilizando las elipses diseñadas, se genera el perfil completo del álabe. Este perfil se suaviza y se ajusta para asegurar una transición fluida del flujo de agua desde la entrada hasta la salida.



## 2.4 Anteproyecto de una turbina Francis en base al $n_s$ .

Es necesario un anteproyecto como punto de partida del proyecto, esto consiste en una estimación preliminar de las dimensiones principales. Estas dimensiones estarán sujetas a reajustes en el transcurso del proyecto. Para ello, tanto el anteproyecto como el proyecto deben comenzar por el cálculo de la velocidad de rotación mediante la siguiente fórmula (Mataix, 1975):

$$n = \frac{n_s H^{5/4}}{P_a^{1/2}} \quad (2.2)$$

En donde:

- $n$  es la velocidad de rotación en rpm.
- $n_s$  es la velocidad específica máxima admisible sin peligro de cavitación.
- $H$  es la altura neta en m.
- $P_a$  es la potencia mecánica en el eje de la turbina en CV.

Fijada la velocidad de rotación ( $n$ ) se debe recalcular el número específico de revoluciones ( $n_s$ ) para definir el tipo de turbina a diseñar. Puesto que el número de revoluciones es un parámetro de diseño ya establecido se procede al cálculo inmediato del  $n_s$  para la selección de la turbina.

### 2.4.1 Definición del tipo de turbina.

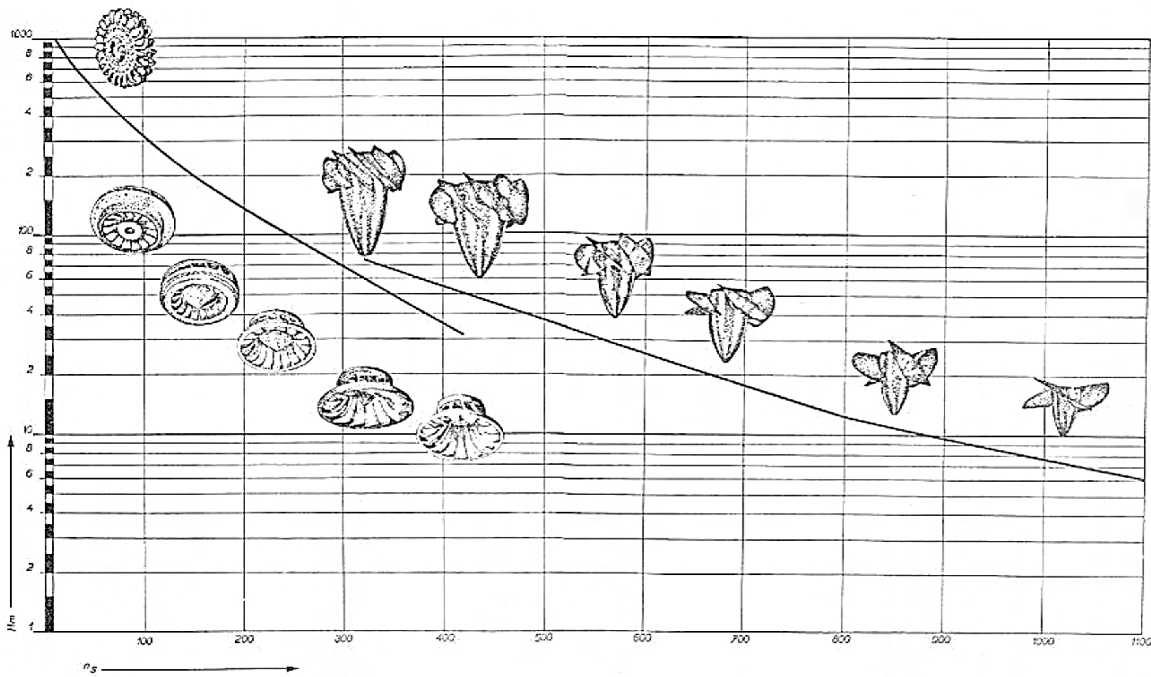
Para la selección y dimensionamiento preliminar de una TF se parte del cálculo de la velocidad o número específicos de revoluciones.

Dadas las características y especificaciones técnicas del banco de pruebas y, de los parámetros definidos, el capítulo contempla el diseño de una TF de Eje Horizontal (dada la disposición del eje del generador) capaz de generar 5 kW con una caída de 14.40 m. A partir de la ecuación del 2.2; y sabiendo que

el generador tiene una velocidad de sincronismo de 680 rpm, se determina la velocidad específica para definir el tipo de TF a diseñar.

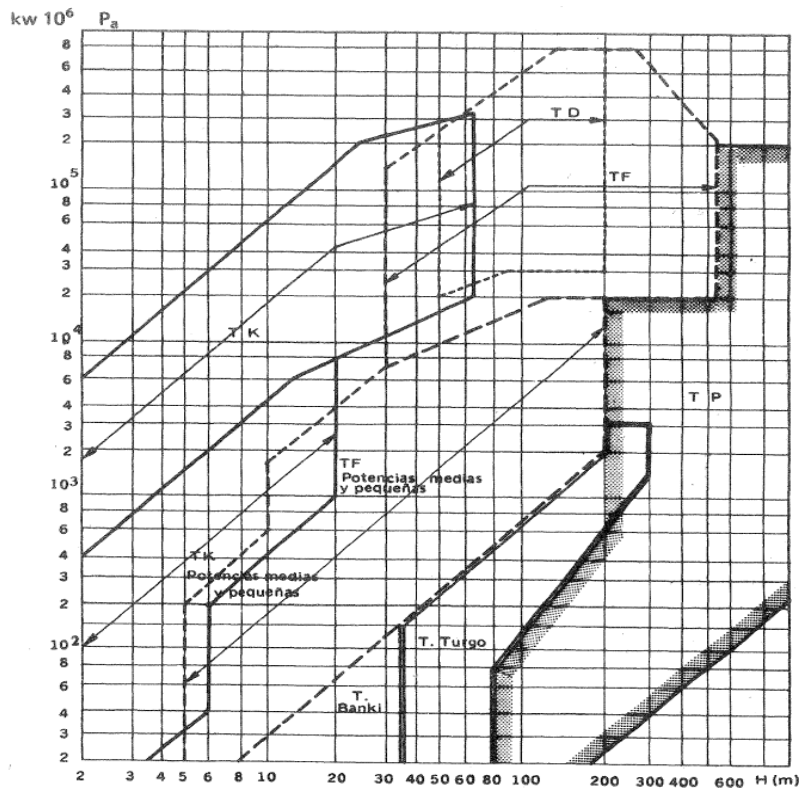
$$n_s = \frac{680\sqrt{5(1.341)}}{(14.40)^{\frac{5}{4}}}$$

$$n_s = 62.8$$



**Figura 2.6.** Límite de aplicación de las turbinas Pelton, Francis y Kaplan según su carga y  $n_s$ .  
Fuente: (Polo Encinas, 1989).

Según la gráfica de Figura 2.6, en donde se muestran los límites de aplicación de las diferentes turbinas de acuerdo con su carga y su velocidad específica, el  $n_s$  calculado entra en el rango de aplicación de las turbinas tipo Francis, por lo que se selecciona la implementación de una TF para el desarrollo de la investigación. Del mismo modo, en la Figura 2.7 se observa que el número específico de revoluciones calculado está comprendido dentro del rango de turbinas Francis de medias a pequeñas potencias.



**Figura 2.7.** Zona de utilización de los distintos tipos de turbinas hidráulicas.

Fuente: (Mataix, 1975)

En la Tabla 1.3 del Capítulo 1, se estableció que el número específico para rodetes lentos está comprendido entre el rango de 55 a 120, por tanto, la turbina más conveniente para el objetivo de este proyecto es la Francis Lenta de Eje Horizontal con una capacidad de 5 kW (Apéndice B).

#### 2.4.2 Estimación de las dimensiones iniciales del rodete.

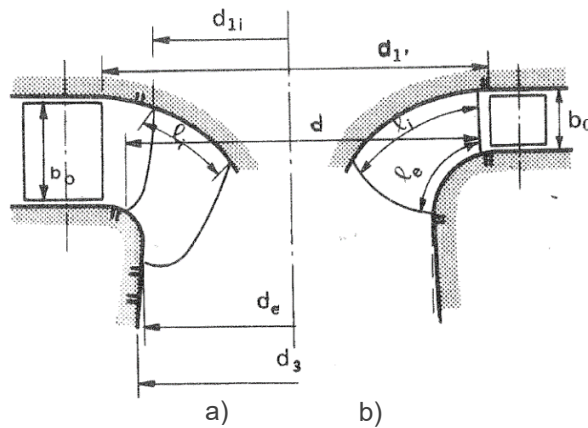
Las leyes de semejanza permiten reducir los valores obtenidos experimentalmente en el ensayo de un modelo de turbina hidráulica, de tamaño cualquiera y ensayada en un salto cualquiera, a los que corresponden a una turbina "unitaria" geoméricamente semejante a 1 metro de diámetro y funcionando bajo un salto de 1 metro de altura. Estos valores, designados con el subíndice 11 se denominan valores unitarios o reducidos. Una vez calculada la

velocidad específica se puede fácilmente determinar el tamaño de la turbina y sus dimensiones principales a partir de la Tabla 2.2.

**Tabla 2.2.** Dimensiones principales de los rodets de las TF en función del  $n_s$ .

$n_s$	$Q_{11}$	$n_{11}$	$d_{1i}/d$	$d_{1'}/d$	$d_3/d$	$b_0/d$	$\ell_1/d$	$\ell_e/d$
60	0,123	61	1,0	1,04	0,6	0,055	0,36	0,27
100	0,230	62,5	1,0	1,052	0,68	0,1	0,32	0,22
200	0,715	70	0,92	1,02	0,955	0,23	0,26	0,14
300	1,166	82,5	0,775	1,03	1,12	0,326	0,26	0,14
350	1,280	92,2	0,695	0,99	1,15	0,327	0,28	0,15

Fuente: (Mataix, 1975).



**Figura 2.8.** Dimensiones principales de una TF.  
Fuente: (Mataix, 1975).

La Tabla 2.2 y la Figura 2.8 son una recopilación de las dimensiones principales de rodets de turbinas Francis. Si el valor de  $n_s$  calculado no coincide con los de la tabla se procede a interpolar para obtener las dimensiones requeridas. Estas dimensiones están en función del diámetro del rodete  $d$ , el cual se puede calcular mediante las siguientes expresiones.

- En función de la velocidad de rotación unitaria:

$$d = \frac{n_{11}}{n} \sqrt{H} \quad (2.3)$$

- En función del caudal unitario:

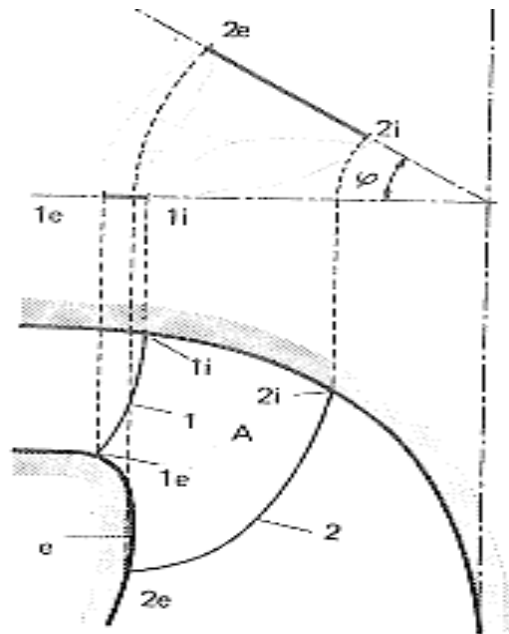
$$d = \sqrt{\frac{Q}{Q_{11}}} \left( \frac{1}{\sqrt[3]{H}} \right) \quad (2.4)$$

Cabe mencionar que las medidas obtenidas son aproximaciones las cuales pueden variar al momento de desarrollar el método de diseño del rodete.

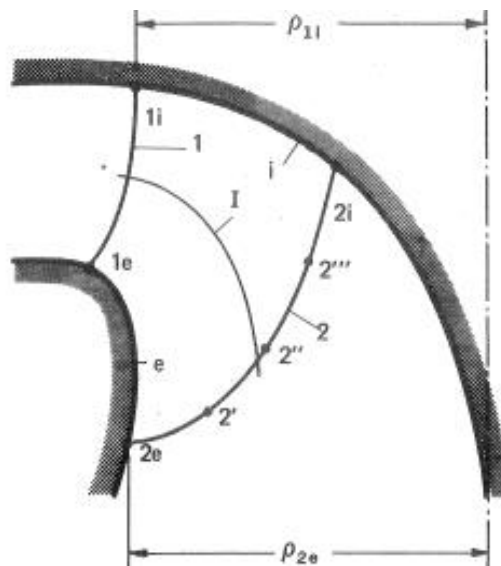
## 2.5 Diseño del rodete.

De acuerdo con la Figura 2.9, el canal del rodete mostrado queda limitado por dos superficies de revolución: una superficie interior *i* y una exterior *e*, las cuales forman la corona superior y corona inferior respectivamente; también llamados cono y anillo, que en turbinas hidráulicas de elevado  $n_s$  queda reducido a un aro o llanta. Las dos meridianas de estas superficies de revolución es lo que se conoce como perfil hidráulico del rodete.

Asimismo, en la Figura 2.10 se visualiza que la línea de corriente entra en los álabes por la arista de entrada 1 y sale por la arista de salida 2. El diseño suele empezar por la arista de salida; dicha arista es obtenida girando un ángulo  $\varphi$ , siendo este el ángulo ocupado por un álabe. De esta manera queda todo un espacio "A" limitado por cuatro superficies de revolución, cuyas meridianas son *i*, *e*, 1 y 2. El diseño del álabe se comenzará determinando las cuatro curvas ya mencionadas.



**Figura 2.9.** Curvas límites del volumen ocupadas por los álabes  
Fuente: Hidráulicas (Mataix, 1975).



**Figura 2.10.** Radios de las aristas de entrada y salida del álabe.  
Fuente: (Mataix, 1975).

El método unidimensional utiliza una línea de corriente media para simplificar el análisis del flujo. De este método obtenemos un ángulo  $\beta_1$  para un hilo de corriente que sería representativo de la velocidad relativa de la misma a

la entrada y otro ángulo  $\beta_2$  representativo a la salida. En TF diagonales o semiaxiales, un hilo de corriente  $I$  como el que se muestra en la Figura 2.10 no podría tomarse como representativo del flujo total que pasa por el rodete, basta con ver que, en la arista de salida, en los puntos  $2e$ ,  $2'$ ,  $2''$ ,  $2'''$  y  $2i$  las velocidades periféricas son distintas y, como consecuencia, serán distintos también los triángulos de velocidades y los ángulos  $\beta_2$ . Lo mismo sucede en la arista de entrada y en todo el álabe en general, por lo tanto, la superficie de éste tendrá que ser alabeada.

A raíz de lo anterior, será preciso obtener no uno sino varios ángulos  $\beta_1$  y  $\beta_2$  dividiendo el conducto formado por las superficies límites  $i$  y  $e$  en  $n$  conductos parciales, lo cual se llevará a cabo en el trazado de la red de corriente; pero el diseño del álabe se debe de empezar como hemos dicho anteriormente, determinando las 4 curvas  $i$ ,  $e$ , 1 y 2 de la Figura 2.9.

Estudiar la corriente unidimensionalmente resulta satisfactorio para un diseño preliminar; pero no para el diseño definitivo de la turbina.

### 2.5.1 Método de Bovet.

El método de Bovet corresponde a un proceso gráfico de trazado de álabes de TF, mediante cálculos tabulados. Lo anterior basado en experimentos y datos históricos obtenidos de turbinas construidas y en operación.

Para desarrollar este método, Bovet recurre a un primer parámetro: la velocidad específica adimensional  $n_0$ , también llamado parámetro de Bovet. Este se define de la siguiente forma:

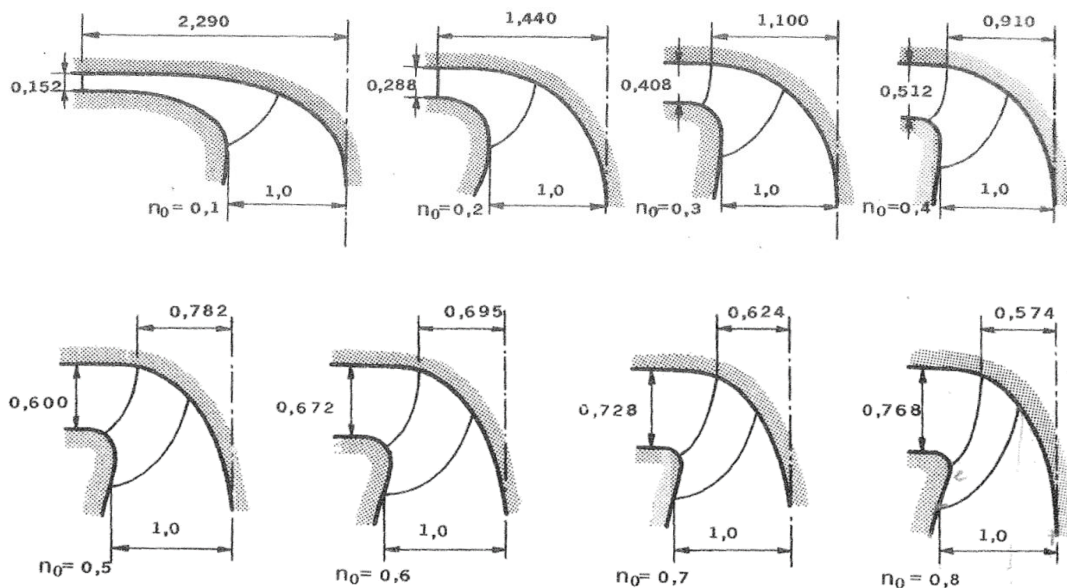
$$n_0 = \frac{n(Q/\pi)^{1/2}}{(2gH)^{3/4}} \quad (2.5)$$

En donde:

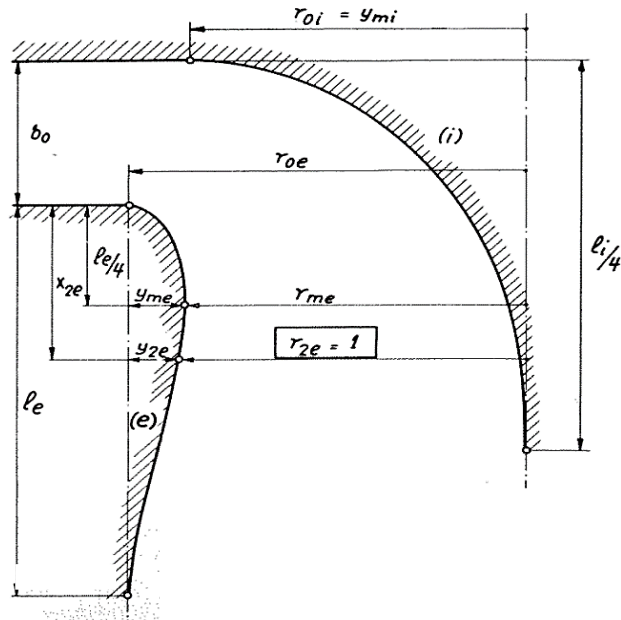
- $n$  es la velocidad angular en  $rad/s$ .
- $Q$  es el caudal de diseño en  $m^3/s$ .
- $H$  es la altura neta en  $m$ .
- $g$  es la gravedad en  $m/s^2$ .

El autor señala que las TF se encuentran dentro del rango de  $0.1 < n_o < 0.8$ . En la Figura 2.11 se presentan las variaciones de los perfiles de acuerdo con su  $n_o$  lo cual sirve de guía para el trazado de los perfiles hidráulicos.

Para trazar el perfil hidráulico es importante detallar las coordenadas  $x$ ,  $y$  de los puntos de las curvas  $i$ ,  $e$  y todas las dimensiones acotadas en la Figura 2.12 están referidas a una dimensión básica  $\rho_{2e}$ , dicha medida se toma como unidad igual al radio del punto  $2e$ .



**Figura 2.11.** Perfiles hidráulicos de TF obtenidos por el procedimiento de Bovet de  $n_o$  creciente.  
Fuente: (Mataix, 1975).

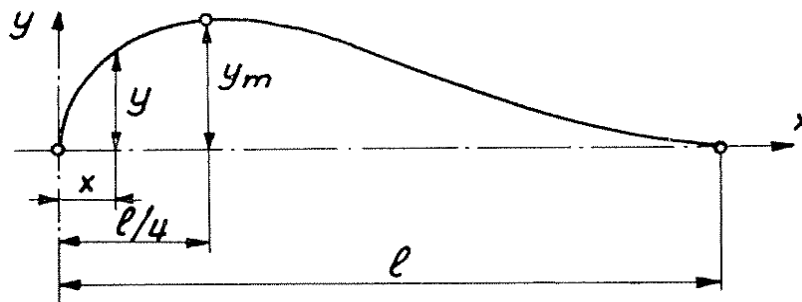


**Figura 2.12.** Dimensiones características del perfil hidráulico.  
Fuente: (Bovet, 1961).

Para el trazado del perfil hidráulico, conformado por las curvas interior (i) y exterior (e), se emplea la siguiente ecuación:

$$\left[ \frac{y}{y_m} \right]_{i,e} = \left[ 3.08 \left( 1 - \frac{x}{\lambda} \right) \sqrt{\frac{x}{\lambda} \left( 1 - \frac{x}{\lambda} \right)} \right]_{i,e} \quad (2.6)$$

Con esta ecuación se obtiene la curva interior y exterior, dando como resultado una curva como la mostrada en la Figura 2.13.



**Figura 2.13.** Curvas límites interior y exterior del perfil hidráulico.  
Fuente: (Bovet, 1961).

Los valores para la curva interior son:

$$y_{mi} = \rho_{oi} = 0.7 + \frac{0.16}{n_o + 0.08} \quad (2.7)$$

$$\lambda_i = 3.2 + 3.2(2 - n_o)n_o \quad (2.8)$$

Los valores para la curva exterior son:

$$\lambda_e = 2.4 - 1.9(2 - n_o)n_o \quad (2.9)$$

Aplicando la ecuación  $y/y_m$  se tiene, además:

$$\frac{y_{2e}}{y_{me}} = 3.08 \left(1 - \frac{x_{2e}}{\lambda_e}\right) \sqrt{\frac{x_{2e}}{\lambda_e} \left(1 - \frac{x_{2e}}{\lambda_e}\right)} \quad (2.10)$$

Para  $x_{2e}$  se toma un valor constante independiente de  $n_o$ :

$$x_{2e} = 0.5 \quad (2.11)$$

Para  $y_{2e}$ :

$$y_{2e} = \rho_{oe} - 1 \quad (2.12)$$

Para  $\rho_{oe}$  y las restantes magnitudes que completan la geometría del perfil hidráulico de la Figura 2.13 se recomiendan los valores siguientes:

$$\rho_{oe} = \begin{cases} \rho_{1i} = \frac{0.493}{n_o^{2/3}} & \text{para } n_o < 0.275 \\ 1.255 - 0.3n_o & \text{para } n_o > 0.275 \end{cases} \quad (2.13)$$

$$\rho_{1e} = \begin{cases} \rho_{oe} & \text{para } 0.1 < n_o < 0.5 \\ 1.114 - 0.286n_o & \text{para } 0.5 \leq n_o < 0.8 \end{cases} \quad (2.14)$$

$$\rho_{2i} = 0.288 - 0.171 \log n_o \quad (2.15)$$

$$\rho_{oi} = y_{mi} \quad (2.16)$$

$$\rho_{me} = \rho_{oe} - y_{me} \quad (2.17)$$

$$b_o = 0.8(2 - n_o)n_o \quad (2.18)$$

Como se mencionó anteriormente, las dimensiones de la Figura 2.13 son relativas, y vienen dadas por la relación de la dimensión absoluta respectiva a  $\rho_{2e}$ . Se deberá calcular dicha dimensión dando un valor conveniente al coeficiente de caudal  $\varphi_{2e}$ , referido a este mismo radio mediante la siguiente ecuación:

$$\varphi_{2e} = \frac{Q}{n\rho_{2e}^2} \cdot \frac{1}{u_{2e}} \quad (2.19)$$

Siendo  $u_{2e} = 2\pi n\rho_{2e}$  se tiene:

$$\rho_{2e} = \left( \frac{Q}{2\pi^2 n \varphi_{2e}} \right)^{1/3} \quad (2.20)$$

De acuerdo con turbinas previamente construidas y ensayadas, para garantizar un rendimiento óptimo, la experiencia sitúa el valor de  $\varphi_{2e}$  en el rango de 0.260 – 0.280, pudiéndose tomar como valor medio  $\varphi_{2e} = 0.270$  (Bovet, 1961).

Así como de la correcta selección del punto 2e depende el rendimiento óptimo con relación al caudal, el rendimiento óptimo con relación al salto dependerá de la correcta selección del punto 1i. El coeficiente de presión referido al punto 1i viene dado por:

$$\psi_{1i} = \frac{H}{u_{1i}^2/2g} \quad (2.21)$$

De acuerdo con ensayos realizados, estos sitúan el valor óptimo de  $\psi_{1i}$  en el rango de 1.65 – 2.00, pudiéndose tomar como valor medio  $\psi_{1i} = 1.72$  (Bovet, 1961).

Siendo  $u_{1i} = 2\pi n\rho_{1i}$  y sustituyendo  $\psi_{1i}$  por el valor promedio recomendado tenemos la cota  $\rho_{1i}$  de la Figura 2.10 viene dada por:

$$\rho_{1i} = \frac{60}{2\pi n} \left( \frac{2gH}{1.72} \right)^{1/2} \quad ( 2.22 )$$

Una vez determinados los puntos 1i y 2e es posible trazar la forma completa de las aristas de entrada 1 y salida 2. De cierta manera los puntos 2i y 1e son arbitrarios ya que estos pueden deslizarse a lo largo de las curvas exterior e interior, acortando o alargando el álabe. Se debe ser cuidadoso con la elección de dichos puntos ya que al acortar demasiado el álabe podrían producirse depresiones en la parte superior del perfil o sobrepresiones en la parte inferior del perfil, provocando la aparición de la cavitación ante caudales reducidos, lo cual tendería a erosionar los álabes del rodete.

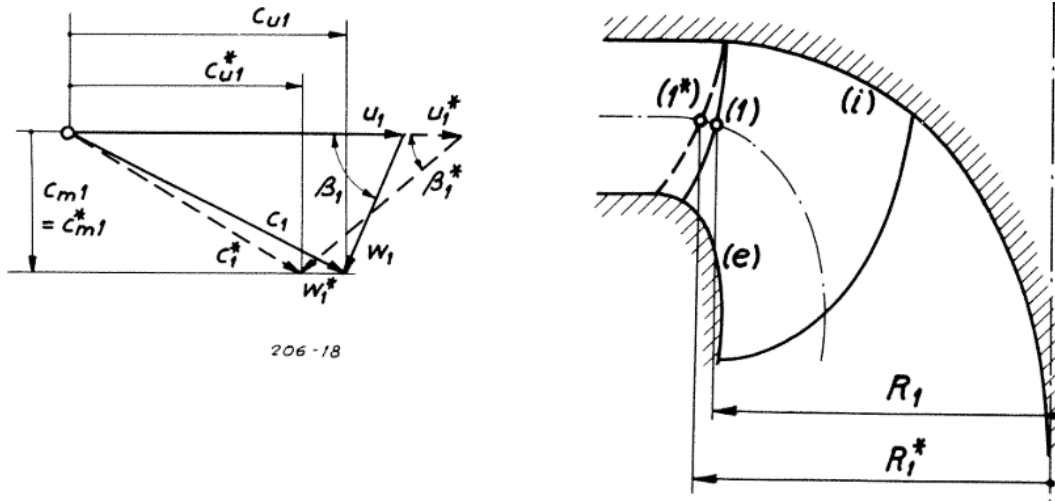
Del mismo modo, es posible modificar tanto el ángulo de entrada ( $\beta_1$ ) como el de salida ( $\beta_2$ ) hasta alcanzar ángulos favorables; ya sea variando la posición de los puntos 2i y 1e o desplazando las líneas de corriente sin alterar la arista de salida, como se muestra en las Figuras 2.14 y 2.15 respectivamente; esto siempre y cuando se mantenga constante la relación  $u_1 c_{1u}$  y  $u_2 c_{2u}$  en toda arista de entrada y salida para mantener la altura de Euler constante. Los ángulos  $\beta_1$  y  $\beta_2$  pueden ser calculados mediante las siguientes ecuaciones:

$$\tan \beta_1 = \frac{c_{1m}}{u_1 - c_{1u}} \quad ( 2.23 )$$

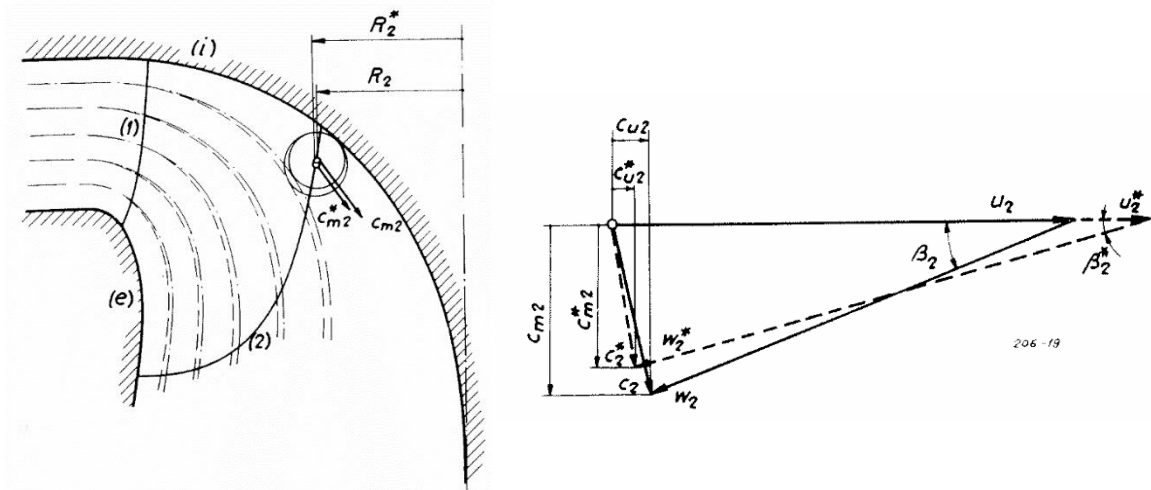
$$\tan \beta_2 = \frac{c_{2m}}{u_2 - c_{2u}} \quad ( 2.24 )$$

Es importante destacar que al desplazarse el punto 2i a lo largo de la curva interior (i), disminuyendo la longitud del álabe y la sección de fijación de este al cubo, la sección estará sometida a esfuerzos mayores a los admisibles, lo que

obligará a aumentar el espesor de los álabes para evitar dicho problema, o incluso seleccionar un material de mayor resistencia.



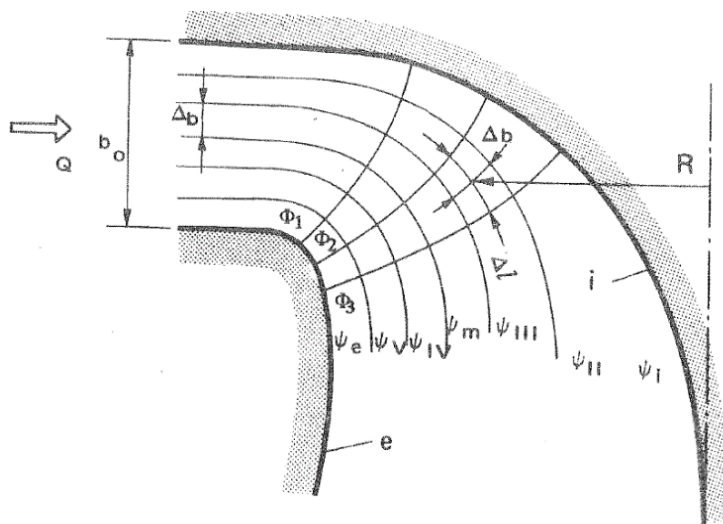
**Figura 2.14.** Influencia de la posición de la arista de entrada sobre el triángulo de velocidades.  
Fuente: (Bovet, 1961).



**Figura 2.15.** Influencia de un desplazamiento de la red de corriente sobre el triángulo de salida.  
Fuente: (Bovet, 1961).

Para el trazado de líneas de corriente según el método de Bovet, es necesario dividir el canal en  $n$  turbinas parciales, dividiendo así también el flujo delimitado por las superficies  $i$  y  $e$  en  $n$  conductos. El propósito de dividir en turbinas parciales es debido a que la curvatura de álabes no es la misma en cada

sección axial para todas las líneas de corriente. Al realizar tales divisiones se formará una red de corriente que estará conformada por las líneas de corriente y las líneas internas y externas del álabe (Figura 2.16).



**Figura 2.16.** Red de corriente inscrita en el perfil hidráulico  
Fuente: (Mataix, 1975).

Es conveniente utilizar un número par de turbinas parciales para que la línea media pueda servir como representativo de las líneas de corriente y así utilizarla para cálculos posteriores. Es importante mencionar que la precisión del trazado de la red de corriente dependerá del número de líneas de corriente elegidas.

A la entrada del distribuidor la velocidad meridional se supone constante en todo el ancho  $\Delta b$ , de manera que todos los  $\Delta b$  son iguales, y la red de corriente está constituida allí por cuadrados rectilíneos. A la entrada del difusor se supone también una  $c_m$  constante de manera que la sección circular de la turbina parcial central y las secciones anulares de las restantes turbinas parciales tengan igual área.

Luego de trazar las líneas de corriente se procede a trazar líneas equipotenciales de forma que corten ortogonalmente a las primeras, tal como se muestra en la Figura 2.16, procurando que en el trazado se cumpla la condición de la Ecuación 2.25:

$$\frac{\Delta b}{\Delta l} \cdot R = cte \quad ( 2.25 )$$

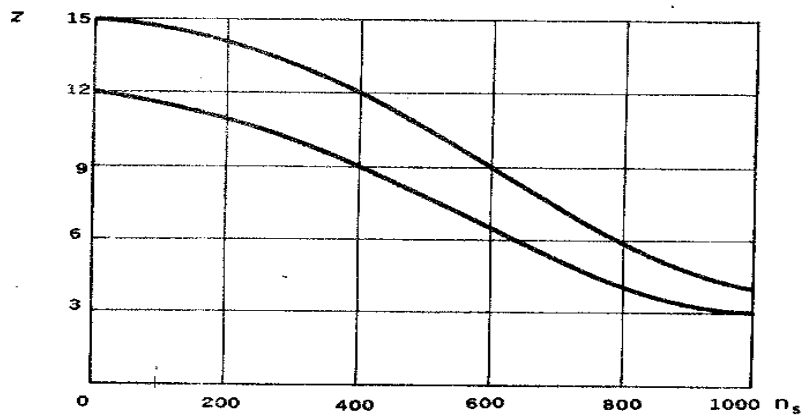
Donde:

- $\Delta b$  es el ancho de la porción de turbina conformado por la red de corriente.
- $\Delta l$  longitud de la porción de turbina conformada por la red de la corriente.
- $R$  es el radio hasta el centro de la porción de la turbina conformada por la red de corriente.

El trazado de las líneas de corriente y equipotenciales son iterativas puesto que se deben realizar pequeñas correcciones hasta lograr que el valor de  $(\Delta b \cdot R / \Delta l)$  sea lo más próximo a la media de todas las constantes calculadas de dicha corriente. A este método de modificar los cuadriláteros de manera iterativa se le conoce como método de las aproximaciones sucesivas.

### **2.5.2 Determinación del número de álabes.**

Mediante la Figura 2.17 se puede determinar el número de álabes óptimo del rodete. El número de álabes deberá seleccionarse dentro de las curvas de la gráfica en función del  $n_s$ .

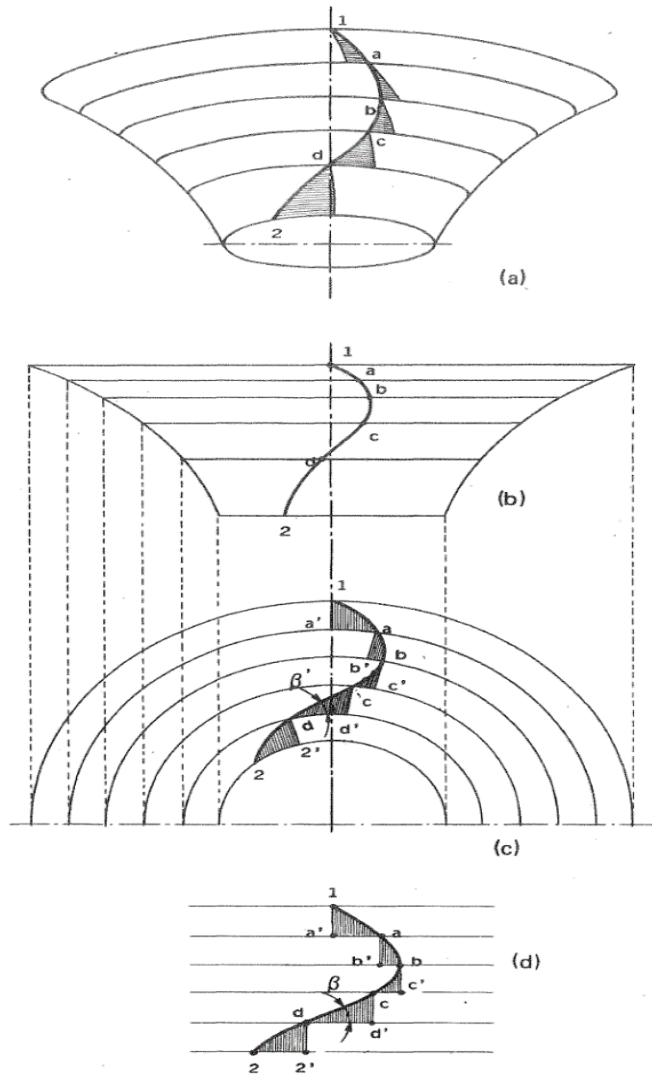


**Figura 2.17.** Estimación del número de álabes del rodete de una TF en función del  $n_s$ .  
Fuente: Turbomáquinas Hidráulicas (Mataix, 1975).

### 2.5.3 Representación de una línea de corriente.

En régimen permanente, una partícula de fluido en su movimiento relativo se mueve describiendo una curva, que es su trayectoria y línea de corriente relativa. En la Figura 2.18 se aprecia el movimiento relativo de una partícula de fluido desde su entrada al rodete hasta su salida, así como también, sus diferentes proyecciones de las líneas de corriente sobre el cono de la turbina.

En la Figura 2.18a) se visualiza la línea de corriente 1-a-b-c-d-2 en perspectiva. La Figura 2.18b) presenta la vista en alzado en donde se aprecian las meridianas sin deformación alguna, en esta vista se mide un cateto. La Figura 2.18c) es la sección transversal (planta) en la que los meridianos son radios y los paralelos circunferencias, con esta vista es posible medir los catetos 1-a, a-b, b-c, c-d y d-2. Finalmente, teniendo los dos catetos de todos los triángulos en el alzado y planta es posible hacer la representación conforme cilíndrica como se muestra en la Figura 2.18d) en la cual, los meridianos y paralelos son rectas que se cortan ortogonalmente. El ángulo  $\beta$  real se medirá en la representación conforme cilíndrica, ya que en las proyecciones b y c se muestra deformado.



**Figura 2.18.** Línea de corriente representada: a) sobre una superficie de corriente en perspectiva; b) en proyección longitudinal; c) en proyección transversal; d) en transformación cilíndrica.

Fuente: (Mataix, 1975).

#### 2.5.4 Condición de cesión gradual de energía en el rodete.

Es útil expresar la energía útil ( $H_u$ ) aprovechada por la turbina en función de los coeficientes de velocidad como se muestra en la ecuación:

$$H_u = \frac{u_1 c_{1u} - u_2 c_{2u}}{g} \quad (2.26)$$

Dividiendo la ecuación 2.26 entre  $2gh$  se obtiene:

$$\frac{H_u}{2gH} = \frac{1}{g} \left( \frac{u_1}{\sqrt{2gH}} \cdot \frac{c_{1u}}{\sqrt{2gH}} - \frac{u_2}{\sqrt{2gH}} \cdot \frac{c_{2u}}{\sqrt{2gH}} \right) \quad (2.27)$$

Finalmente, haciendo que:

$$\eta_h = \frac{H_u}{H} \quad (2.28)$$

Tendremos que:

$$\frac{\eta_h}{2} + k_{u_2} k_{c_{2u}} = k_{u_1} k_{c_{1u}} \quad (2.29)$$

Siendo esta ecuación una forma adimensional para la ecuación de Euler, en donde cada uno de los términos puede interpretarse de la siguiente manera:

- $k_{u_1} k_{c_{1u}}$ : representa en forma adimensional la energía que posee un filamento de corriente en la arista de entrada.
- $k_{u_2} k_{c_{2u}}$ : representa en forma adimensional la energía del filamento en la arista de salida.
- $\eta_h/2$ : representa en forma adimensional la energía del filamento aprovechada por la turbina.

Teóricamente, la energía de todos los hilos de corriente en la arista de entrada debe ser igual por lo que se puede afirmar que:

$$k_{u_1} k_{c_{1u}} = \text{constante} \quad (2.30)$$

Asimismo, en la arista de salida luego de la cesión de energía es correcto afirmar que:

$$k_{u_2} k_{c_{2u}} = \text{constante} \quad (2.31)$$

Las ecuaciones anteriores nos permitirán determinar los triángulos de velocidades y los ángulos  $\beta$  a lo largo de la línea de corriente puesto que nos

proporcionan las condiciones iniciales. Teóricamente, la transmisión de energía depende únicamente de la forma del álabe a la entrada y a la salida, sin embargo, siempre se desea conseguir un rendimiento óptimo por lo que se aplica una cesión gradual de energía en el rodete a medida la partícula de fluido se desplaza un ángulo  $\varphi$ , es decir, que si la corriente ha progresado un ángulo  $\varphi/n$  el fluido debe haber cedido al rodete una energía igual a  $\eta_h/(2n)$ . Se supondrá que esta cesión de energía no se hace continua sino gradualmente, es decir, por incrementos finitos dividiendo el ángulo  $\varphi$  en  $n$  partes iguales. Se supone que de 1 a  $a$  (Figura 2.18) la energía es constante e igual a  $\eta_h/2$  y que de  $d$  a 2 es cero.

La precisión del trazado de la línea de corriente dependerá de la cantidad de partes en que se divide el ángulo  $\varphi$ ; a mayor cantidad de partes mayor precisión.

### **2.5.5 Procedimiento para el trazado de la forma del álabe.**

El procedimiento para el trazado del álabe se detalla a continuación:

1. Se estiman las dimensiones preliminares del rodete.
2. Se calculan las correlaciones experimentales del Método de Bovet y se traza el perfil hidráulico paramétrico, así como y el perfil hidráulico real del rodete. Posteriormente, se traza la arista de entrada pues, se conoce que,  $r_{1i}=r_{1e}$  por ser una turbina radial.
3. Se divide la turbina en  $n$  turbinas parciales y se traza la red de corriente como en la Figura 2.16, incluyendo la arista de salida.
4. Se asume un ángulo  $\varphi$  de cesión que abarcará el álabe y se divide en  $n$  partes iguales.
5. Se impone la condición de la cesión gradual de energía la cual nos permitirá calcular los ángulos  $\beta$ .

6. Se determina el número de álabes del rodete mediante la Figura 2.17.

Para determinar los ángulos  $\beta$  se pueden seguir dos procedimientos diferentes: numérico o gráfico. Para desarrollar el método numérico es necesario conocer las diferentes velocidades que intervienen en la cesión de energía. Luego de trazar la red de corriente manteniendo la constante de la ecuación  $\Delta b/\Delta l \cdot R$ . Se calcula la velocidad meridional  $c_m$  a partir de la ecuación 2.32:

$$c_m = \frac{\Delta Q}{2\pi R_x \Delta b_x} \quad (2.32)$$

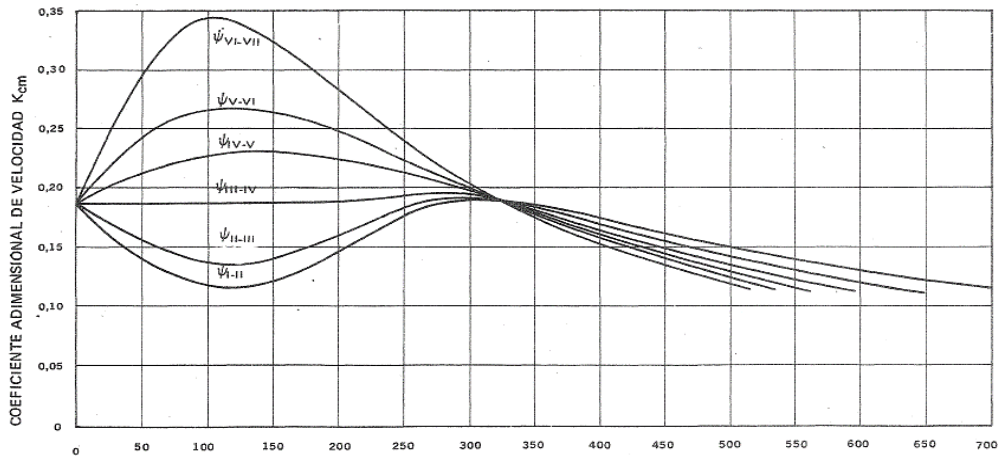
En donde:

- $\Delta Q$  es el caudal que pasa por la turbina parcial ( $\Delta Q = Q/n$ ) en  $m^3/s$ .
- $R_x$  es el radio hasta el centro de los cuadriláteros de las mallas en m.
- $\Delta b_x$  es el ancho de los cuadriláteros de la turbina parcial en m.

Luego, se determinará el coeficiente adimensional meridional mediante la Ecuación 2.33, o bien, gráficamente mediante la Figura 2.19, en donde se emplean valores de los radios hasta el punto medio de las líneas de corriente medias y se ubica el valor de  $k_{cm}$  para cada turbina parcial. En este trabajo se desarrollará el método numérico.

$$k_{cm} = \frac{c_m}{\sqrt{2gh}} \quad (2.33)$$

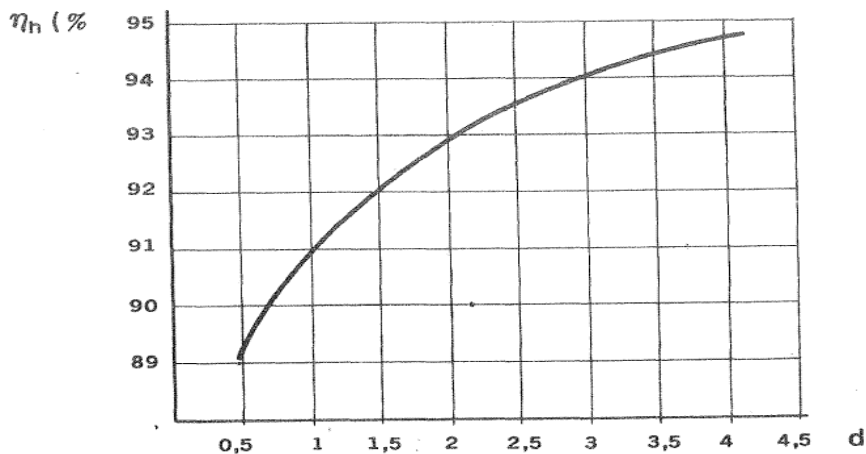
Se calcula además  $k_u$  el cual es el coeficiente adimensional tangencial, proveniente de  $u = \pi R_x n$  (con n en rps) mediante la siguiente ecuación:



**Figura 2.19.** Valores de  $k_{cm}$  en cualquier punto de cada línea de corriente.  
Fuente: (Mataix, 1975).

$$k_u = \frac{u}{\sqrt{2gH}} \quad (2.34)$$

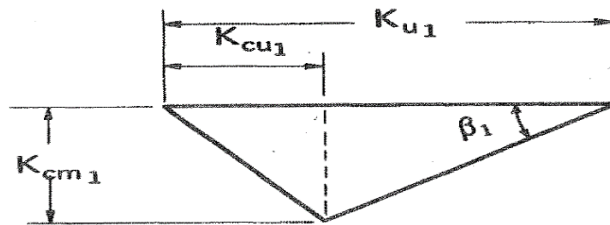
Asimismo, es necesario determinar el valor de  $k_{cu}$  el cual se puede calcular a partir de dos métodos diferentes. Uno de estos consiste en comenzar los cálculos de cesión de energía a partir de la entrada haciendo  $k_{cu1} = \eta/2$ . El valor de  $\eta$  podrá determinarse con la Figura 2.20 una vez conocido el diámetro.



**Figura 2.20.** Estimación del  $\eta_h$  de una TF en función del diámetro característico hidráulico.  
Fuente: (Mataix, 1975).

Ahora, conocidos  $k_{cu1}$ ,  $k_{u1}$  y  $k_{cm1}$ , podemos calcular el ángulo  $\beta_1$  del triángulo de velocidades de la Figura 2.21 mediante relaciones trigonométricas utilizando la Ecuación 2.35.

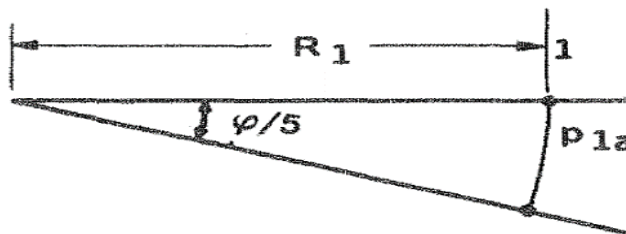
$$\beta_1 = \tan^{-1} \left( \frac{k_{cm1}}{k_{u1} - k_{cu1}} \right) \quad (2.35)$$



**Figura 2.21.** Triángulo de coeficientes de velocidades en la entrada de la turbina.  
Fuente: (Mataix, 1975).

Podemos conocer el ángulo correspondiente al ángulo  $\varphi/n$ , ya que  $\varphi$  se puede asumir entre  $30^\circ$ - $40^\circ$  (Canales & Mariona, 2014, p. 57), determinando así el cateto del segmento de radio de la Figura 2.22 con la Ecuación 2.36.

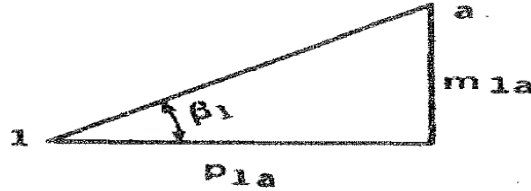
$$\rho_x = R_x \frac{\varphi}{n} \quad (2.36)$$



**Figura 2.22.** Desplazamiento angular para un ángulo  $\varphi/n$ .  
Fuente: (Mataix, 1975).

Finalmente, determinamos el valor del cateto meridiano de la Figura 2.23 mediante la Ecuación 2.37.

$$m_x = \rho_x \tan(\beta_x) \quad (2.37)$$



**Figura 2.23.** Triángulo rectángulo con ángulo  $\beta_1$ .  
Fuente: Turbomáquinas Hidráulicas (Mataix, 1975).

La línea de corriente se conformará desde la arista de entrada 1 hasta la salida 2, tomando en cuenta las ecuaciones de cesión de energía de la 2.38 a la 2.42, donde es posible despejar los valores de  $k_{cu}$  en cada punto, esto conllevará una variación de los ángulos  $\beta$  tal como se muestra en la Figura 2.24.

$$k_{u1}k_{cu1} = k_{ua}k_{cua} + \frac{1}{n} \cdot \frac{\eta_h}{2} \quad (2.38)$$

$$k_{ua}k_{cua} = k_{ub}k_{cub} + \frac{1}{n} \cdot \frac{\eta_h}{2} \quad (2.39)$$

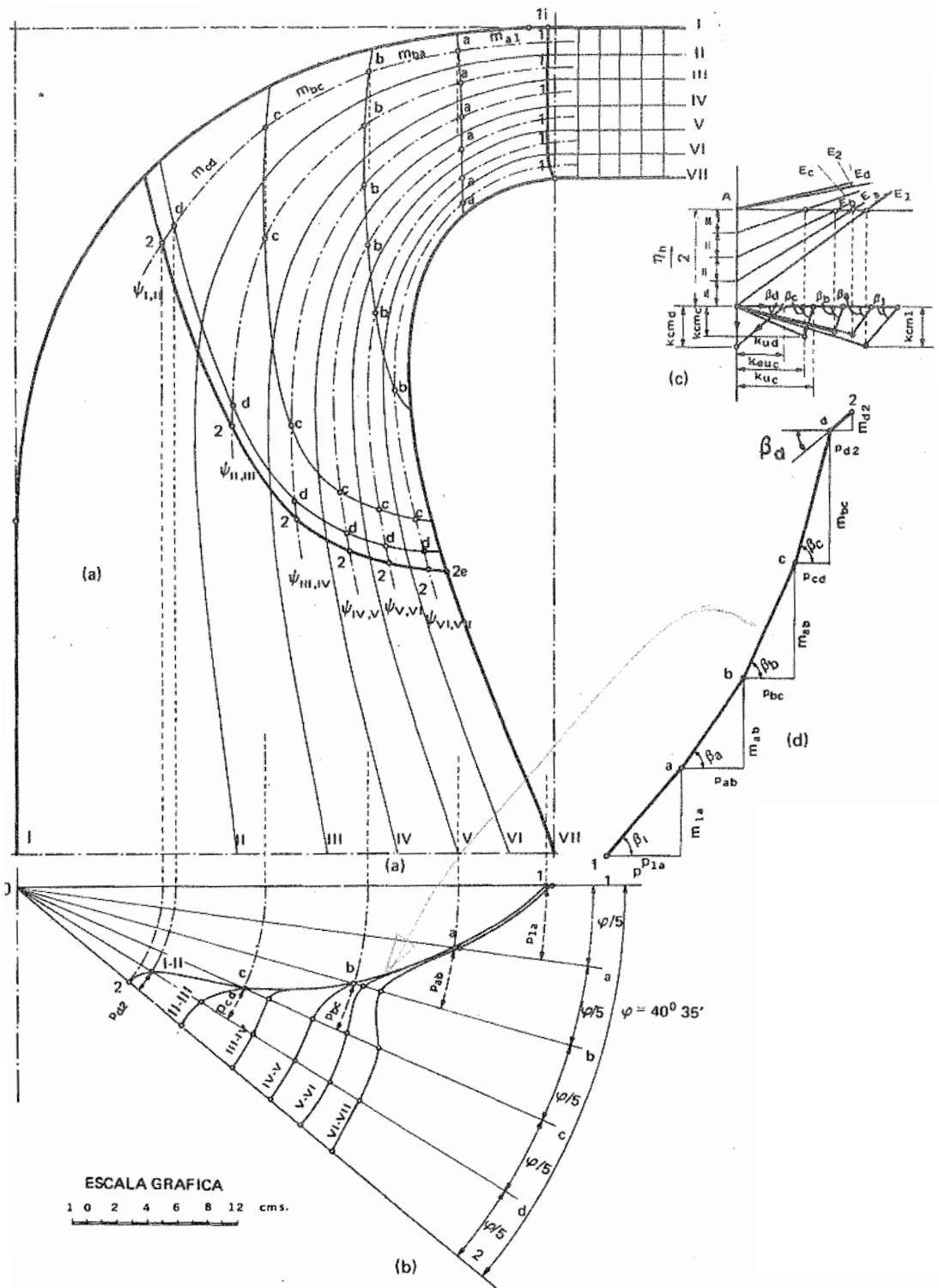
$$k_{ub}k_{cub} = k_{uc}k_{cuc} + \frac{1}{n} \cdot \frac{\eta_h}{2} \quad (2.40)$$

$$k_{uc}k_{cuc} = k_{ud}k_{cud} + \frac{1}{n} \cdot \frac{\eta_h}{2} \quad (2.41)$$

$$k_{ud}k_{cud} = \frac{1}{n} \cdot \frac{\eta_h}{2} \quad (2.42)$$

Se debe hacer que el coeficiente de velocidad  $k_{cu_2}$  sea cero para asegurar que el flujo sea completamente axial al salir del rodete, formando así un triángulo rectángulo.

El segundo método, para conocer  $k_{cu}$  y formar las líneas de corriente, consiste en comenzar por la salida tomando  $k_{cu_2} = 0$  y aplicando las Ecuaciones de la 2.38 a la 2.42. Este método es considerado como el más preciso, por lo tanto, es el que se tomará para el desarrollo de las líneas de corriente.



**Figura 2.24.** a) Sección meridional de la TF con las turbinas parciales, líneas de corriente medias y cortes del álabe con planos axiales. b) Sección transversal de la TF, trazas de los planos axiales de igual energía y líneas de corriente relativas proyectadas ortogonalmente. c) Estudio de línea de corriente  $\psi_{I,II}$ : rectas de energía y triángulos de coeficientes de velocidades. d) Línea de corriente en transformación conforme cilíndrica.  
 Fuente: (Mataix, 1975).

## 2.6 Diseño hidráulico del tubo de aspiración.

Como se ha descrito anteriormente, la necesidad del tubo de aspiración en una TF radica en que es una turbina de reacción y la presencia de dicho elemento aumentará la eficiencia de la máquina en general. La función del tubo de aspiración se comprende fácilmente analizando, mediante la ecuación de Bernoulli generalizada que establece la teoría unidimensional, el comportamiento de la energía del fluido en la entrada y salida del tubo de aspiración, estableciendo la altura hidráulica que se recupera por la presencia de dicho elemento. El rendimiento del tubo depende en gran medida de la forma que este tenga según el tipo de turbina a instalar.

### 2.6.1 Función del tubo de aspiración.

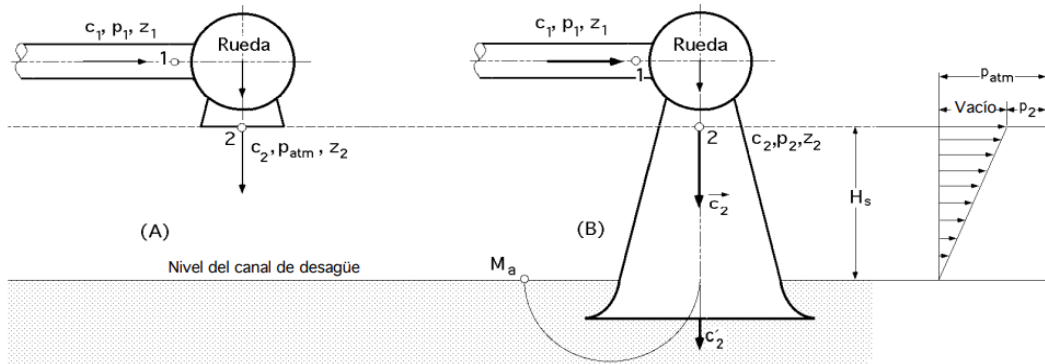
Para comprender de mejor manera la recuperación de energía en el tubo de aspiración se hace un ejemplo comparativo de dos casos de turbinas, sin tubo de aspiración y con tubo de aspiración tal como se observa en la Figura 2.25. Atendiendo la teoría unidimensional, se realiza un análisis ideal mediante la ecuación de Bernoulli y expresando para la altura neta en cada caso, tenemos:

a) Sin tubo de aspiración

$$H = \left( \frac{c_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 \right) - \left( \frac{c_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 \right) \quad (2.43)$$

b) Con tubo de aspiración

$$H' = \left( \frac{c_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 \right) - \left( \frac{c_a^2}{2g} + \frac{p_{atm}}{\gamma} + z_a \right) \quad (2.44)$$



**Figura 2.25.** Turbina sin y con tubo de aspiración.  
Fuente: Turbinas Hidráulicas (Fernández Díez, 2009).

Si se realiza una comparación entre ambos casos se obtendría:

$$H' = H \quad (2.45)$$

$$\frac{p_{atm} - p_2}{\gamma} = \frac{c_2^2 - c_a^2}{2g} + z_2 - z_a \quad (2.46)$$

Donde:

$$\frac{c_a^2}{2g} \cong 0 \rightarrow \text{velocidad a la salida del tubo}$$

$$z_2 - z_a \rightarrow \text{Altura de aspiración } H_s$$

Se observa que existe una ganancia por la diferencia de presiones que se transforma en energía cinética ( $c_2^2 - c_a^2/2g$ ) y energía de altura ( $H_s = z_2 - z_a$ ) la cual es la altura de aspiración. Por lo tanto, el tubo de aspiración le es favorable a la turbina de reacción puesto que aumenta su eficiencia en la recuperación y aprovechamiento de energía.

### 2.6.2 Rendimiento del tubo de aspiración.

Las pérdidas hidráulicas en tubo aspiración ( $H_{ra}$ ) son de 3 clases:

- 1) Pérdidas debidas al rozamiento de superficie con las paredes del tubo de aspiración.

- 2) Pérdidas debidas a la difusión por el aumento de la turbulencia y la no uniformidad de la corriente con relación al tubo de sección constante.
- 3) Pérdidas por desprendimiento de la corriente, originando contra corrientes y remolinos.

Si no existiese pérdida alguna y se redujese idealmente a cero la energía cinética la salida del tubo de aspiración, es decir, consumir el total de la energía contenida en el fluido, el vacío conseguido a la entrada del tubo aspiración por el efecto dinámico de la difusión sería:

$$\frac{c_2^2}{2g} \quad (2.47)$$

A causa de las pérdidas este vacío se reduce a:

$$\frac{c_2^2}{2g} - H_{ra} \quad (2.48)$$

Y el rendimiento del tubo de aspiración será:

$$\eta_a = \frac{\frac{c_2^2}{2g} - H_{ra}}{\frac{c_2^2}{2g}} \quad (2.49)$$

El rendimiento del tubo de aspiración depende mucho de su forma; para el caso de un difusor vertical puede llegar a ser de un 80% - 90%; si es troncocónico y no se despega el agua de las paredes, se puede obtener un rendimiento entre el 50% - 60% y si el difusor es acodado en ángulo recto con sección circular en la turbina de eje horizontal, el cual es de mucho interés en este documento, se puede obtener un rendimiento entre el 41% - 50%. (Fernández Díez, 2009)

### 2.6.3 Cavitación y altura de suspensión

Es necesario considerar el efecto físico de la cavitación a la hora del dimensionamiento. La aparición de la cavitación está relacionada con la altura de diseño, altura geométrica de colocación de la turbina respecto al nivel del agua de descarga y la presión atmosférica. Fue el alemán D. Thoma que realizó estudios experimentales más profundos en los que relacionó estas tres magnitudes permitiendo definir el coeficiente de cavitación llamado también coeficiente de Thoma ( $\sigma$ ).

Partiendo de la ecuación de Bernoulli entre los puntos x-2 y 2-4 de la Figura 2.26 y tras una serie de arreglos se obtienen las siguientes definiciones preliminares del coeficiente de cavitación:

Coeficiente de cavitación de la instalación:

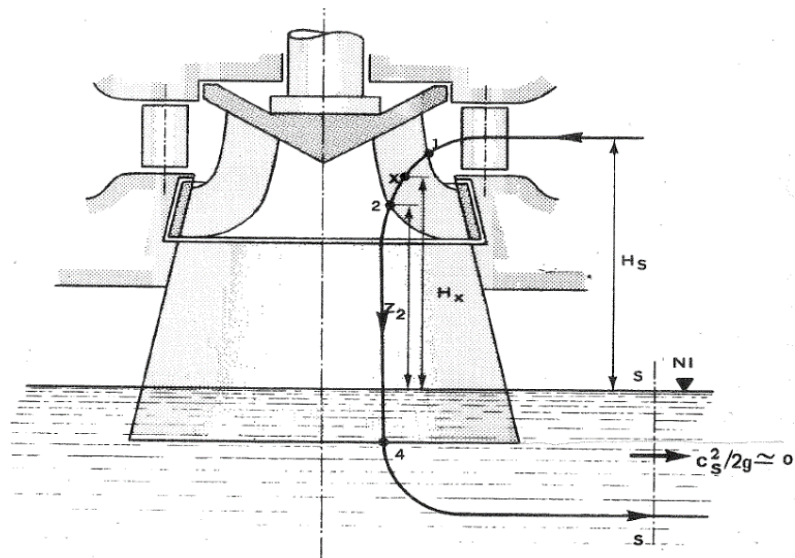
$$\sigma'_{inst} = \frac{\frac{p_{atm} - p_s}{\rho g} - H_x}{H} \quad (2.50)$$

Coeficiente de cavitación de la turbina:

$$\sigma'_T = \frac{\frac{p_{atm} - p_s}{\rho g} - H_{x \text{ máx}}}{H} \quad (2.51)$$

En donde:

- $p_{atm}/\rho g$ : altura de presión atmosférica.
- $p_s/\rho g$ : altura de presión de saturación del vapor.
- $H_x$ : es la depresión estática causada por la altura geodésica del punto x.



**Figura 2.26.** Bernoulli para la determinación del coeficiente de cavitación de una TH.  
Fuente: (Mataix, 1975).

De las ecuaciones se deduce que se presenta cavitación cuando  $p_{atm} = p_s$ . De modo que la condición para evitar la cavitación viene expresada por:

$$\sigma'_{inst} > \sigma'_T \quad (2.52)$$

Estas definiciones no suelen emplearse por la imposibilidad práctica de determinar la posición del punto X en el interior de la turbina. En su lugar se emplean las siguientes definiciones:

$$\sigma_{inst} = \frac{\frac{p_{atm} - p_s}{\rho g} - H_s}{H} \quad (2.53)$$

$$\sigma_{crítico} = \sigma_T = \frac{\frac{p_{atm} - p_s}{\rho g} - H_{s\text{ máx}}}{H} \quad (2.54)$$

En donde:

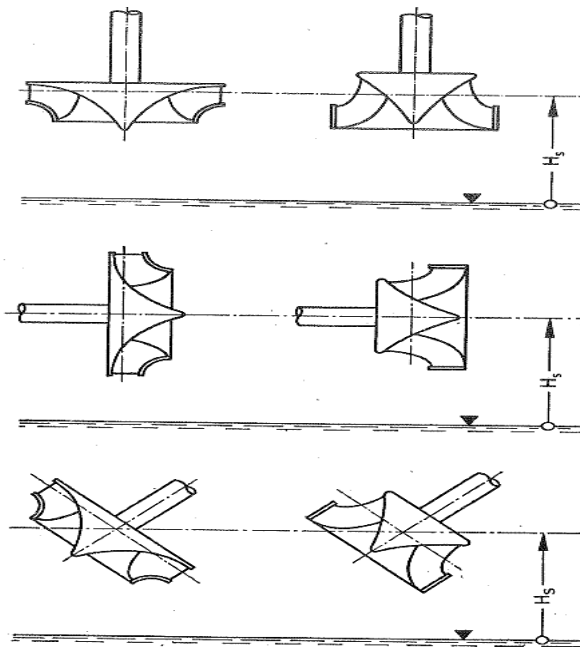
- $p_s/\rho g$ : altura de presión de saturación de vapor (para agua fría,  $p_s/\rho g \cong 0$ ).
- $H$ : altura neta.

- $H_s máx$ : altura de succión o aspiración máxima.

La altura de succión o aspiración  $H_s$  se mide con respecto al nivel del agua a una cota determinada que viene dada por la norma DIN 4323 (Figura 2.27).

Para turbinas de reacción la altura de aspiración se mide de la siguiente forma:

- Turbina de eje vertical: desde el nivel del agua a la mitad de la caja espiral.
- Turbinas de eje horizontal: desde el nivel del agua al eje de la máquina.
- Turbinas de eje inclinado: desde el nivel del agua al punto de intersección del eje de la máquina con el plano de referencia de las turbinas de eje vertical.



**Figura 2.27.** Altura de aspiración de una TH de reacción según la norma DIN 4323.  
Fuente: (Mataix, 1975).

Si  $H_s$  es positivo el eje del distribuidor está por encima del nivel del agua se dice que la turbina está aspirada, y si  $H_s$  es negativo el eje del distribuidor está por debajo del nivel del agua se dice que la turbina está sumergida.

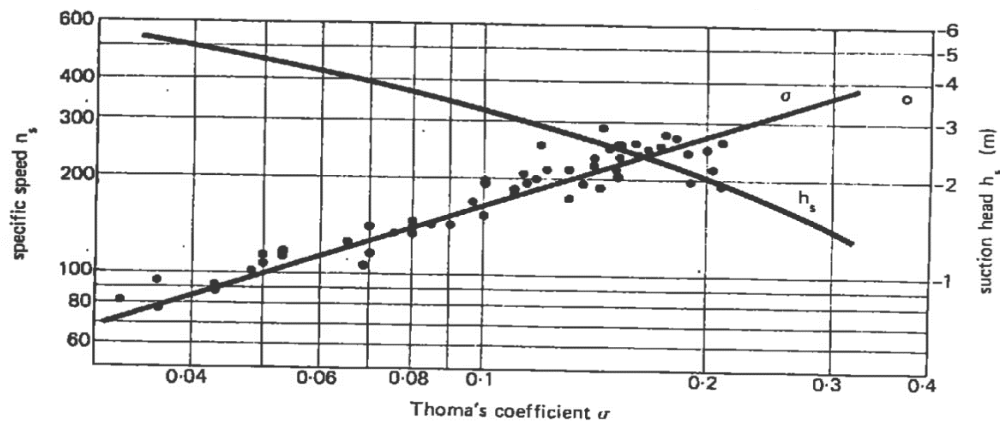
La presión atmosférica, o barométrica, decrece con la altitud  $A$  y está definida por la siguiente expresión:

$$\frac{p_{atm}}{\rho g} = 10 - \frac{A}{900} \quad \text{con } A \text{ en } m \quad (2.55)$$

Los valores del coeficiente de Thoma se establecen por experimentación. Según De Siervo y De Leva, para las TF se tiene un coeficiente de Thoma basándose en la velocidad específica, en donde cuanto mayor sea la turbina ( $n_s$ ), mayor será el peligro de cavitación. Los datos disponibles han conducido a la curva de regresión de la Figura 2.28.

La ecuación que define la curva  $\sigma$  de la Figura 2.28 viene dada por:

$$\sigma = 7.54 \times 10^{-5} n_s^{1.41} \quad (2.56)$$



**Figura 2.28.** Coeficiente de Thoma y Altura de Aspiración vs Velocidad Específica.  
Fuente: (De Siervo, 1976)

Para determinar una altura de aspiración máxima se necesita considerar un factor de seguridad  $\Delta\sigma$  que puede determinarse de la gráfica de la Figura 2.29, o bien, puede tomarse como  $\Delta\sigma = 0.1$ , a fin de asegurarse de que la siguiente desigualdad se cumpla:

$$\sigma_{inst} > \sigma_{critico} \quad (2.57)$$

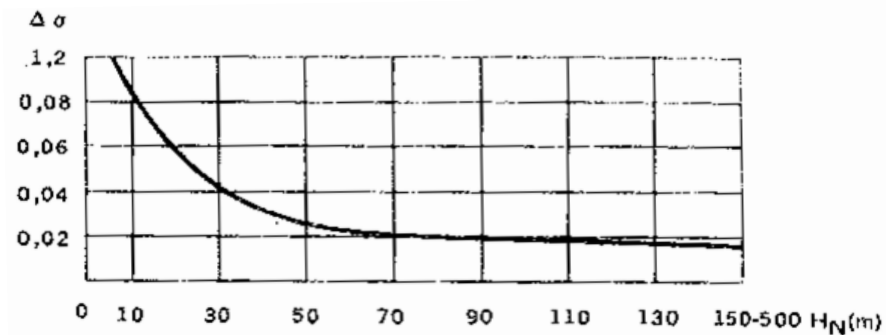


Figura 2.29. Corrección del coeficiente de cavitación en función del salto neto.  
Fuente: (Mataix, 1975).

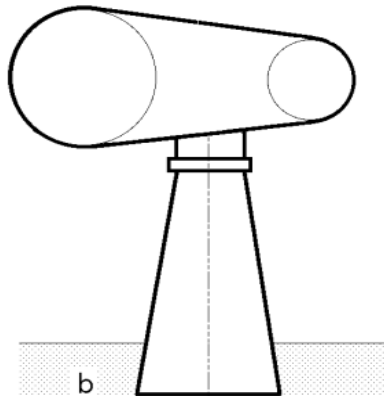
Una vez aplicadas todas las consideraciones mencionadas, la ecuación que define la altura de aspiración máxima es la siguiente:

$$H_{s,max} = 10 - \frac{A}{900} - (\sigma_{critico} + \Delta\sigma)H \quad (2.58)$$

#### 2.6.4 Formas del tubo de aspiración.

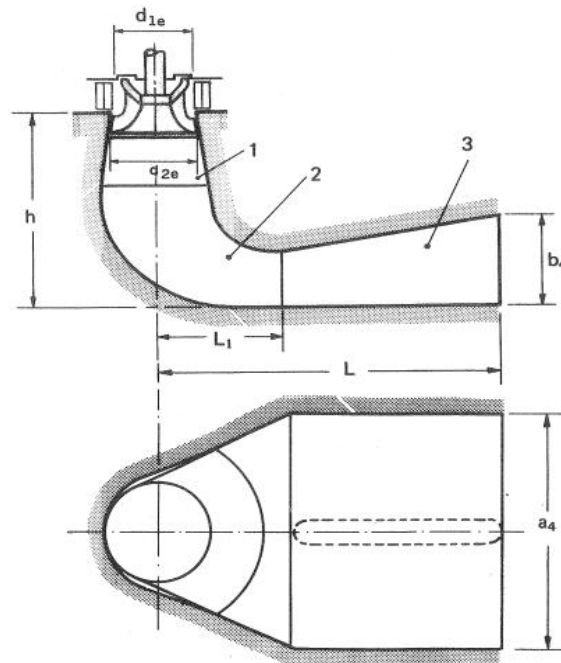
Las formas de construcción del tubo de aspiración dependerán del  $n_s$  de la turbina y del tipo de instalación de la turbina. Las posibles formas del tubo de aspiración son:

- a) Tubo de aspiración tronco cónico: es utilizado en aplicaciones de turbinas de eje vertical con valores de  $n_s$  pequeños, tiene el inconveniente de necesitar un canal de desagüe en la perpendicular de la turbina. El tubo de aspiración tronco cónico es el mejor desde el punto de vista del rendimiento dado a que su forma es hidráulicamente favorable para la desaceleración del flujo (Figura 2.30).



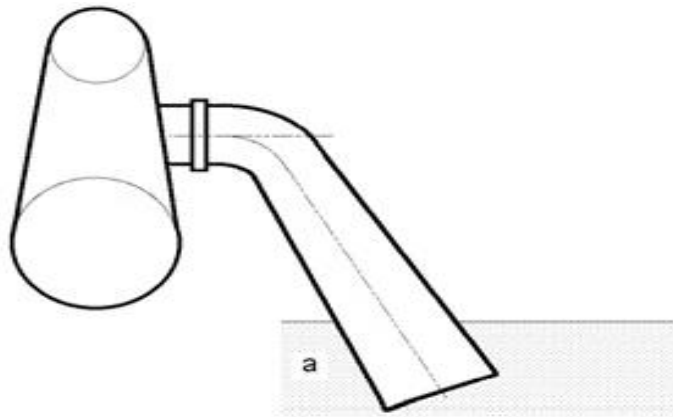
**Figura 2.30.** Tubo de aspiración tronco cónico.  
Fuente: (Fernández Díez, 2009).

- b) Tubo de aspiración acodado: utilizado en la mayoría de las centrales con turbinas de eje vertical, puesto que permite reducir a un mínimo el volumen y coste de la excavación. Por el contrario, tiene el inconveniente respecto a los demás que presenta pérdida de eficiencia. Consta de 3 partes principales: sección troncocónica, el codo y difusor (Figura 2.31).



**Figura 2.31.** Tubo de aspiración acodado.  
Fuente: (Mataix, 1975)

Otra configuración del tubo de aspiración acodado es para turbinas de tipo eje horizontal con valores de  $n_s$  pequeños (Figura 2.32).



**Figura 2.32.** Tubo de aspiración acodado para turbina de eje horizontal.  
Fuente: (Fernández Díez, 2009).

A continuación, se presentan diversas metodologías para el diseño y dimensionamiento del tubo, propuestas por diferentes autores, las cuales se evalúan y se seleccionan según la forma más adecuada para la turbina a instalarse.

### **2.6.5 Métodos de diseño del tubo de aspiración.**

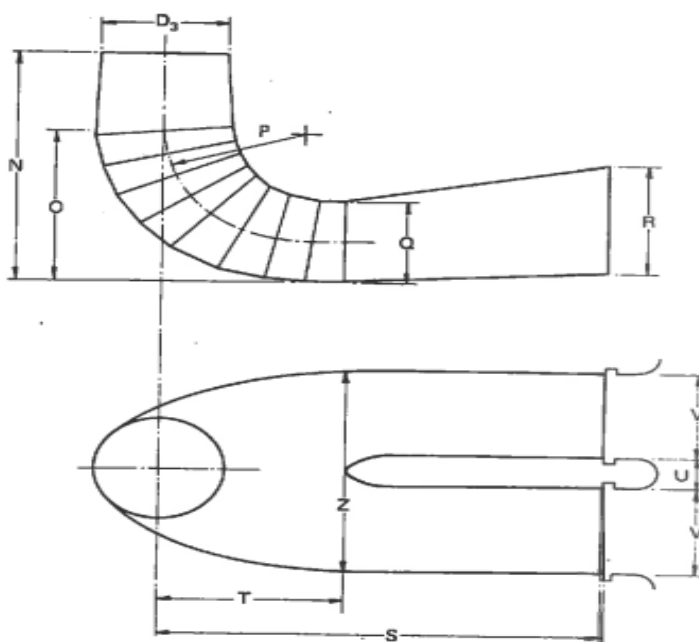
A continuación, se describen algunos métodos para la selección y diseño del tubo de aspiración.

#### **a) Método de De Siervo y De Leva.**

El método utilizado por De Siervo para el dimensionamiento del tubo de aspiración considera tres aspectos importantes: diámetro de descarga del rodete, velocidad absoluta en la sección de entrada del tubo y el coeficiente Thoma.

El método es estadístico y se basa en datos experimentales obtenidos de TF instaladas alrededor del mundo en el período de 1960-1975. Se realizó una

regresión de mínimos cuadrados relacionando una dimensión de la turbina con el diámetro de descarga del rodete y el número específico de revoluciones (De Siervo, 1976). Así, para el dimensionamiento de las cotas del tubo de aspiración acodado de la Figura 2.33, se tienen las ecuaciones estadísticas de la 2.59 a la 2.67 que obedecen a las gráficas de dispersión de la Figura 2.34.



**Figura 2.33.** Tubo de aspiración de De Siervo y De Leva.  
Fuente: (De Siervo, 1976)

$$N = D_3 \left( 1.54 - \frac{203.5}{n_s} \right) \quad (2.59) \quad T = D_3 (1.5 + 1.9 \times 10^{-4} n_s) \quad (2.60)$$

$$O = D_3 \left( 0.83 + \frac{140.7}{n_s} \right) \quad (2.61) \quad U = D_3 (0.51 - 7 \times 10^{-4} n_s) \quad (2.62)$$

$$Q = D_3 \left( 0.58 + \frac{22.6}{n_s} \right) \quad (2.63) \quad V = D_3 \left( 1.1 + \frac{53.7}{n_s} \right) \quad (2.64)$$

$$P = D_3 (1.37 - 5.6 \times 10^{-4} n_s) \quad (2.65) \quad Z = D_3 \left( 2.63 + \frac{33.8}{n_s} \right) \quad (2.66)$$

$$S = \frac{D_3 n_s}{-9.28 + 0.25 n_s} \quad (2.67)$$

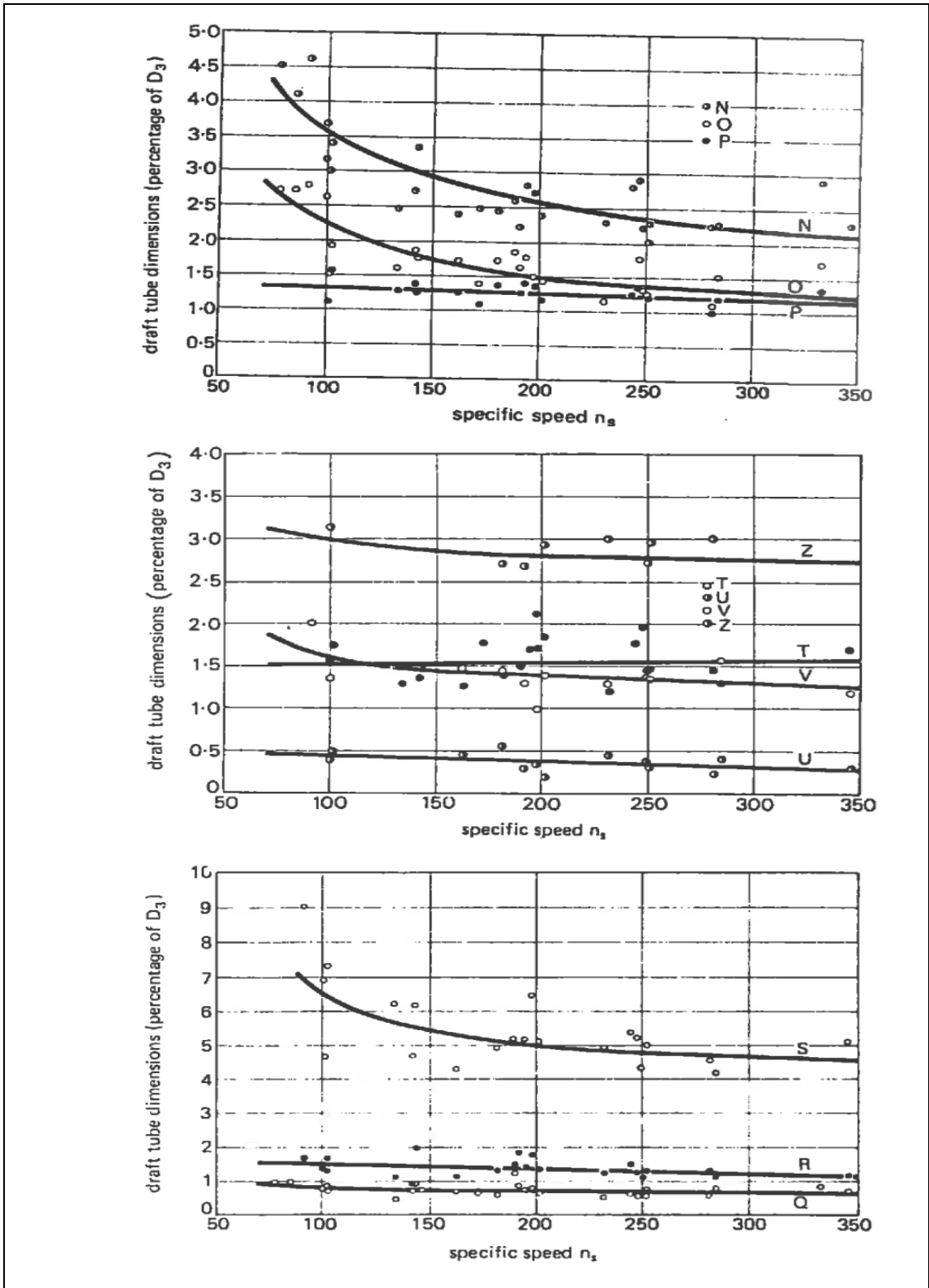
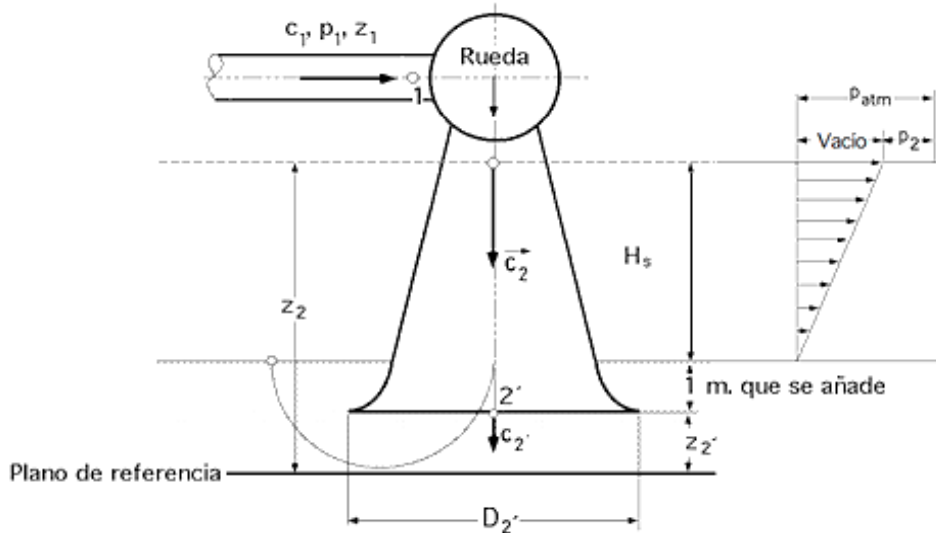


Figura 2.34. Gráficas de dispersión de principales dimensiones del tubo de aspiración.  
Fuente: (De Siervo, 1976)

b) Método de Fernández Díez.

La metodología de diseño para un tubo de aspiración de una TF presentada por Fernández Díez; profesor de la Universidad de Cantabria, Santander, con diversos libros publicados sobre ingeniería energética, en su libro de Turbinas Hidráulicas, está referida a un tubo tipo tronco cónico (Figura 2.35), tomando como principales parámetros de diseño la altura de aspiración y diámetro de entrada y salida del tubo de aspiración.

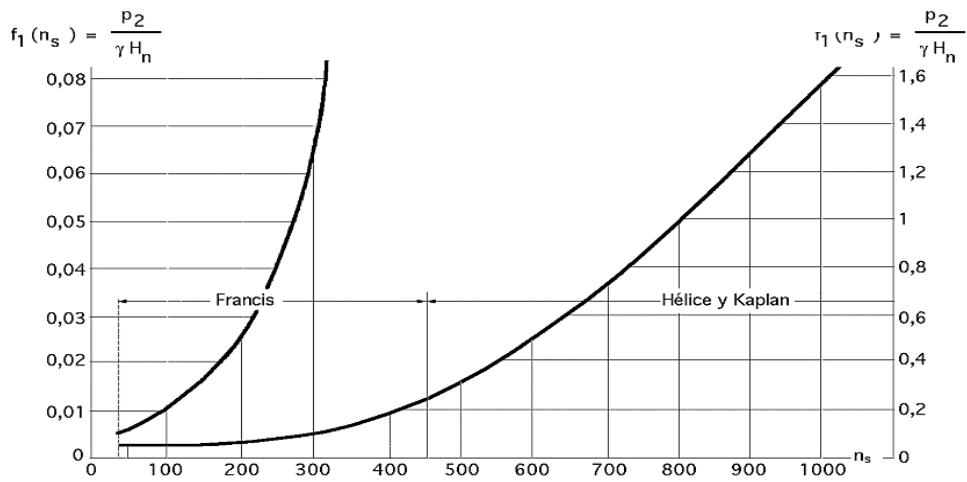


**Figura 2.35.** Tubo tipo tronco cónico.  
Fuente: (Fernández Díez, 2009)

El método de diseño introduce las curvas de Rogers y Moody (Figura 2.36) para obtener el límite de presión \$p\_2\$ por debajo del cual no se debe descender y que a su vez depende de los valores \$n\_s\$ y \$H\_s\$ (Fernández Díez, 2009). Para determinar \$H\_s\$ Rogers y Moody proponen curvas que relacionan:

- 1) Los valores \$p\_2\$, \$n\_s\$ y \$H\_s\$ en la forma:

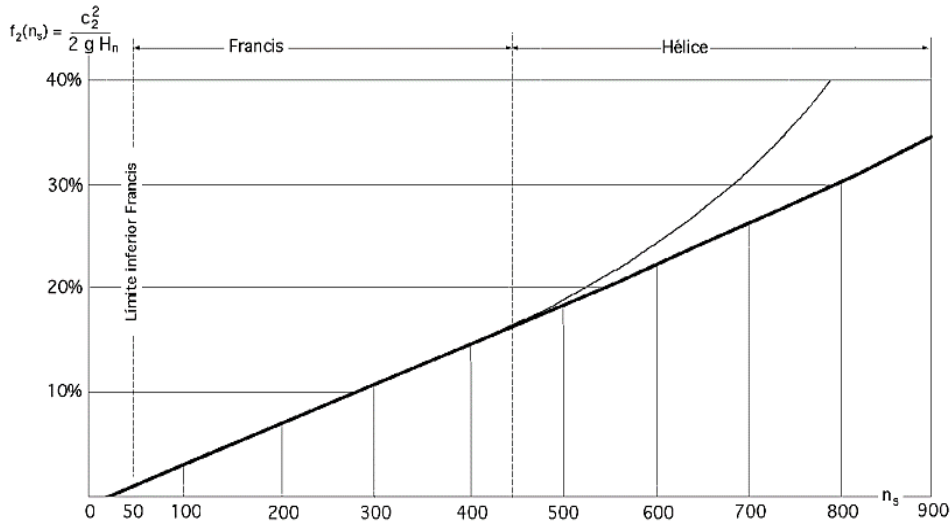
$$\frac{p_2}{\gamma} = f_1(n_s)H \rightarrow \frac{p_2}{\gamma H} = f_1(n_s) \quad (2.68)$$



**Figura 2.36** Curvas de Rogers y Moody, para la determinación de  $f_1(n_s)$ .  
Fuente: (Fernández Díez, 2009)

2) Los valores  $c_2$ ,  $n_s$  y  $H$  en la forma:

$$\frac{c_2^2}{2gH} = f_2(n_s) = \varphi_2^2 \quad (2.69)$$



**Figura 2.37.** Orden de magnitud de las pérdidas provisionales a la salida para calcular  $f_2(n_s)$ .  
Fuente: (Fernández Díez, 2009)

Una vez calculados los valores de  $p_2$  y  $c_2$  procedemos a calcular la altura máxima de aspiración y a definir la geometría del tubo.

3) Altura de aspiración para un tubo troncocónico o acodado:

$$H_s \leq \frac{p_{atm} - p_2}{\gamma} - \frac{c_2^2}{2g} \eta_d \quad (2.70)$$

Se observa que la altura de aspiración depende de la altura representativa atmosférica ( $p_{atm}/\gamma$ ) donde está emplazado el rodete, de la velocidad  $c_2$  de la salida del agua de este, del rendimiento del tubo de aspiración y de la altura representativa a la entrada del tubo ( $p_2/\gamma$ ).

Si expresamos la ecuación de altura de aspiración en función de los factores extraídos de las curvas de Rogers y Moody obtendríamos:

$$H_s = \frac{p_{atm}}{\gamma} - f_1(n_s)H - f_2(n_s)\eta_d \quad (2.71)$$

4) Diámetro de salida.

Para el dimensionamiento geométrico del tubo de aspiración Fernández Díez, la superficie de la pared del tubo de aspiración (que debe ser vertical), viene dada por la ecuación de Präsil:

$$k = zr^2$$

En donde k es una constante y se calcula para velocidades del agua a la salida del difusor  $c'_2$  muy pequeñas. Para obtener el diámetro de salida se debe considerar que la velocidad a la salida del tubo de aspiración  $c'_2$  debe ser aproximadamente 0. Para un tubo troncocónico puede utilizarse la ecuación de caudal aproximando esta velocidad a  $c'_2 \cong 1$ .

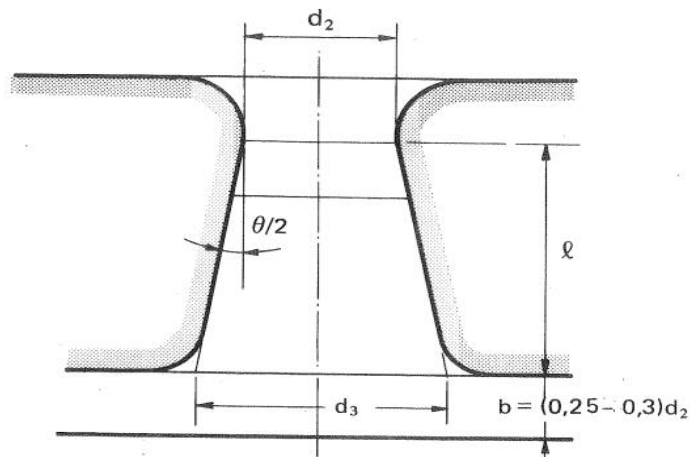
$$d'_2 = \sqrt{\frac{4Q}{\pi c'_2}} \quad (2.72)$$

a) Método de Claudio Mataix

Claudio Mataix propone metodologías para el diseño de un tubo de aspiración tronco cónico y acodado por separado.

1) Tubo de aspiración tronco cónico.

El autor se basa en la Figura 2.38 para el diseño y dimensionamiento del tubo de aspiración tronco cónico:



**Figura 2.38.** Tubo de aspiración troncocónico con salida abocinada.  
Fuente: (Mataix, 1975).

Cuanto mayor sea el  $n_s$  de la turbina, más importante es el efecto difusor en comparación con el efecto aspirador estático, y tanto mayor alargamiento del tubo es necesario. Se denomina alargamiento a la relación entre la longitud desarrollada de la línea media del tubo  $l$  y el diámetro de la entrada de este, siendo este último igual al diámetro de salida del rodete (Mataix, 1975). El alargamiento viene dado por:

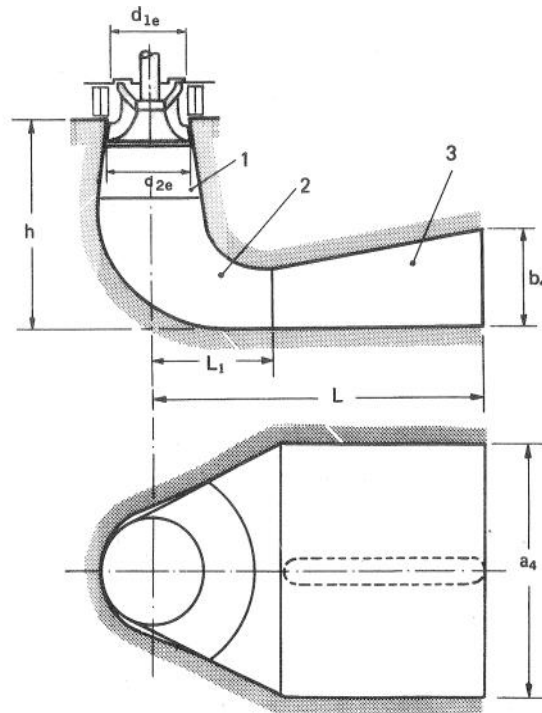
$$\frac{l}{d_2} \geq 6 \quad (2.73)$$

El ángulo de conicidad  $\theta$  del tubo de aspiración deberá ser:

$$\theta \begin{cases} < 10^\circ & \rightarrow \text{para evitar remolinos} \\ 15^\circ - 18^\circ & \rightarrow \text{para evitar longitudes exagerados} \end{cases}$$

## 2) Tubo de aspiración acodado

El tubo de aspiración acodado permite reducir a un mínimo el volumen y coste de la excavación, pero tiene peor rendimiento y su forma y dimensiones han de estar cuidadosamente estudiadas experimentalmente, con ensayos de modelos, para reducir las pérdidas. Este consta de tres partes (Figura 2.39): sección troncocónica (1), codo (2) y el difusor (3):



**Figura 2.39.** Tubo de aspiración acodado.  
Fuente: (Mataix, 1975).

Con referencia a la Figura 2.39, se incluye en la Tabla 2.3 los valores máximo, medio y mínimo de las dimensiones principales del tubo de aspiración acodado referidas a una turbina hidráulica de diámetro del rodete igual a 1 m.

Los valores máximos se deberán escoger cuando para una altura neta determinada se proyecte una turbina con un  $n_s$  máximo admisible, o sea cuando

**Tabla 2.3.** Dimensiones principales del tubo de aspiración de una TH de rodete igual a 1 m.

Tipo de TH	Altura h	Longitud L	Ancho a la salida $a_4$	Altura de la sección de salida $b_4$
TK	2.6; 2; 1.9	4.5; 4.0; 5.0	3.4; 3; 2.2	1.2; 1.1; 0.94
TF	2.8; 2.4; 2.0	4.5; 4.0; 5.0	3.4; 3; 2.4	1.2; 1.1; 1.0

Fuente: (Mataix, 1975).

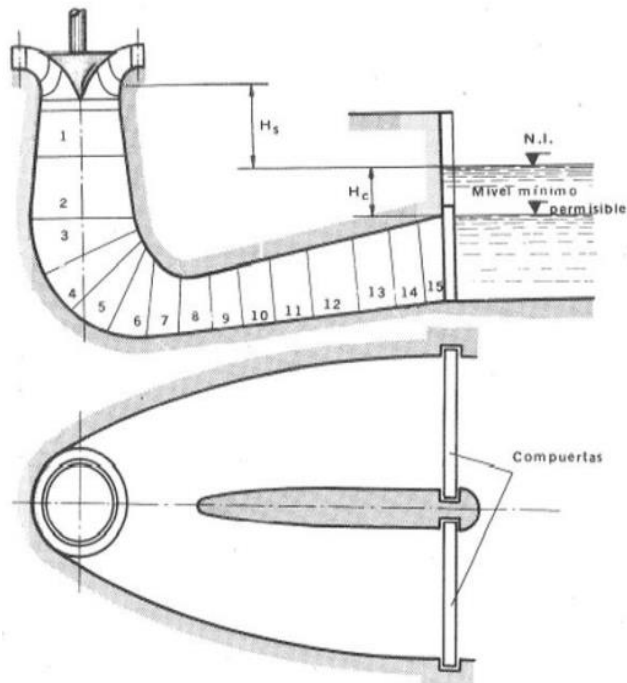
el caudal de la turbina sea relativamente elevado. El ángulo de conicidad de la sección de salida es del orden de  $14^\circ$ - $18^\circ$  pudiendo ser aún mayor, de  $22^\circ$ - $24^\circ$ .

Existe la tendencia de acortar al máximo la parte vertical del tubo de aspiración con el fin de reducir una costosa excavación. Sin embargo, el codo no puede colocarse muy cerca del rodete para no perturbar el flujo. Como orientación para controlar el ensanchamiento lento de las secciones transversales, a fin de evitar el desprendimiento, si  $l$  es la distancia entre 2 secciones consecutivas de áreas transversales  $A_1$  y  $A_2$  puede utilizarse la ecuación 2.74:

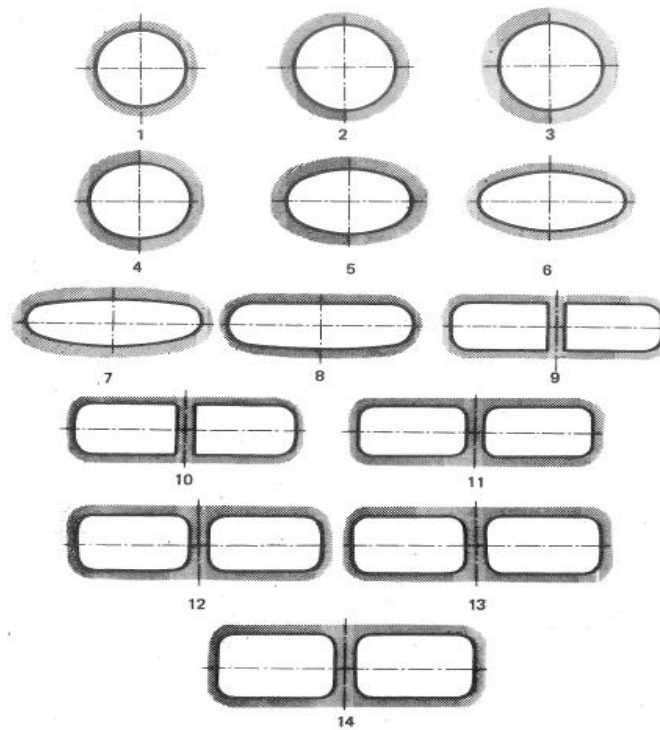
$$0.12l < \sqrt{A_2} - \sqrt{A_1} < 0.2l \quad (2.74)$$

Las Figuras 2.40 y 2.41 muestra el alzado, planta y cortes transversales de un tubo de aspiración de alto rendimiento.

Habiendo presentado tres métodos para el diseño del tubo de aspiración, en la Tabla 2.4 se presenta una comparación entre cada uno de ellos.



**Figura 2.40.** Alzado y planta para un tubo de aspiración de elevado rendimiento.  
Fuente: (Mataix, 1975).



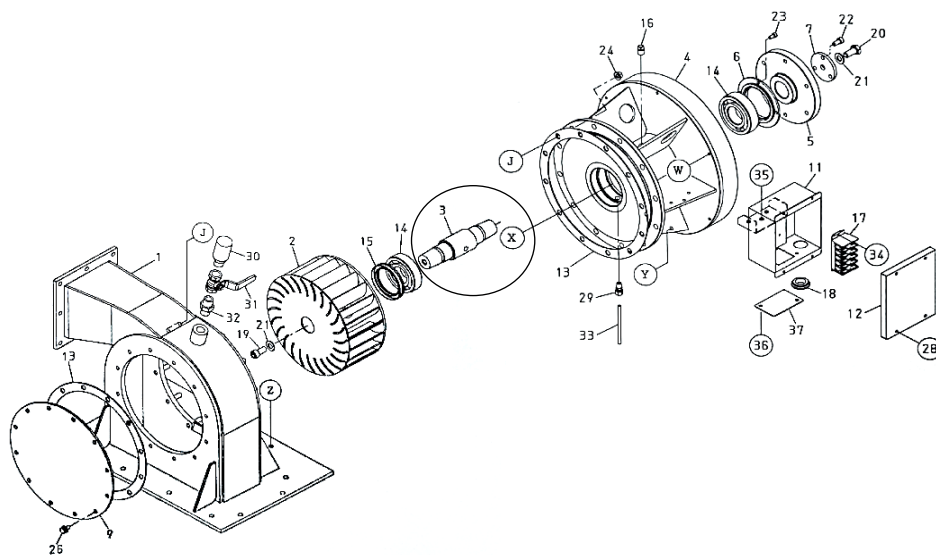
**Figura 2.41.** Cortes transversales del tubo de aspiración.  
Fuente: (Mataix, 1975).

**Tabla 2.4.** Comparación entre métodos para el diseño del tubo de aspiración.

Aspecto	De Siervo y De Leva	Fernández Diez	Claudio Mataix
Objetivo principal	Optimización del diseño geométrico para maximizar la recuperación de energía y minimizar pérdidas.	Mejora de la eficiencia mediante el control del flujo de salida y minimización de pérdidas por cavitación.	Optimización de la eficiencia hidráulica y reducción de pérdidas de energía.
Método de diseño	Basado en principios de mecánica de fluidos y experimentación empírica.	Basado en principios de la mecánica de fluidos y ecuaciones diferenciales para predecir el comportamiento del flujo.	Método estadístico basado en datos experimentales para optimizar la geometría del tubo.
Aplicable a tubos	Acodados	Acodados y troncocónicos	Acodados y troncocónicos

Fuente: Elaboración propia.

Cabe resaltar que la turbina a diseñar es una Francis de eje horizontal, esta disposición viene condicionada por la orientación del eje del generador instalado en el banco de pruebas; dicha configuración se evidencia en la Figura 2.42. Partiendo de esto y, del hecho de que se trata de una turbina de baja potencia (5 kW), se selecciona un tubo de aspiración de tipo troncocónico.



**Figura 2.42.** Orientación del eje del conjunto turbina-generador en el banco de pruebas.  
Fuente: Operation and maintenance manual, KITA Machinery

Por lo tanto, la metodología a utilizar será la propuesta por Fernández Diez para un tubo de aspiración tronco cónico. Sin embargo, por la disposición del eje de la turbina es necesario agregar una sección acodada para lograr el cambio de orientación a una disposición final vertical del tubo de aspiración. Al considerar este accesorio, en su diseño se debe tomar en cuenta solo el coeficiente de pérdidas que tendrá mediante la Tabla 2.5:

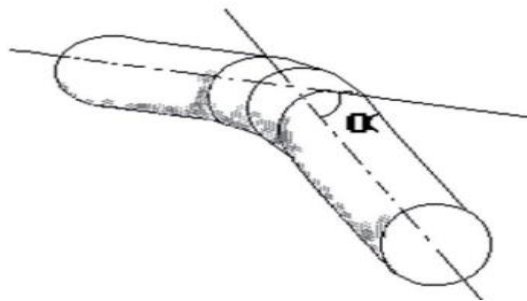
**Tabla 2.5.** Coeficiente de pérdida para codos de tubos circulares.

$\alpha(^{\circ})$	10	15	22.5	30	45	60	90
$\xi_k$	0.044	0.062	0.154	0.165	0.320	0.684	1.265

Las pérdidas en el codo se calcularán a partir de la ecuación 2.75:

$$h_k = \xi_k \frac{c_1^2}{2g} \quad (2.75)$$

La Figura 2.43 indica la ubicación del ángulo  $\alpha$  del codo según el cual se ha de seleccionar el coeficiente de pérdidas.



**Figura 2.43.** Representación del ángulo  $\alpha$  del codo.

Este valor de pérdidas se agrega ahora a la ecuación de altura de aspiración, quedando de la siguiente manera:

$$H_s \leq \frac{p_{atm} - p_2}{\gamma} - \frac{c_2^2}{2g} \eta_d - h_k \quad (2.76)$$

Aun cuando la metodología seleccionada es la propuesta por Fernández Diez; puesto que nos permite tener una referencia de cuál puede ser la altura máxima del tubo de aspiración, se realizará una comparación con los datos obtenidos de la metodología del autor Claudio Mataix con el fin de asegurar el correcto dimensionamiento del tubo.

## 2.7 Memoria de cálculo del trazado del perfil del álabe.

En esta sección desarrollaremos los cálculos de acuerdo a la metodología de diseño hidráulico del rodete Francis descrita en las secciones 2.4 y 2.5.

### 2.7.1 Estimación inicial de las dimensiones del rodete.

Una vez determinado el valor de la velocidad específica es posible determinar las dimensiones preliminares del rodete. Para ello, a partir de la Tabla 2.6 se interpola para un  $n_s=62.8$  y se procede a determinar los valores reducidos  $Q_{11}$ ,  $n_{11}$  y las demás dimensiones con respecto a al diámetro  $d$ . Como consiguiente, se calculan los valores de  $d$  utilizando las ecuaciones 2.3 y 2.4 y se calculan las dimensiones principales de la turbina de la Tabla 2.7.

**Tabla 2.6.** Interpolación para un  $n_s$  de 62.8.

$n_s$	$Q_{11}$	$n_{11}$	$d_{1i}/d$	$d_1/d$	$d_3/d$	$b_o/d$	$l_i/d$	$l_o/d$
60.00	0.123	61.00	1.000	1.040	0.600	0.055	0.360	0.270
62.8	0.223	62.40	1.000	1.051	0.674	0.097	0.323	0.223
100.00	0.230	62.50	1.000	1.052	0.680	0.100	0.320	0.220

Fuente: Elaboración propia.

Diámetro en función de la velocidad de rotación unitaria ( $n_{11}$ ):

$$D = \frac{62.40}{680} \sqrt{14.40} = 0.348 \text{ m}$$

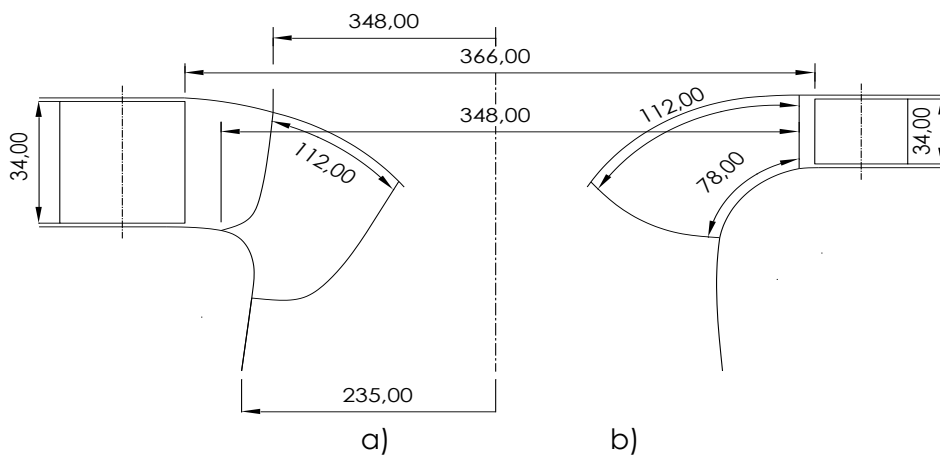
Diámetro en función del caudal unitario ( $Q_{11}$ ):

$$D = \sqrt{\frac{0.0417}{0.223} \left( \frac{1}{\sqrt[4]{14.40}} \right)} = 0.222 \text{ m}$$

**Tabla 2.7.** Dimensiones principales del rodete en función de  $n_{11}$  y  $Q_{11}$  respectivamente

Dimensión (m)	$D = 0.348 \text{ m}$	$D = 0.222 \text{ m}$
$b_o$	0.034	0.022
$d_3$	0.235	0.150
$d_{1i}$	0.348	0.222
$d_{1r}$	0.366	0.222
$l_i$	0.112	0.072
$l_e$	0.078	0.050

Fuente: Elaboración propia.



**Figura 2.44.** Dimensiones principales de un rodete Francis a) rápido y b) lento en función de  $n_{11}$ .  
Fuente: Elaboración propia.

La Figura 2.44 muestra las dimensiones principales para una TF rápida y lenta en función del valor unitario  $n_{11}$ . Dado a que en la sección 2.4.1 se estableció, en función del  $n_s$ , que la turbina a diseñar es una Francis lenta, la geometría del rodete se asemejará a la de la Figura 2.44b. Es importante tener en cuenta que las dimensiones estimadas son solo aproximadas y sirven para conocer preliminarmente el espacio que ocupará la turbina. Estas dimensiones estarán sujetas a variaciones a medida que se desarrolle el método de diseño.

## 2.7.2 Método de Bovet.

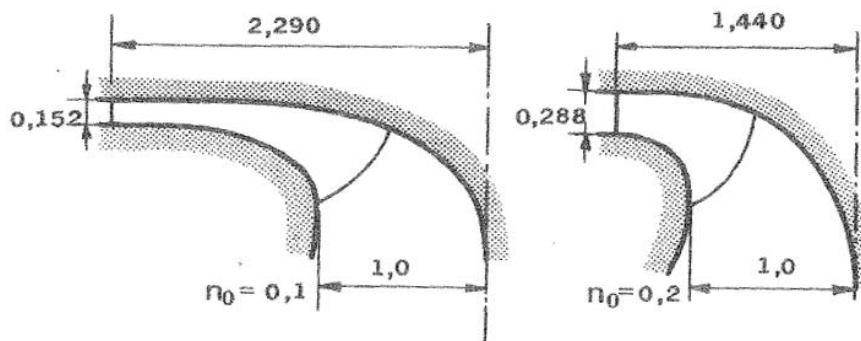
De acuerdo con el método de Bovet para el diseño de las TF, el trazado del perfil hidráulico y el cálculo de las dimensiones básicas del rodete comienza

por el cálculo del número adimensional  $n_o$  según la ecuación 2.5. Considerando que se dispone de una carga hidráulica de  $H = 14.40 \text{ m}$ , que la aceleración de la gravedad es  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ , que el flujo volumétrico es  $Q = 0.0417 \text{ m}^3/\text{s}$  y que se utilizará un generador eléctrico que funciona a 680 rpm, entonces se tiene:

$$n_o = \frac{\left(680 \cdot \frac{2\pi}{60}\right) \left(\frac{0.0417}{\pi}\right)^{1/2}}{(2 \cdot 9.81 \cdot 14.40)^{3/4}}$$

$$n_o = 0.119$$

Una vez determinado  $n_o$  se selecciona el tipo de perfil y sus proporciones haciendo uso de la Figura 2.11. El  $n_o$  calculado está comprendido entre los perfiles de 0.1 a 0.2, por lo tanto, el trazado del perfil hidráulico y las aristas de entrada y salida del álabe deben aproximarse los perfiles de la Figura 2.45.



**Figura 2.45.** Perfiles hidráulicos para interpolación para  $n_o = 0.119$ .

### 1) Trazado del perfil hidráulico paramétrico y real.

Conocido el valor de  $n_o$  procedemos a calcular los valores paramétricos para el trazado del perfil hidráulico de la turbina compuesto por las curvas  $i$  y  $e$ .

Con las ecuaciones 2.7 y 2.8 calculamos los valores de  $y_{mi}$  y  $\lambda_i$  para construir la línea interior del perfil hidráulico paramétrico:

$$y_{mi} = 0.7 + \frac{0.16}{0.119 + 0.08} = 1.504$$

$$\lambda_i = 3.2 + 3.2(2 - 0.119)0.119 = 3.917$$

Sustituyendo los parámetros anteriores en la ecuación 2.6 se obtiene la ecuación de la curva interna del perfil, la cual vendrá dada por:

$$y = 1.054(3.08) \left(1 - \frac{x}{3.917}\right) \sqrt{\frac{x}{3.917} \left(1 - \frac{x}{3.917}\right)} \quad (2.77)$$

Calculando el valor  $\lambda_e$  a partir de la ecuación 2.9 tenemos:

$$\lambda_e = 2.4 - 1.9(2 - 0.119)0.119 = 1.975$$

Una vez conocido  $\lambda_e$  se toma  $x_{2e} = 0.5$  (ecuación 2.11) y se sustituyen ambos valores en la ecuación 2.10, dando como resultado:

$$\frac{y_{2e}}{y_{me}} = 3.08 \left(1 - \frac{0.5}{1.975}\right) \sqrt{\frac{0.5}{1.975} \left(1 - \frac{0.5}{1.975}\right)} = 1.00$$

Con la ecuación 2.13 determinamos  $\rho_{oe}$  para  $n_o < 0.275$ . Este valor se utilizará posteriormente para calcular  $y_{2e}$  a partir de la ecuación 2.12 y así poder encontrar  $y_{me}$ .

$$\rho_{oe} = \rho_{1i} = \frac{0.493}{0.119^{2/3}} = 2.037$$

$$y_{2e} = \rho_{oe} - 1 = 1.037$$

$$y_{me} = 1.037$$

Sustituyendo los valores de  $\lambda_e$  y  $y_{me}$  en la ecuación 2.6 se obtiene la ecuación de la curva exterior del perfil, la cual vendrá dada por:

$$y = 1.037(3.08) \left(1 - \frac{x}{1.975}\right) \sqrt{\frac{x}{1.975} \left(1 - \frac{x}{1.975}\right)} \quad (2.78)$$

Es importante mencionar que para trazar la curva "e" los valores de x a evaluar serán todos los x comprendidos entre  $b_o \leq x \leq b_o + \lambda_e$ .

Mediante las ecuaciones 2.15, 2.16, 2.17 y 2.18 es posible determinar otros parámetros importantes del perfil hidráulico que ayudarán al trazado del mismo:

$$\rho_{2i} = 0.288 - 0.171 \log(0.119) = 0.446$$

$$\rho_{oi} = y_{mi} = 1.054$$

$$\rho_{me} = 2.037 - 1.037 = 1.00$$

$$b_o = 0.8(2 - 0.119)0.119 = 0.179$$

Recordando que los valores obtenidos anteriormente son relativos; puesto que han sido calculados en relación con la dimensión absoluta  $\rho_{2e}$ , se procede a calcular dicha dimensión mediante la ecuación 2.20 para conocer el tamaño verdadero de la turbina.

$$\rho_{2e} = \left[ \frac{30(0.0417)}{\pi^2(680)(0.27)} \right]^{\frac{1}{3}}$$

$$\rho_{2e} = 88.38 \text{ mm}$$

Ahora determinamos el valor verdadero de  $\rho_{1i}$  mediante la ecuación 2.22 para poder ubicar el punto 1i correspondiente a la arista de entrada sobre la curva interior del perfil hidráulico.

$$\rho_{1i} = \frac{30}{\pi(680)} \left[ \frac{(2)(9.81)(14.40)}{1.72} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\rho_{1i} = 180.00 \text{ mm}$$

Dado que  $n_o < 0.275$ , el punto 1e correspondiente a la arista de entrada sobre la curva exterior del perfil hidráulico coincide con el de  $\rho_{1i}$ , entonces:

$$\rho_{1e} = 180.00 \text{ mm}$$

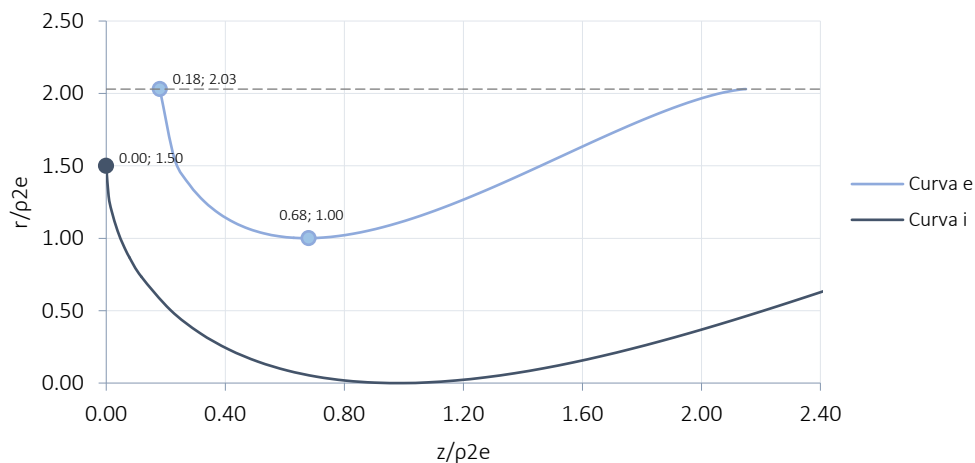
De las expresiones que definen las curvas *i* y *e* del perfil hidráulico se obtuvieron las coordenadas paramétricas respecto de  $\rho_{2e}$ , del perfil hidráulico del rodete. Ahora, multiplicando por el valor de  $\rho_{2e}=88.38$  mm se obtienen las coordenadas del perfil hidráulico real como se detalla en la Tabla 2.8.

**Tabla 2.8.** Dimensiones paramétricas y reales del perfil hidráulico para un  $n_0 = 0.119$ .

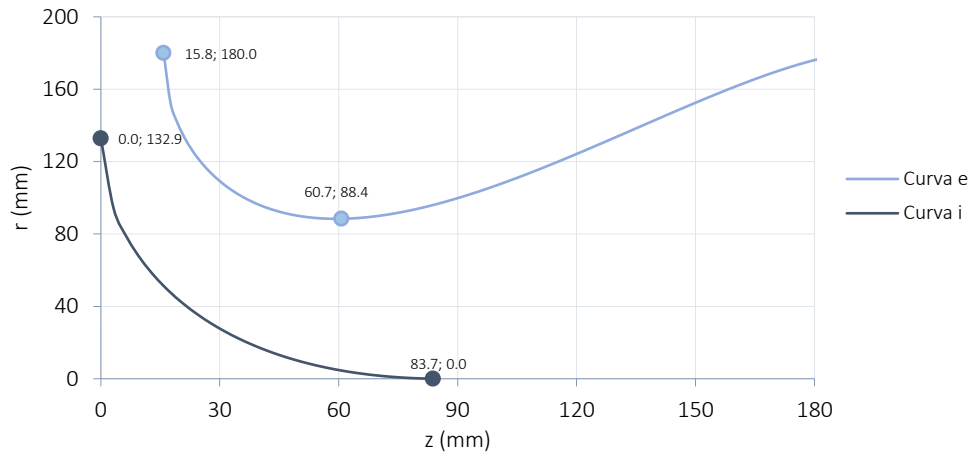
Dimensión	Valor adimensional	Valor Real (mm)
$\rho_{2e}$	1.000	88.4
$\rho_{oi}$	1.504	132.9
$\rho_{1i}$	2.037	180.0
$\rho_{1e}$	2.037	180.0
$\rho_{2i}$	0.446	39.4
$x_{2e}$	0.500	44.2
$y_{2e}$	1.000	88.4
$\lambda_i$	3.917	346.2
$\lambda_e$	1.975	174.5
$b_o$	0.179	15.83
$y_{me}$	1.037	91.7
$\rho_{me}$	1.000	88.4

Fuente: Elaboración propia.

Las Figuras 2.46 y 2.47 muestran el perfil hidráulico paramétrico y real obtenidos del método de Bovet.



**Figura 2.46.** Trazado del perfil hidráulico paramétrico.  
Fuente: Elaboración propia.



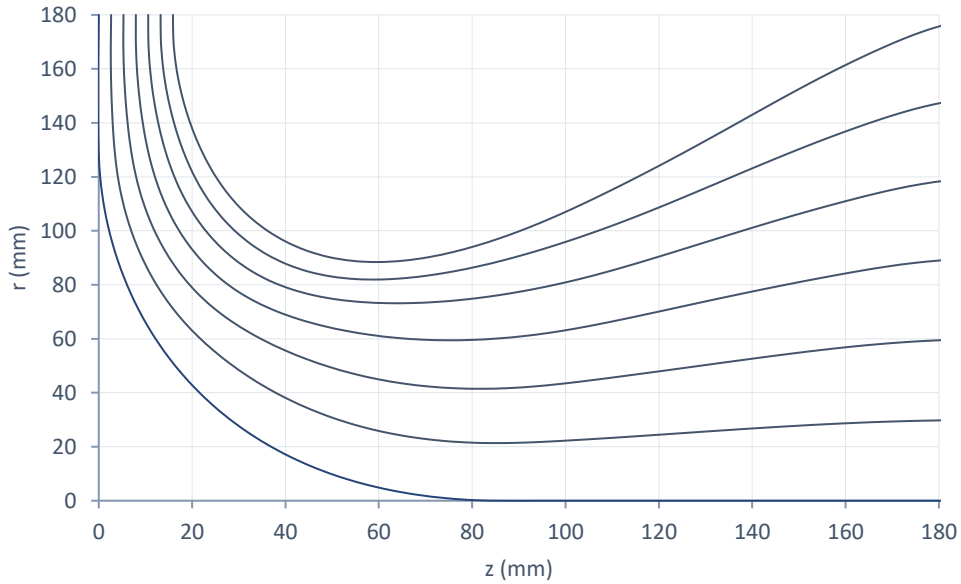
**Figura 2.47.** Trazado del perfil hidráulico real.  
Fuente: Elaboración propia.

## 2) Trazado de la red de corriente.

Una vez determinado el perfil hidráulico, para realizar el trazado de líneas de corriente según el método de Bovet, es necesario plantear los siguientes parámetros de análisis:

- Turbinas parciales: se selecciona un número par de 6 turbinas parciales según el Método de Bovet.
- Líneas de corriente que determinan el trazado meridional: 7.
- Líneas equipotenciales para la transferencia energética: 6.
- Ángulo ocupado por el álabe,  $\varphi$ : se asume de  $30^\circ$ .

Para la obtención de las líneas de corriente del perfil hidráulico se utilizó el módulo CFX-BladeGen de Ansys, el cual tiene integrado un algoritmo que facilita la construcción de dichas líneas (Apéndice C). En la Figura 2.48 se presenta el trazado de las líneas de corriente obtenido a través de dicho software.



**Figura 2.48.** Trazado de líneas de corriente.  
Fuente: Elaboración propia.

El trazado de las líneas equipotenciales es iterativo según el método de aproximaciones sucesivas, ya que se deben realizar pequeñas correcciones hasta lograr que el valor  $R\Delta b/\Delta l = cte$  sea lo más próximo a la medida que todas las constantes calculadas de dicha línea de corriente. Los valores de R,  $\Delta b$  y  $\Delta l$  se miden como se muestra en la Figura 2.16.

Tras una serie de iteraciones se obtuvo el trazado de la red de corriente de la Figura 2.49. En la Tabla 2.9 se detallan los valores de la constante  $R\Delta b/\Delta l$  obtenidos y el error de cada una de estas con respecto al valor medido calculado. Se estableció que la iteración culmina cuando obtenemos errores de aproximadamente 15%.

**Tabla 2.9.** Datos obtenidos mediante el método de aproximaciones sucesivas

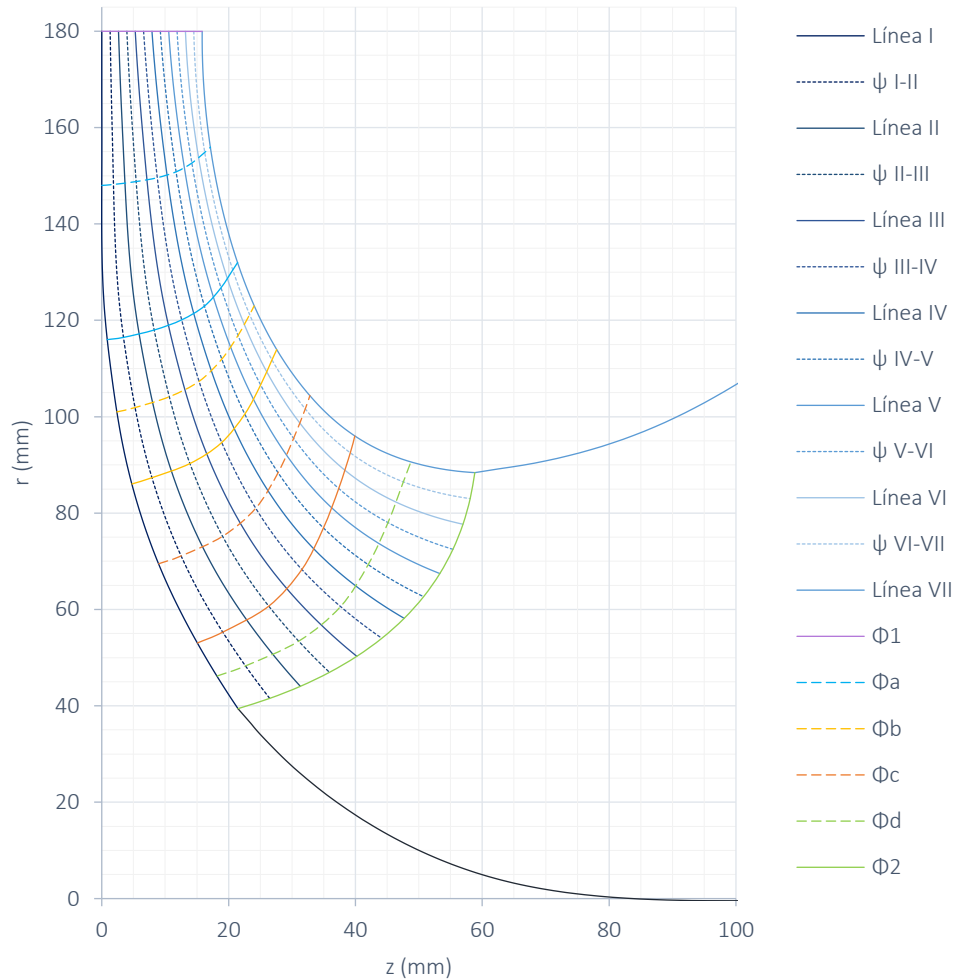
LE	TP	$\Delta b$ (mm)	$\Delta l$ (mm)	R (mm)	Cte	V medio	Corrección	Error %
$\Phi 1$	I-II	2.64	-	180	-	-	-	-
	II-III	2.64	-	180	-	-	-	-
	III-IV	2.64	-	180	-	-	-	-
	IV-V	2.64	-	180	-	-	-	-

	V-VI	2.64	-	180	-	-	-	-
	VI-VII	2.64	-	180	-	-	-	-
$\Phi_a$	I-II	3.65	64.87	148.20	8.339	7.523	0.816	10.84%
	II-III	3.48	63.42	148.75	8.162		0.639	8.50%
	III-IV	3.25	61.40	149.65	7.921		0.398	5.29%
	IV-V	2.87	58.63	150.70	7.377		-0.146	-1.94%
	V-VI	2.50	54.75	152.60	6.968		-0.555	-7.38%
	VI-VII	2.10	51.04	154.85	6.371		-1.152	-15.31%
$\Phi_b$	I-II	5.84	30.11	102.20	19.821	18.922	0.899	4.75%
	II-III	5.50	28.80	104.15	19.889		0.966	5.11%
	III-IV	4.94	26.98	107.35	19.658		0.736	3.89%
	IV-V	4.25	24.11	111.80	19.706		0.784	4.14%
	V-VI	3.40	21.95	116.90	18.109		-0.813	-4.30%
	VI-VII	2.70	20.02	121.20	16.350		-2.573	-13.60%
$\Phi_c$	I-II	7.70	33.75	71.20	16.25	18.165	-1.919	-10.57%
	II-III	7.40	32.58	75.10	17.06		-1.105	-6.08%
	III-IV	6.85	31.34	80.90	17.68		-0.482	-2.65%
	IV-V	6.00	27.13	88.40	19.55		1.386	7.63%
	V-VI	5.07	25.10	95.50	19.29		1.129	6.22%
	VI-VII	4.30	22.84	101.75	19.16		0.992	5.46%
$\Phi_d$	I-II	10.00	15.51	48.30	31.14	31.492	-0.349	-1.11%
	II-III	9.86	16.76	53.30	31.36		-0.131	-0.41%
	III-IV	9.60	19.07	60.70	30.56		-0.935	-2.97%
	IV-V	9.10	21.24	69.35	29.71		-1.780	-5.65%
	V-VI	8.70	21.96	78.00	30.90		-0.594	-1.89%
	VI-VII	8.60	21.12	86.65	35.28		3.789	12.03%
$\Phi_6$	I-II	10.80	-	41.60	-	-	-	-
	II-III	10.95	-	47.00	-	-	-	-
	III-IV	11.00	-	54.00	-	-	-	-
	IV-V	11.00	-	62.75	-	-	-	-
	V-VI	11.00	-	72.50	-	-	-	-
	VI-VII	11.00	-	83.00	-	-	-	-

Fuente: Elaboración propia.

Ahora que hemos establecido el perfil hidráulico, las líneas meridianas y equipotenciales con sus secciones de flujo bien definidas, pasamos a determinar las velocidades y los coeficientes de velocidad, así como los ángulos de las líneas

equipotenciales 1, a, b, c, d y 2 partiendo de la salida de la arista de salida en donde  $k_{cu2} = 0$ .



**Figura 2.49.** Trazado de la red de corriente.  
Fuente: Elaboración propia.

Fue necesario dividir el ángulo ocupado por el álabe en 5 partes iguales al igual que el término de  $\eta_h/2$ . Para el cálculo de  $k_{cu}$  se tomó un rendimiento hidráulico de 0.89 según la Figura 2.20. Los resultados de los cálculos se detallan en la Tabla 2.10.

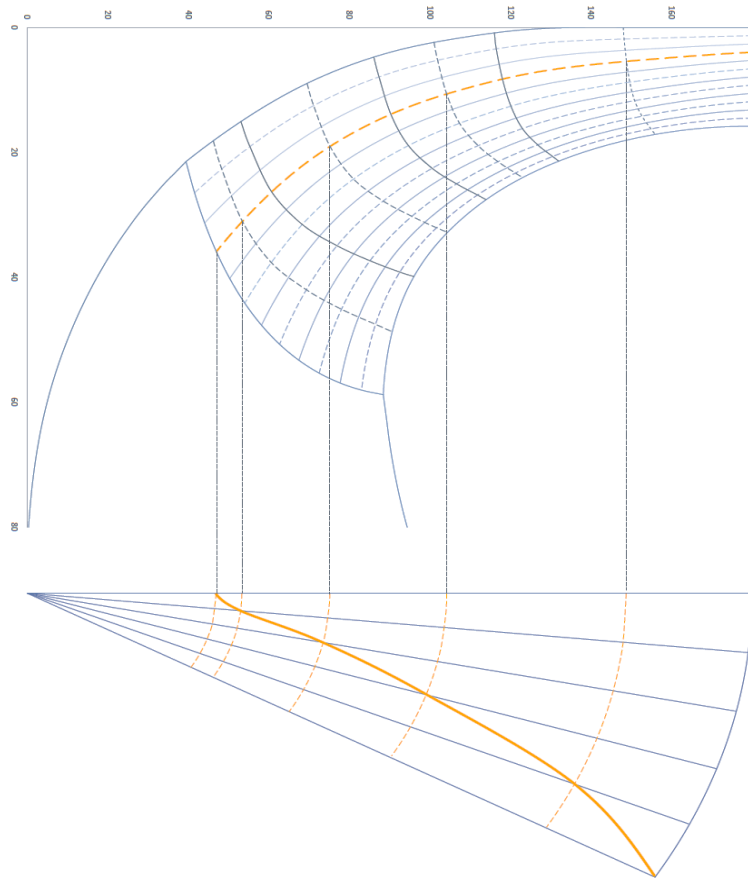
**Tabla 2.10.** Velocidades y ángulos  $\beta$  calculadas a partir de la condición de cesión gradual de energía.

TP	LE	$\Delta b$ real (m)	$R_x$ real (m)	$C_m$ (m/s)	$K_{cm}$	$U$ (m/s)	$K_u$	$K_{cu}$	$\beta$ (°)	$\rho$ (m)	$m$ (m)
I-II	$\Phi 1$	0.003	0.180	2.328	0.138	12.818	0.763	0.557	37.185	0.000	0.000
	$\Phi a$	0.004	0.148	2.045	0.122	10.553	0.628	0.542	55.234	0.093	0.134
	$\Phi b$	0.006	0.102	1.857	0.110	7.263	0.432	0.590	-30.555	0.064	- 0.038
	$\Phi c$	0.008	0.071	2.018	0.120	5.070	0.302	0.564	-22.554	0.045	- 0.019
	$\Phi d$	0.010	0.048	2.290	0.136	3.439	0.205	0.415	-30.424	0.030	- 0.018
	$\Phi 2$	0.011	0.042	2.462	0.146	2.962	0.000	0.000	39.022	0.026	0.021
II-III	$\Phi 1$	0.003	0.180	2.328	0.138	12.818	0.763	0.557	37.185	0.000	0.000
	$\Phi a$	0.003	0.149	2.137	0.127	10.592	0.630	0.540	55.013	0.093	0.134
	$\Phi b$	0.006	0.104	1.931	0.115	7.416	0.441	0.578	-34.662	0.065	- 0.045
	$\Phi c$	0.007	0.075	1.990	0.118	5.348	0.318	0.534	-26.058	0.047	- 0.023
	$\Phi d$	0.010	0.053	2.105	0.125	3.795	0.226	0.376	-36.180	0.033	- 0.024
	$\Phi 2$	0.011	0.047	2.151	0.128	3.344	0.199	0.000	32.494	0.030	0.019
III-IV	$\Phi 1$	0.003	0.180	2.328	0.138	12.818	0.763	0.557	37.185	0.000	0.000
	$\Phi a$	0.003	0.150	2.274	0.135	10.656	0.634	0.536	54.622	0.094	0.132
	$\Phi b$	0.005	0.107	2.086	0.124	7.644	0.455	0.561	-42.072	0.067	- 0.061
	$\Phi c$	0.007	0.081	1.996	0.119	5.761	0.343	0.496	-33.605	0.051	- 0.034
	$\Phi d$	0.010	0.061	1.898	0.113	4.322	0.257	0.331	-48.915	0.038	- 0.044
	$\Phi 2$	0.011	0.054	1.862	0.111	3.845	0.229	0.000	25.763	0.034	0.016
IV-V	$\Phi 1$	0.003	0.180	2.328	0.138	12.818	0.763	0.557	37.185	0.000	0.000
	$\Phi a$	0.003	0.151	2.557	0.152	10.731	0.638	0.533	54.700	0.095	0.134
	$\Phi b$	0.004	0.112	2.328	0.138	7.961	0.474	0.538	-52.237	0.070	- 0.091
	$\Phi c$	0.006	0.088	2.085	0.124	6.295	0.375	0.454	-48.293	0.056	- 0.062
	$\Phi d$	0.009	0.069	1.753	0.104	4.938	0.294	0.289	-57.296	0.044	- 0.068
	$\Phi 2$	0.011	0.063	1.603	0.095	4.468	0.266	0.000	19.710	0.039	0.014
V-VI	$\Phi 1$	0.003	0.180	2.328	0.138	12.818	0.763	0.557	37.185	0.000	0.000
	$\Phi a$	0.003	0.153	2.899	0.172	10.867	0.646	0.526	54.249	0.096	0.133
	$\Phi b$	0.003	0.117	2.783	0.166	8.324	0.495	0.515	-57.235	0.073	- 0.114
	$\Phi c$	0.005	0.096	2.285	0.136	6.801	0.405	0.420	-57.243	0.060	- 0.093
	$\Phi d$	0.009	0.078	1.630	0.097	5.554	0.330	0.257	52.692	0.049	0.064
	$\Phi 2$	0.011	0.073	1.387	0.083	5.163	0.307	0.000	15.033	0.046	0.012

VI- VII	$\Phi 1$	0.003	0.180	2.328	0.138	12.818	0.763	0.557	37.185	0.000	0.000
	$\Phi a$	0.002	0.155	3.402	0.202	11.027	0.656	0.518	54.159	0.097	0.135
	$\Phi b$	0.003	0.121	3.380	0.201	8.631	0.513	0.497	-57.296	0.076	-0.119
	$\Phi c$	0.004	0.102	2.528	0.150	7.246	0.431	0.394	57.296	0.064	0.100
	$\Phi d$	0.009	0.087	1.484	0.088	6.170	0.367	0.232	34.934	0.054	0.038
	$\Phi 2$	0.011	0.083	1.212	0.072	5.910	0.352	0.000	11.583	0.052	0.011

Fuente: Elaboración propia

La Figura 2.50 muestra la sección transversal del álabe; el cual ocupa un ángulo  $30^\circ$ , así como la proyección ortogonal de la línea de corriente II-III.

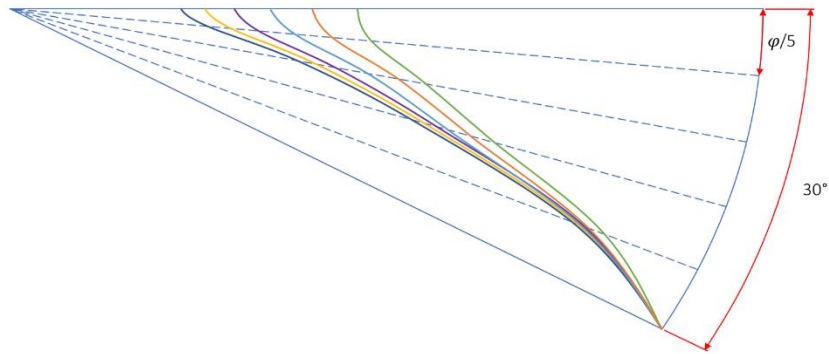


**Figura 2.50.** Vista de la sección transversal del álabe en la línea de corriente II-III.

Fuente: Elaboración propia.

Análogamente, en la Figura 2.51, se realiza el trazado de las demás secciones ortogonales para cada plano o sección axial de cada línea de corriente

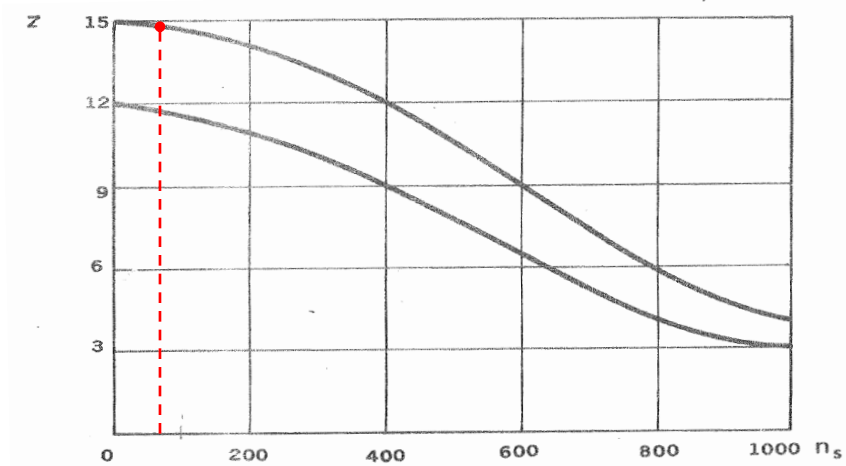
correspondiente de acuerdo con una elevación ascendente. Tomando como referencia el ancho del rodete  $b$ , nos dará una aproximación de la proyección ortogonal. En dicha figura se establecen seis líneas proyectadas.



**Figura 2.51.** Trazo de las líneas de corriente relativas proyectadas ortogonalmente.  
Fuente: Elaboración propia.

### 2.7.3 Determinación del número de álabes.

Mediante las curvas de la Figura 2.17 se estima que el número óptimo de álabes del rodete para un  $n_s$  de 62.8 debe estar comprendido entre 12 a 15 álabes (Figura 2.52). Se selecciona un número de 12 álabes ya que un mayor número de álabes representarían mayores pérdidas por fricción.



**Figura 2.52.** Selección del número de álabes del rodete.

#### 2.7.4 Análisis cinemático del rodete.

Hasta el momento se ha realizado el análisis cinemático del álabe del rodete a través del desarrollo de fluido sobre él, ahora, se analiza la cinemática del cubo y la corona del rodete para conocer su comportamiento global sin la necesidad de conocer el flujo interno desarrollado en el rodete. Para este estudio nos auxiliamos de parámetros generales que rigen el funcionamiento del rodete como las condiciones de entrada y salida y parámetros geométricos del mismo.

##### 1) Análisis a la entrada del rodete.

La velocidad de arrastre o periférica está definida por la ecuación 2.79:

$$u_1 = nr_{1e} \quad (2.79)$$

Donde  $n$  es la velocidad de giro en  $rad/s$  y  $r_{1e}$  es igual a 0.18 m según el trazado hidráulico.

La componente meridional se obtiene de la ecuación 2.80:

$$c_{m1} = \frac{Q\eta_v}{\pi d_{1e} b} \quad (2.80)$$

En donde  $\eta_v$  es el rendimiento volumétrico el cual se toma de 0.98.

La velocidad absoluta viene dada por la ecuación 2.81:

$$c_1 = \frac{c_{m1}}{\sin(\alpha_1)} \quad (2.81)$$

Del trazado hidráulico se obtuvo un ángulo de  $\alpha_1 = 13.35^\circ$  en la arista de entrada del álabe, estableciendo el mismo ángulo (el cual sería el mismo ángulo a la salida del distribuidor).

La componente periférica de la velocidad absoluta se obtiene mediante la ecuación 2.82:

$$c_{u1} = c_1 \cos(\alpha_1) \quad (2.82)$$

La componente absoluta se determina con a partir de la ecuación 2.83:

$$w_1 = \sqrt{c_{m1}^2 + w_{u1}^2} \quad (2.83)$$

En donde la componente periférica de la velocidad relativa  $w_{1u}$  viene dada por:

$$w_{1u} = u_1 - c_{u1} \quad (2.84)$$

El ángulo  $\beta_1$  del triángulo de velocidades se calcula por medio de la ecuación 2.85:

$$\beta_1 = \arctan\left(\frac{c_{m1}}{w_{u1}}\right) \quad (2.85)$$

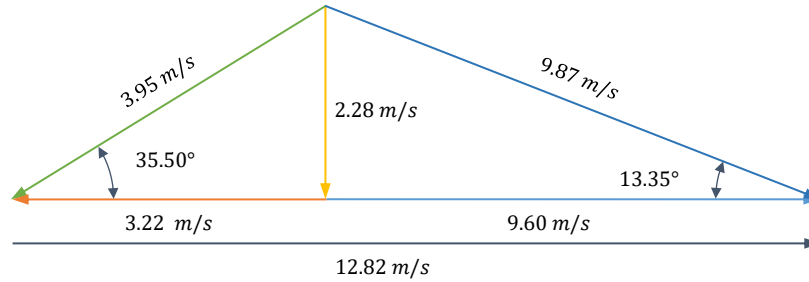
Sustituyendo datos en las ecuaciones anteriores obtenemos los resultados de la Tabla 2.11.

**Tabla 2.11.** Valores característicos del triángulo de velocidades a la entrada del Rodete

<b>Valores característicos a la entrada del rodete.</b>	
$u_1$	12.82 m/s
$c_{m1}$	2.28 m/s
$\alpha_1$	13.35°
$c_1$	9.87 m/s
$c_{u1}$	9.60 m/s
$w_{u1}$	3.22 m/s
$w_1$	3.95 m/s
$\beta_1$	35.50°

Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 2.53 se representan gráficamente los valores característicos del triángulo de velocidades a la entrada del rodete de la Tabla 2.12.



**Figura 2.53.** Triángulo de velocidad a la entrada del rodete.  
Fuente: Elaboración propia

## 2) Análisis a la salida del rodete.

La velocidad de arrastre o periférica a la salida:

$$u_2 = nr_{2e} \quad (2.86)$$

Velocidad meridional a la salida:

$$c_{m2} = \frac{Q\eta_v}{\pi d_{2e} b} \quad (2.87)$$

Según la ecuación de Euler (1.16) la componente periférica de la velocidad absoluta es:

$$c_{u2} = \frac{u_1 c_{u1} - gH_u}{u_2} \quad (2.88)$$

El resto de los parámetros vienen dados por las siguientes ecuaciones de la 2.89 a la 2.93:

$$w_{u2} = u_2 - c_{u2} \quad (2.89)$$

$$w_2 = \sqrt{c_{m2}^2 + w_{u2}^2} \quad (2.90)$$

$$\alpha_2 = \tan^{-1} \left( \frac{c_{m2}}{c_{u2}} \right) \quad (2.91)$$

$$c_2 = \frac{c_{m2}}{\sin(\alpha_2)} \quad (2.92)$$

$$\beta_2 = \tan^{-1} \left( \frac{c_{m2}}{w_{u2}} \right) \quad (2.93)$$

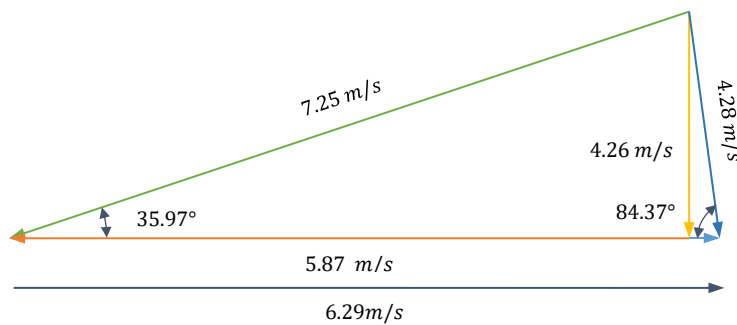
Sustituyendo datos en las ecuaciones anteriores obtenemos los resultados de la Tabla 2.12.

**Tabla 2.12.** Valores característicos del triángulo de velocidades a la salida del Rodete

Valores característicos a la salida del rodete	
$u_2$	6.29 m/s
$c_{m2}$	4.26 m/s
$\alpha_2$	84.37°
$c_2$	4.28 m/s
$c_{u2}$	0.42 m/s
$w_{u2}$	5.87 m/s
$w_2$	7.25 m/s
$\beta_2$	35.97°

Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 2.54 se representan gráficamente los valores característicos del triángulo de velocidades a la salida del rodete de la Tabla 2.12.



**Figura 2.54.** Triángulo de velocidad a la salida del rodete.  
Fuente: Elaboración propia.

## 2.8 Memoria de cálculo del diseño del tubo de aspiración.

Luego de seleccionar la metodología de Fernández Díez como la más conveniente para el diseño y dimensionamiento del tubo de aspiración, se procede a crear la memoria de cálculo que respalde cada una de las características de diseño de dicho elemento.

### 2.8.1 Metodología de Fernández Díez.

Se inician los cálculos con la Ecuación 2.71 para encontrar la altura de aspiración utilizando las curvas de Rogers y Moody (Figura 2.36 y Figura 2.37) de donde se obtienen los parámetros de altura dinámica y altura de presión. Además, se hace uso de la Tabla 2.13 para encontrar la presión atmosférica según la altitud del lugar donde está ubicado el banco de pruebas.

Una vez obtenidos los datos necesarios, se ingresan a la Ecuación 2.71 para obtener la altura máxima a la cual puede ser instalado el rodete con respecto del espejo del agua del reservorio y así encontrar la altura del tubo de aspiración más conveniente. Posteriormente, se encuentra el diámetro de salida del tubo y finalmente se analiza la altura del tubo tomando en cuenta el coeficiente de Thoma para asegurar que no existe cavitación en el tubo.

**Tabla 2.13.** Correspondencia entre las alturas al nivel del mar, la presión media y la altura equivalente en m.c.a

Altitud sobre el nivel del mar (metros)	Presión atmosférica		Pérdidas de carga (metros)
	mm de Hg	metros c.a.	
0	760	10,33	0,00
100	751	10,21	0,12
200	742	10,08	0,25
300	733	9,96	0,37
400	724	9,83	0,50
500	716	9,71	0,62
600	707	9,58	0,75
700	699	9,46	0,87
800	690	9,34	0,99
900	682	9,22	1,11
1000	674	9,11	1,22

Fuente: (Fernández Díez, 2009).

1) Altura de aspiración y longitud del tubo de aspiración

Partiendo de la Ecuación 2.71, debemos obtener las siguientes variables:

- a) Presión atmosférica: puesto que el banco de pruebas está instalado en San Salvador, con una altitud promedio de 658 msnm, utilizamos la Tabla 2.17 para encontrar el valor de la presión atmosférica en mmHg. Mediante interpolación, obtenemos que para una altitud de 658 msnm se tiene una presión atmosférica de 702.36 mmHg. Al convertirlo a kPa tenemos:

$$702.36 \text{ mmHg} \left( \frac{133.3224 \text{ Pa}}{1 \text{ mmHg}} \right) = 93.64 \text{ kPa}$$

- b) Altura de presión,  $p_2/\gamma$ : utilizando las curvas de Rogers y Moody (Figura 2.36) y la ecuación 2.68 podemos encontrar la variable  $p_2/\gamma$  interceptando la curva para una TF con una velocidad específica  $n_s = 62.8$ , obteniendo:

$$\frac{p_2}{\gamma} = (0.009)(14.4) = 0.13 \text{ mca}$$

- c) Altura dinámica,  $c_2^2/2g$ : utilizando la Figura 2.37 y la Ecuación 2.69, podemos encontrar el valor de la altura dinámica para una TF con una velocidad específica de  $n_s = 62.8$ .

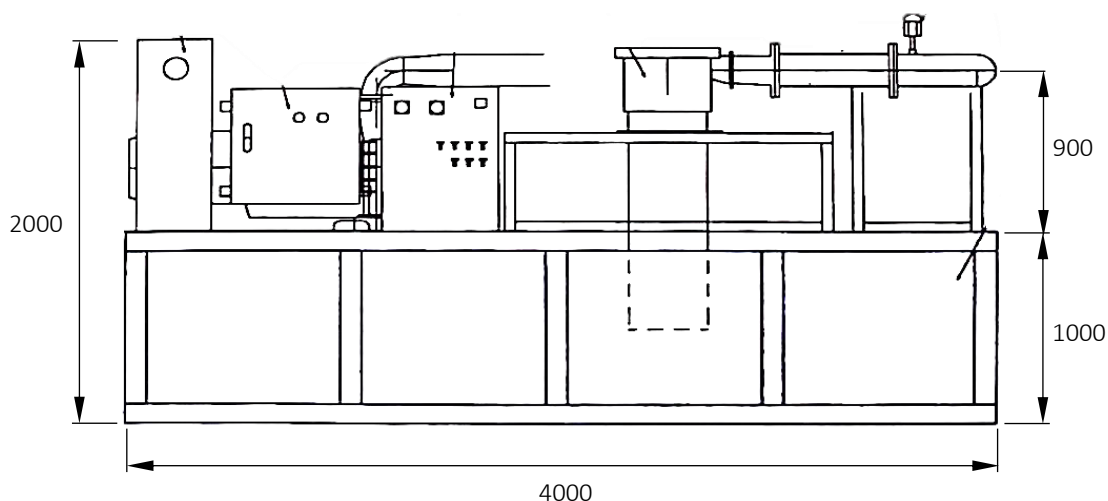
$$\frac{c_2^2}{2g} = (0.02)(14.4) = 0.29 \text{ mca}$$

- d) Eficiencia del tubo,  $\eta_d$ : según Fernández Díez, los tubos de aspiración con sección acodada en ángulo recto y sección circular pueden tener una eficiencia entre 41% y 50%, por lo que para los cálculos pertinentes se seleccionará la máxima eficiencia del 50%.

Una vez obtenido estos datos, se operan en la Ecuación 2.71 (Apéndice D), obteniendo una altura de aspiración:

$$H_{s,máx} = 8.93 \text{ m}$$

Si bien es cierto la altura de aspiración está referida en mayor parte a la elevación del rodete con respecto al espejo de agua del reservorio, también nos ayuda a asegurar que la longitud que se seleccione para el tubo de aspiración no produzca cavitación. Por lo tanto, una vez conocido el límite máximo de altura de aspiración, para la longitud del tubo es necesario tener en cuenta las dimensiones del banco de pruebas que se detallan en la Figura 2.55.

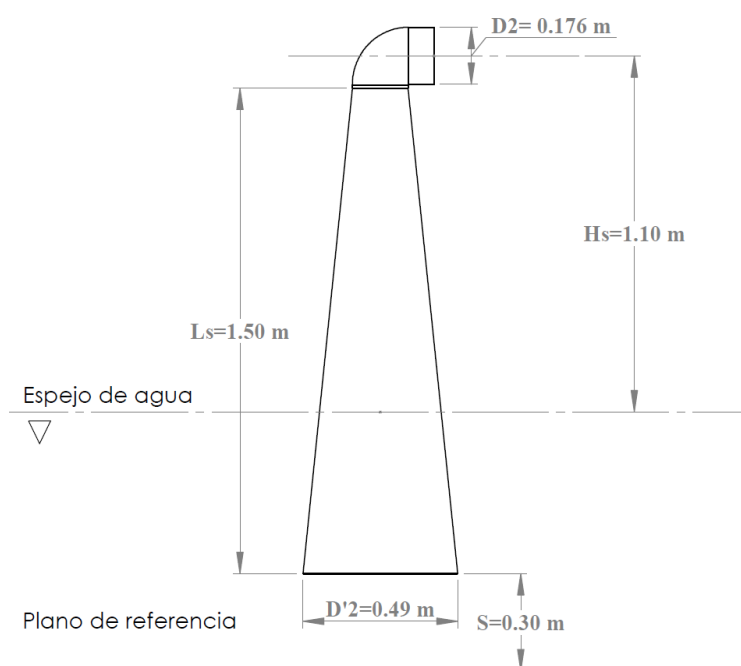


**Figura 2.55.** Dimensiones principales del banco de pruebas.  
Fuente: Operation and maintenance manual, KITA Machinery.

Según los datos obtenidos del manual del banco de pruebas, la altura del reservorio es de 1 m. La estructura que soporta el generador, y por lo tanto el rodete, tiene una elevación de 0.8 m, con una altura disponible total  $z_2=1.90$  m, por lo que la altura del tubo de aspiración no debe exceder esta dimensión. En cuanto a la altura de suspensión, debido a la restricción de la altura disponible se establece una altura de suspensión de  $H_s=1.10$  m, para asegurar que el tubo de

aspiración quede lo suficientemente sumergido en el nivel de agua que contiene el reservorio. Este dato nos ayuda a realizar los cálculos de cavitación posteriores.

La longitud del tubo de aspiración se establece de  $L_s=1.50$  m, por lo cual tendremos suficiente longitud del tubo de aspiración sumergido y una distancia desde la salida del tubo de aspiración hasta el fondo del reservorio suficiente para que no exista interferencia de la corriente de agua que sale (Figura 2.56).



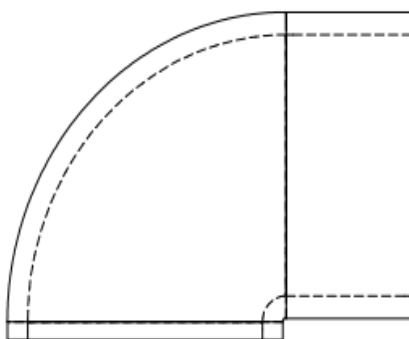
**Figura 2.56.** Esquema de instalación de tubo de aspiración y dimensiones principales.  
Fuente: Elaboración propia.

## 2) Diámetro de entrada

Se ha mencionado que el diámetro de entrada del tubo de aspiración debe ser el mismo que el diámetro de salida del rodete, en la sección 2.6.5; correspondiente al trazado del perfil hidráulico, se obtuvo un diámetro de salida del rodete de 17.68 cm. Por lo tanto, se tiene para el diámetro de entrada del tubo de aspiración:

$$d_2 = 17.68 \text{ cm}$$

La sección troncocónica del tubo de aspiración no está conectada directamente a la salida del rodete, por la disposición horizontal que tiene, por lo que se añade una sección acodada de diámetro fijo como la de la Figura 2.57, que deberá ser del mismo diámetro de salida del rodete. Se observa que es un codo corto para evitar que el inicio de la sección troncocónica del tubo de aspiración quede por debajo de la línea media del rodete.



**Figura 2.57.** Sección acodada del tubo de aspiración  
Fuente: Elaboración propia.

### 3) Diámetro de salida

Calculamos la constante  $k$  con la ecuación de Präsil a partir de la altura disponible y el diámetro a la entrada del tubo de aspiración.

$$k = (1.5)(0.0884)^2 = 0.012$$

Ahora calculamos el diámetro a la salida del tubo de aspiración, sabiendo que  $z_2' = 0.20$  m.

$$d_2' = 2 \sqrt{\frac{0.012}{0.2}} = 0.49 \text{ m}$$

Sustituyendo en la ecuación 2.63 tenemos:

$$v_2' = \frac{4(0.0417)}{\pi(0.49^2)} = 0.22 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Habiendo finalizado con el desarrollo de la metodología propuesta por Fernández Diez para el dimensionamiento del tubo de aspiración, se desarrolla ahora la metodología propuesta por Claudio Mataix para hacer una evaluación y comparación entre ambas.

### **2.8.2 Metodología propuesta por Claudio Mataix**

Luego de aplicar la metodología propuesta por Fernández Diez, se desarrolla la metodología propuesta por Claudio Mataix tomando en cuenta los datos que se han analizado anteriormente tales como la altura de aspiración  $H_{s,máx}$ , la altura disponible del banco por las dimensiones del banco  $Z_2=1.50$  m.

En la metodología anterior se estableció una longitud del tubo de aspiración  $l=1.50$  m, dimensión que corresponde a la longitud  $l$  que menciona la metodología de Mataix, según se puede ver en la Figura 2.34. El autor propone la relación geométrica que debe existir entre esta longitud y el diámetro de entrada del tubo de aspiración ( $d_2=17.68$  cm), lo cual nos permite evaluar la dimensiones que se han obtenido con el método de Fernández Diez. Sustituyendo  $l$  y  $d_2$  en la ecuación 2.64 tenemos:

$$\frac{1.50}{0.1768} = 8.5$$

Por lo cual se cumple la condición que establece dicha ecuación dado que:

$$8.5 \geq 6$$

a) Diámetro de salida del tubo

Para el diámetro de salida del tubo se debe realizar un análisis geométrico partiendo de la selección de un ángulo de conicidad adecuado según los límites que propone Mataix, el cual para nuestro caso será  $\theta=10^\circ$ , ya que buscamos que

las líneas de corriente se mantengan uniformes y no se generen remolinos, por lo tanto, tomando de referencia la Figura 2.34 y por trigonometría obtenemos:

$$d_3 = 2 \left( 1.50 \tan \frac{10^\circ}{2} \right) + 0.1768 = 0.44 \text{ m}$$

b) Solera

Para la distancia entre la salida del tubo de aspiración y el fondo del reservorio del banco de prueba, Mataix propone la ecuación que se muestra en la Figura 2.38, entonces:

$$b = 0.3(0.1768) = 0.053 \text{ m}$$

En la Tabla 2.14 se hace una comparativa de las dimensiones del tubo de aspiración que se obtuvieron al desarrollar ambas metodologías.

**Tabla 2.14.** Cuadro resumen de las dimensiones obtenidas para el tubo de aspiración

<b>Dimensiones/ Metodología</b>	<b>Fernández Diez</b>	<b>Claudio Mataix</b>
Longitud de aspiración (m)	1.50	1.50
Diámetro de entrada (cm)	17.68	17.68
Diámetro de salida (cm)	49.00	44.00
Ángulo de conicidad (°)	6.00	5.00
Solera (cm)	30.00	5.30

Fuente: Elaboración propia.

En ambas metodologías se cumplen las condiciones propuestas por los autores tales como: la altura de aspiración; necesaria para evitar la cavitación, y el ángulo de conicidad.

Se observa que las dimensiones que difieren son el diámetro de salida del tubo y la solera. Esto se debe a que ambas metodologías emplean análisis diferentes para su cálculo, la metodología propuesta por Fernández Diez, parte

de la ecuación de Präsil para la determinación del diámetro de salida, la cual surge de un análisis diferencial de las líneas de corriente, por otra parte, la metodología propuesta por Claudio Mataix considera únicamente aspectos geométricos. Con una solera de 20 cm, se utiliza la altura disponible del banco, sin embargo, con una solera de 5.30 cm, sería necesario aumentar la longitud del tubo para mantener dicha altura. Por otro lado, el diámetro de salida de 0.49 m asegura que la velocidad en la salida del tubo sea aún más baja, acercándose a cero. Por las razones mencionadas, se optará por las dimensiones propuestas por Fernández Diez para lograr una mejor recuperación de energía al final del tubo.

### **2.8.3 Coeficiente de cavitación**

El coeficiente de cavitación nos ayudará a asegurarnos que la altura de aspiración está dentro del rango en el cual no existirá cavitación a lo largo del tubo de aspiración y que por lo tanto afecte la vida útil del rodete. Para esto, debemos analizar también las condiciones en donde se hace la instalación de la turbina por la influencia que tiene la temperatura ambiente y presión atmosférica del lugar.

Para el análisis de cavitación, utilizaremos las ecuaciones 2.53 y 2.54 de la sección 2.6.3, buscando cumplir con la condición de la ecuación 2.52 la cual establece que  $\sigma_{inst}$  debe ser mayor a  $\sigma_{crítico}$ .

La presión de saturación es obtenida de tablas para agua a una temperatura de 20°C, a la cual le corresponde una presión de saturación  $p_s=2.34\text{kPa}$  (Cengel, 2019).

Entonces, sustituyendo los valores conocidos en las ecuaciones mencionadas tenemos:

$$\sigma_{inst} = \frac{\frac{93.64 - 2.34}{9.789} - 1.1}{14.40} = 0.570$$

$$\sigma_{crítico} = \frac{\frac{93.64 - 2.34}{9.789} - 8.93}{14.40} = 0.028$$

En donde se verifica que:

$$0.570 > 0.028$$

Por lo tanto, al cumplirse la condición de la Ecuación 2.52, se concluye que la instalación está fuera de peligro de cavitación.

## **CAPÍTULO 3. DISEÑO MECÁNICO**

Habiendo establecido las dimensiones hidrodinámicas de la turbina, se procede a realizar el dimensionamiento y análisis de la resistencia mecánica del eje, el rodete y el tubo de aspiración de la turbina, etapa en la cual, resulta fundamental definir las fuerzas ejercidas por el fluido sobre los diversos elementos de la turbina. Este capítulo presenta la metodología a seguir para el diseño de dichos componentes.

### **3.1 Diseño del eje.**

#### **3.1.1 Introducción.**

Un eje mecánico es un elemento rotario, de sección circular constante que puede tener cambios de sección. Es utilizado para la transmisión de potencia al montar sobre este otros elementos mecánicos como poleas, engranajes, volantes, manivelas u otros, que por lo general está relacionado al movimiento giratorio respecto a la coordenada longitudinal del eje.

Un eje puede someterse a diferentes cargas de flexión, tensión, compresión y torsión, pueden experimentarse individualmente o combinadas, y ser variables o constantes. Se pueden disminuir algunas cargas como la flexión al colocar apoyos a menor distancia entre sí o instalando los elementos mecánicos en el eje cercanos a los apoyos, sin embargo, las cargas axiales y torsionales son difíciles de controlar y son las que mayor influencia tienen en el diseño mecánico de un eje.

Los ejes se calculan por resistencia, rigidez en flexión y torsión y en el caso de un eje de giro rápido por velocidades críticas en flexión y torsión. En el contexto del presente estudio, el eje a diseñar estará sometido a los siguientes esfuerzos:

- 1) Esfuerzo axial: debido a la fuerza producida por la reacción del agua.
- 2) Esfuerzo de torsión: debido al par transmitido por el generador. Este esfuerzo aumenta considerablemente en el arranque y en régimen de aceleración intensa.
- 3) Esfuerzo de flexión: principalmente debido al peso total del rodete. Este resulta de gran importancia en turbinas de media y baja potencia de eje horizontal.

El diseño de un eje completo tiene mucha interdependencia con el diseño de otros elementos de la máquina. Por su naturaleza, el diseño de un eje de transmisión implica muchas fases iterativas como:

- a) Requisitos de potencia y par de torsión: las consideraciones sobre potencia deben abordarse en primer lugar, ya que esto determinará las necesidades globales de dimensionamiento de todo el sistema.
- b) Diseño del eje: se debe especificar el diseño general estableciendo las ubicaciones axiales de todos los componentes.
- c) Análisis de fuerzas: una vez conocidas las ubicaciones axiales de los componentes pueden elaborarse los diagramas de cuerpo libre, fuerza de corte y diagramas de momentos. También debe generarse un diagrama de par de torsión para visualizar la transferencia de par.
- d) Selección de material: debido a que el diseño de fatiga depende de manera tan importante de la elección del material, por lo regular es más fácil efectuar primero una selección razonable del material, para después verificar si los resultados son satisfactorios
- e) Diseño del eje para esfuerzos: los diámetros críticos del eje se deben determinar mediante análisis de esfuerzos en las ubicaciones críticas.

Con los diagramas de momento de flexión y fuerza de corte, pueden predecirse las ubicaciones críticas utilizando concentraciones aproximadas de esfuerzo y determinarse estimaciones de los diámetros del eje.

- f) Diseño del eje por deflexión y rigidez: se debe realizar una verificación por deflexión y rigidez una vez dimensionado el eje.
- g) Selección de rodamientos: deben seleccionarse cojinetes específicos de un catálogo para satisfacer los diámetros estimados del eje. Los diámetros podrán ajustarse ligeramente, cuanto sea necesario para satisfacer las especificaciones del catálogo.
- h) Selección de cuñas (chavetas): Con los diámetros del eje configurados en valores estables, pueden especificarse cuñas en tamaños estándar.
- i) Análisis final: validación final mediante software.

### **3.1.2 Materiales para fabricar ejes.**

Para reducir las deflexiones, la elección destacada como material para ejes es el acero, por su elevado módulo de elasticidad; sin embargo, otros materiales como el hierro, bronce o acero inoxidable se emplean para ejes en ambientes corrosivos, marinos o también para el mecanizado de engranes u otros elementos. De todas estas alternativas, la mayor parte de los ejes de transmisión de potencia se fabrican a partir de aceros de bajo carbono (AISI/SAE 1020, 1050) o de aleaciones (AISI/SAE 4140, 4145, 4150, 4340 y 8620), estirado en frío (CD) o laminado en caliente (HR), por lo general, el acero CD se usa para diámetros menores de 3 pulgadas (Budynas & Nisbett, 2021, p. 345).

La Tabla 3.1 enlista los materiales de acero bajo en carbono comúnmente utilizados para el diseño de ejes y sus propiedades mecánicas.

**Tabla 3.1.** Aceros bajos en carbono comúnmente utilizados para el diseño de ejes.

Material (AISI No.)		Ultimate tensile strength, MPa (kpsi)	Yield tensile strength, MPa (kpsi)
1020	HR	380 (55)	210 (30)
	CD	470 (68)	390 (57)
1030	HR	470 (68)	260 (37.5)
	CD	520 (76)	440 (64)
1035	HR	500 (72)	270 (39.5)
	CD	550 (80)	460 (67)
1040	HR	520 (76)	290 (42)
	CD	590 (85)	490 (71)
1045	HR	570 (82)	310 (45)
	CD	630 (91)	530 (77)
1050	HR	620 (90)	340 (49.5)
	CD	690 (100)	580 (84)

Fuente: (Armah, 2018)

Una buena práctica consiste en iniciar con un acero de bajo o medio carbono de bajo costo, como primer paso en los cálculos del diseño. Si las consideraciones de resistencia resultan dominar sobre las de deflexión, entonces debe probarse un material con mayor resistencia, lo que permite que los tamaños del eje se reduzcan hasta que el exceso de deflexión adquiera importancia.

### 3.1.3 Materiales para la fabricación de turbinas.

Los rodetes de las TF se fabrican con frecuencia fundidos en una pieza de acero, o bien de acero dulce y de acero inoxidable con un 12-14% de Cromo, a veces de bronce y muy rara vez de hierro fundido (Mataix, 1975). La Tabla 3.2 compara algunos materiales utilizados para fabricar rodetes.

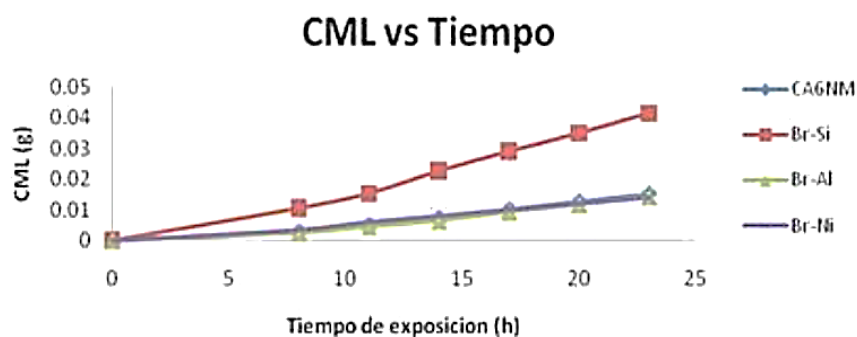
**Tabla 3.2.** Cuadro comparativo de los materiales propuestos para la construcción del rodete

Material	Ventajas	Desventajas
AISI 1020	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Buena maquinabilidad</li> <li>- Resistencia mecánica moderada.</li> <li>- Admite fácilmente la reparación en caso de erosión o cavitación por soldadura eléctrica.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Mala resistencia a la abrasión y corrosión.</li> <li>- Costo: Medio.</li> </ul>
Acero inoxidable A304	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Altamente resistente a la corrosión.</li> <li>- Excelentes propiedades de ductilidad y resistencia al impacto.</li> <li>- Excelente soldabilidad.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Difícil maquinación.</li> <li>- Costo: Medio alto.</li> </ul>
Bronce al Aluminio	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Fácil maquinación.</li> <li>- Excelente resistencia al desgaste.</li> <li>- Gran resistencia a la corrosión.</li> <li>- Buenas cualidades de dureza, elevada ductilidad.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Puede corroerse en entornos agresivos.</li> <li>- Costo: Medio alto.</li> </ul>

Fuente: Elaboración propia.

Los álabes de la turbina estarán sujetos a fuerzas mecánicas e hidrodinámicas y en especial, al efecto de cavitación. La resistencia a la corrosión por cavitación es una de las propiedades mecánicas más importantes para evitar el deterioro prematuro del rodete; el material debe ser de fácil maquinación y poseer una excelente resistencia mecánica.

El artículo “Evaluación de materiales para componentes críticos de operación de turbinas en condiciones de corrosión/erosión y cavitación” de Revista Colombiana de Materiales evalúa cuatro materiales comúnmente utilizados para la fabricación de turbinas en condiciones aceleradas corrosión por cavitación del acero inoxidable martensítico grado CA6NM y bronce al níquel, aluminio y silicio (Figura 3.1). Los resultados demuestran que el bronce al aluminio, pese a tener menos dureza, arrojó resultados en cavitación altamente satisfactorios, como el acero inoxidable CA6NM y el bronce al níquel, por el contrario, el bronce al silicio exhibió el peor comportamiento frente a la cavitación pese a obtener una dureza comparable con la del acero inoxidable.



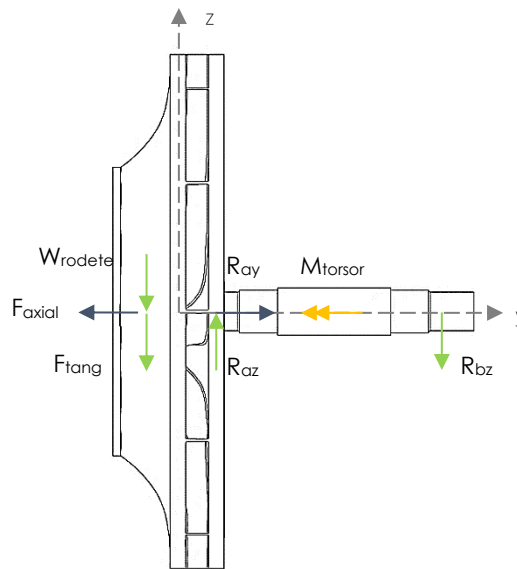
**Figura 3.1.** Pérdida de masa acumulada de los materiales con respecto al tiempo.  
Fuente: (Ospina, Díaz, Echavarría, Agudelo, & Toro, 2014)

Comparando precio y comportamiento al desgaste por cavitación, los bronce al aluminio y al níquel son materiales altamente calificados para soportar

condiciones hidrodinámicas notablemente perjudiciales en las turbinas hidráulicas, por ello, se selecciona el bronce al aluminio para fabricar el rodete.

### 3.1.4 Fuerzas actuantes en el eje.

En el diagrama de la Figura 3.2 se representan las fuerzas y reacciones que actúan sobre el eje de la turbina.



**Figura 3.2.** Diagrama de fuerzas actuantes sobre el eje de la turbina.  
Fuente: Elaboración propia.

#### 1) Carga axial.

Por carga axial o hidráulica nos referimos a la fuerza axial con la que la presión del agua actúa sobre el rodete. Esta carga hidráulica representa la parte principal de la fuerza axial sobre el eje del conjunto, que el cojinete de empuje debe soportar. La fuerza axial de una turbina de eje horizontal consiste en:

- El empuje hidráulico del agua sobre los álabes del rodete.
- En caso de haber engranajes de transmisión montados entre la turbina y el alternador, el empuje del engranaje debe agregarse o sustraerse de la carga axial de acuerdo con la disposición del engranaje.

- c. Los pesos de las piezas giratorias como el del rodete, el eje de la turbina, el eje del generador, el rotor y el peso de las partes envolventes del cojinete de empuje no se incluyen pues estos son soportados por los cojinetes radiales (Nechleba, 1957, pp. 476-477).

La ecuación 3.1 puede ser empleada para una determinación aproximada de la carga hidráulica (Nechleba, 1957, p. 196).

$$F_a = kHD^2 \quad (3.1)$$

En donde  $k$  es una constante que puede aproximarse al  $n_s$ , y la altura  $H$  y el diámetro  $D$  (diámetro mayor del borde de entrada) se expresan en metros. El cálculo de la carga axial no es del todo exacto, por tanto, la carga axial calculada se debe comprobar en una máquina real.

## 2) Carga tangencial

La componente tangencial se determina mediante el teorema de la cantidad de movimiento. Expresando la ecuación 1.8 de forma escalar tenemos:

$$F_t = \rho Q (c_{1u} - c_{2u}) \quad (3.2)$$

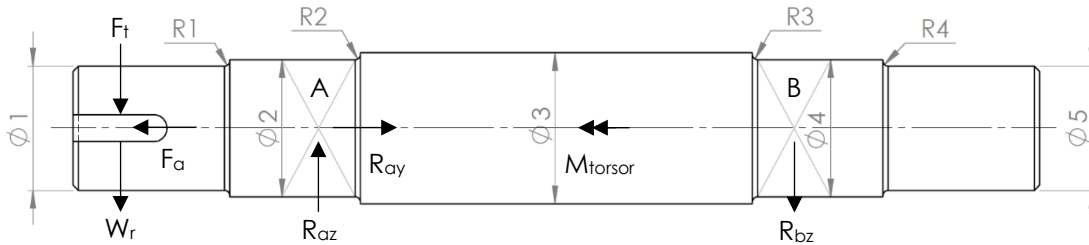
El momento torsor transmitido por la carga tangencial sobre el rodete, conforme al teorema del momento cinético, viene dado por la ecuación 1.13. Al reescribir esta ecuación, tenemos:

$$T = \rho Q (r_1 c_{1u} - r_2 c_{2u})$$

## 3) Peso del rodete.

El peso del rodete viene dado por su densidad, este valor será obtenido partir del modelo generado en SolidWorks.

En la Figura 3.3 ilustra el diagrama de cuerpo libre del eje, en donde  $\Phi$  y R representan los diámetros y radios de entalle, respectivamente, por calcular en cada sección del eje.



**Figura 3.3.** Cargas y momentos en el eje.  
Fuente: Elaboración propia.

Sumatoria de fuerzas:

$$\uparrow + \sum F_z = 0 \quad (3.3)$$

$$-F_t - W_r + R_{az} - R_{bz} = 0 \quad (3.4)$$

$$\rightarrow + \sum F_y = 0 \quad (3.5)$$

$$-F_a - R_{ay} + R_{by} = 0 \quad (3.6)$$

Sumatoria de momentos en el punto B:

$$\cup + \sum M_b = 0 \quad (3.7)$$

$$M_a + F_t r_1 + W_r r_1 - R_{az} r_2 = 0 \quad (3.8)$$

En donde  $r_1$  y  $r_2$  representan las distancias desde el punto de aplicación de las fuerzas hasta el punto B.

Al encontrar el valor de las reacciones se deberá proceder a la elaboración de los diagramas de fuerza cortante, momento flector y torsor identificando el momento flector máximo.

### 3.1.5 Diseño por resistencia a la fatiga.

Los esfuerzos identificables para nuestro diseño son los esfuerzos normales; debidos a flexión y los producidos por la carga axial, y los de torsión los cuales pueden ser tanto alternantes como medios. Los esfuerzos normales y de torsión en un eje sólido de sección transversal redonda viene dados por:

Esfuerzo normal alternante:

$$\sigma_a = K_f \frac{32M_a}{\pi d} + \frac{4F_a}{\pi d^2} \quad (3.9)$$

Esfuerzo normal medio:

$$\sigma_m = K_f \frac{32M_m}{\pi d} + \frac{4F_m}{\pi d^2} \quad (3.10)$$

Esfuerzo de torsión alterno:

$$\tau_a = K_{fs} \frac{16T_a}{\pi d^3} \quad (3.11)$$

Esfuerzo de torsión medio:

$$\tau_m = K_{fs} \frac{16T_m}{\pi d^3} \quad (3.12)$$

Donde:

- $d$ : diámetro del eje.
- $M_m$ : momento flector medio.
- $M_a$ : momento flector alternante.

- $T_m$ : par de torsión medio.
- $T_a$ : par de torsión alternante.
- $K_f$ : factor de concentración de esfuerzos a fatiga por flexión.
- $K_{fs}$ : factor de concentración de esfuerzos a fatiga por torsión.

Cuando se combinan estos esfuerzos con la teoría de falla por Energía de Distorsión, los esfuerzos de Von Mises para ejes giratorios, redondos y sólidos, se expresan como:

$$\sigma'_{ea} = [\sigma_a^2 + 3\tau_a^2]^{1/2} \quad (3.13)$$

$$\sigma'_{em} = [\sigma_m^2 + 3\tau_m^2]^{1/2} \quad (3.14)$$

En el caso de un eje giratorio con flexión y torsión constantes, el esfuerzo flexionante es completamente reversible y la torsión es constante. Las ecuaciones 3.10 y 3.11 pueden simplificarse al igualar  $M_m$  y  $T_a$  a cero, lo cual simplemente elimina algunos de los términos.

Para una primera iteración los factores de concentración de esfuerzos  $K_f$  y  $K_{fs}$  vienen dados según la Tabla 3.3.

**Tabla 3.3.** Factores de concentración de esfuerzos.

	Flexión	Torsión	Axial
Filete de hombro: agudo ( $r/d = 0.02$ )	2.7	2.2	3.0
Filete de hombro: bien redondeado ( $r/d = 0.1$ )	1.7	1.5	1.9
Cuñero fresado ( $r/d = 0.02$ )	2.14	3.0	—
Cuñero de patín o trapezoidal	1.7	—	—
Ranura para anillo de retención	5.0	3.0	5.0

Fuente: (Budynas & Nisbett, 2021, p. 356)

Los factores de concentración de esfuerzos  $K_t$  y  $K_{ts}$  definen los factores análogos  $K_f$  y  $K_{fs}$  a fatiga que son reducidos de los anteriores, esta reducción se

debe a la sensibilidad de la muesca que poseen ciertos materiales, la cual toma valores entre cero y uno. Dichos factores están definidos por las siguientes ecuaciones:

Factor de concentración de esfuerzo axial por fatiga:

$$K_{fa} = 1 + q_a(K_{ta} - 1) \quad (3.15)$$

Factor de concentración de esfuerzo flector por fatiga:

$$K_{ff} = 1 + q_f(K_{tf} - 1) \quad (3.16)$$

Factor de concentración de esfuerzo torsor por fatiga:

$$K_{fs} = 1 + q_{cortante}(K_{ts} - 1) \quad (3.17)$$

En donde:

- $q_a$ : sensibilidad de la muesca a tensión.
- $q_f$ : sensibilidad de la muesca a flexión.
- $q_{cortante}$ : sensibilidad de la muesca a torsión.
- $K_{ta}$ : concentrador de esfuerzo a tensión nominal.
- $K_{tf}$ : concentrador de esfuerzo a flexión nominal.
- $K_{ts}$ : concentrador de esfuerzo a torsión nominal.

Debido a que el eje es de un solo material y el análisis se hace para el tramo de menor sección circular, entre  $d_1$  y  $d_2$ , es decir, mismo  $r$  para el esfuerzo axial y flector, la sensibilidad de la muesca axial es igual a la sensibilidad de la muesca en flexión  $q_a = q_f$

La resistencia a la fatiga ( $S_e$ ) se calcula mediante la ecuación de Marin (Budynas & Nisbett, 2021, p. 317):

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S'_e \quad (3.18)$$

En donde  $k_a$ ,  $k_b$ ,  $k_c$ ,  $k_d$ ,  $k_e$  y  $k_f$  son los factores de corrección del límite de resistencia a la fatiga  $S'_e$  para superficie, tamaño, carga, temperatura, confiabilidad y efectos diversos, respectivamente. A continuación, se detalla cómo se calculan estos factores.

a)  $k_a$ : Factor de acabado superficial.

**Tabla 3.4.** Parámetros en la condición superficial del material.

Acabado superficial	Factor a		Exponente b
	$S_{ut}$ , kpsi	$S_{ut}$ , MPa	
Esmerilado	1.34	1.58	-0.085
Maquinado o laminado en frío	2.70	4.51	-0.265
Laminado en caliente	14.4	57.7	-0.718
Como sale de la forja	39.9	272.	-0.995

Fuente: (Budynas & Nisbett, 2021, p. 317).

$$k_a = a S_{ut}^b \quad (3.19)$$

b)  $k_b$ : Factor de tamaño.

$$k_b = \begin{cases} 0.879d^{-0.107}, & 0.11 < d \leq 2 \text{ [in]} \\ 0.91d^{-0.157}, & 2 < d \leq 10 \text{ [in]} \\ 1.24d^{-0.107}, & 2.79 < d \leq 50.8 \text{ [mm]} \\ 1.51d^{-0.157}, & 50.8 < d \leq 254 \text{ [mm]} \end{cases} \quad (3.20)$$

c)  $k_c$ : Factor de carga.

$$k_c = \begin{cases} 1 & \text{Carga de flexión} \\ 0.85 & \text{Carga axial} \\ 0.59 & \text{Carga de torsión} \end{cases} \quad (3.21)$$

d)  $k_d$ : Factor de temperatura.

$$k_d = 0.975 + 0.432(10^{-3})T_F - 0.115(10^{-5})T_F^2 + 0.104(10^{-8})T_F^3 - 0.595(10^{-12})T_F^4 \quad (3.22)$$

e)  $k_e$ : Factor de confiabilidad.

$$k_e = 1 - 0.08Z_a \quad (3.23)$$

**Tabla 3.5.** Factores de confiabilidad correspondientes a 8 desviaciones estándares porcentuales del límite de resistencia a la fatiga.

Confiabilidad, %	Variación de transformación $z_a$	Factor de confiabilidad $k_e$
50	0	1.000
90	1.288	0.897
95	1.645	0.868
99	2.326	0.814
99.9	3.091	0.753
99.99	3.719	0.702
99.999	4.265	0.659
99.9999	4.753	0.620

Fuente: (Budynas & Nisbett, 2021, p. 330).

f)  $k_f$ : Factor de efectos varios

Tiene el propósito de tomar en cuenta la reducción del límite de resistencia a la fatiga debida a todos los otros efectos, por lo general, se toma  $k_f = 1$ .

g)  $S'_e$ : Límite de resistencia a la fatiga

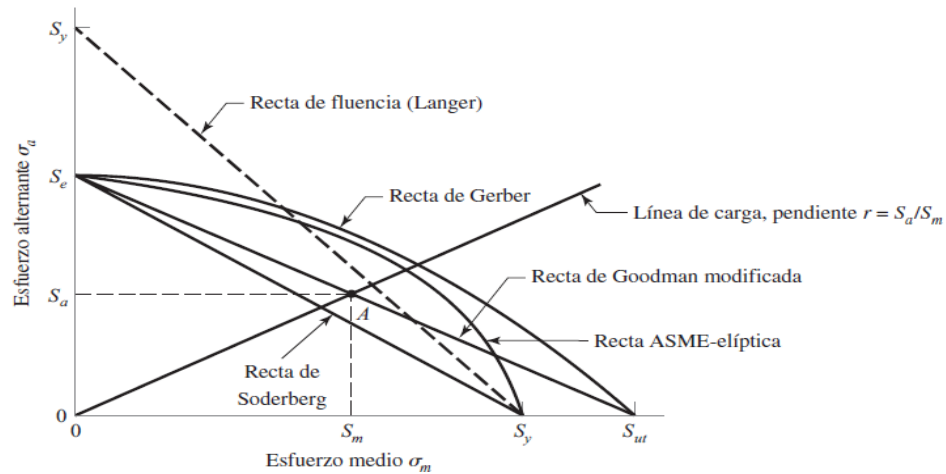
$$S'_e = \begin{cases} 0.5S_{ut}, & S_{ut} \leq 200 \text{ kpsi (1400 MPa)} \\ 100 \text{ kpsi}, & S_{ut} > 200 \text{ kpsi} \\ 700 \text{ Mpa}, & S_{ut} > 1400 \text{ MPa} \end{cases} \quad (3.24)$$

La resistencia a la fatiga puede ser analizada mediante la variación de los esfuerzos alternantes ( $\sigma_a$ ), medios ( $\sigma_m$ ) y su relación ( $\sigma_a/\sigma_m$ ), lo cual define un espacio que representa la región segura de un diseño a la fatiga. La Figura 3.4 ilustra los resultados experimentales obtenidos para diversos valores de esfuerzos, derivando en cinco teorías de falla:

- 1) Goodman modificada.
- 2) Fluencia estática de Langer.
- 3) Soderberg.

4) Gerber.

5) ASME-elíptica.



**Figura 3.4.** Criterios de falla por fatiga.  
Fuente: (Budynas & Nisbett, 2021, p. 291).

La línea obtenida a partir de la relación de esfuerzos alternos y medios, cuando interseca con alguna de las líneas de teoría de falla, ubica un punto de coordenadas  $(\sigma_m, \sigma_a)$  cuyos valores representan las resistencias que limitan los esfuerzos medios y alternantes respectivamente.

El criterio de Soderberg evita de manera inherente la fluencia, en contraste, el criterio ASME elíptico toma en cuenta la fluencia, pero no es completamente conservador a lo largo de todo su rango. Esto es evidente al observar que cruza la línea de fluencia de la Figura 3.4. Por otra parte, los criterios de Gerber y Goodman modificado no protegen contra la fluencia, por lo que se debe calcular el esfuerzo máximo de Von Mises como verificación de la fluencia.

A pesar de que la recta de Goodman no se mantiene dentro de la línea de fluencia en todo su rango sigue siendo una teoría conservadora, además, fluencia puede ser verificada fácilmente. Por tanto, la ecuación que define el diámetro del eje se obtendrá a partir del criterio de falla de Goodman Modificada.

La recta de Goodman viene dada por la ecuación 3.25:

$$\frac{\sigma'_{ea}}{S_e} + \frac{\sigma'_{em}}{S_{ut}} = \frac{1}{n} \quad (3.25)$$

Según Budynas y Nisbett, la ecuación que define el diámetro, sin considerar cargas axiales, se expresa como sigue:

$$d = \frac{16n}{\pi} \left( \frac{1}{S_e} \left[ 4(K_f M_a)^2 \right]^{1/2} + \frac{1}{S_{ut}} \left[ 3(K_{fs} T_m)^2 \right]^{1/2} \right)^{1/3} \quad (3.26)$$

En donde:

- $n$  es el factor de seguridad a la fatiga. El factor de seguridad sugerido para el diseño de elementos de máquina bajo cargas dinámicas, es de 2.0 a 2.5 (Mott, 2006, p. 185).
- $S_{ut}$  es la resistencia última en tensión del material del eje.

Para verificar fluencia se calcula el factor de seguridad mediante el esfuerzo máximo de Von Mises y la resistencia a fluencia del material del eje, así:

$$n_y = \frac{S_y}{\sigma'_{max}} = \frac{S_y}{\sigma_a + \tau_m} \quad (3.27)$$

### 3.1.6 Diseño por rigidez y deflexión.

Hasta ahora, se han evaluado los esfuerzos y las teorías de falla para garantizar que el eje de transmisión no falle ante a las diversas cargas. Sin embargo, también es importante verificar la rigidez de este diseño, ya que deformaciones excesivas pueden resultar en un rendimiento deficiente, un desgaste acelerado, falla prematura de los cojinetes, ruidos y vibraciones no deseadas, entre otros problemas.

a) Ángulo de torsión.

El diseño consiste en calcular la deformación por torsión y compararla con valores admisibles, o calcular el diámetro para que el eje no sobrepase el valor de la deformación máxima permitida.

El ángulo de giro en grados está dado por:

$$\theta = \sum_{i=1}^n \left( \frac{TL}{JG} \right)_i \quad (3.28)$$

Donde:

- $\theta$ : ángulo de torsión, rad.
- $T$ : torque, Nm.
- $L$ : longitud del eje de transmisión, m.
- $J$ : momento polar de inercia, m<sup>4</sup>.
- $G$ : Módulo de rigidez, Pa.
- $n$ : número de escalones si la sección es variable.

b) Deflexiones.

Son las deformaciones generadas como consecuencia de la presencia de momentos flectores. La Tabla 3.6 muestra las deflexiones permisibles en árboles de transmisión según algunas aplicaciones.

**Tabla 3.6.** Deformaciones permisibles en árboles de transmisión.

Deformación	Aplicación	Deformación permisible
Deflexión debida a flexión	En árboles que soportan ruedas dentadas	$\delta = 0.002 - 0.003/L$ L: distancia entre apoyos
	En el sitio de asiento de ruedas dentadas cilíndricas	$\delta = 0.01 - 0.03/m$ m: módulo de transmisión
	En el sitio de asiento de ruedas dentadas cónicas	$\delta = 0.005 - 0.007/m$ m: módulo de transmisión

Fuente: (Ivanov, 1984)

Los casos de deformación mencionados anteriormente deben ser menores al valor permitido para que el diseño quede verificado por flexión.

### 3.1.7 Cálculo de velocidad crítica en torsión.

La velocidad crítica de un eje es la velocidad angular en la que el eje coincide con su frecuencia natural. Al aproximarse a esta velocidad, el eje entra en un estado de resonancia, lo que provoca un notable incremento en las vibraciones del sistema. Esto puede generar esfuerzos adicionales y potenciales daños estructurales si no se controla adecuadamente.

Se recomienda no operar en el rango  $0.7\omega_{crit} - 1.3\omega_{crit}$ , pues dentro de él la amplitud de vibración alcanza valores inadmisibles y de sostenerlo por tiempo prolongado en este intervalo causarían una ruptura inevitable (Rebellon & Urrutia, 1985).

Para un eje de sección constante con una sola entrada y una sola salida de potencia, la velocidad depende de las propiedades geométricas y materiales del eje y se calcula usando la siguiente ecuación:

$$\omega_{crit} = \sqrt{\frac{\pi G D^2}{4 L m}} \quad (3.29)$$

Donde:

- G: módulo de elasticidad del eje, Pa.
- D: diámetro del eje, m.
- L: longitud de eje, m.
- m: masa del eje, kg.

Las turbinas Francis son equipos rotativos complejos, y su eje puede estar sometido a diversas fuerzas y vibraciones que podrían impactar la velocidad

crítica torsional. A continuación, se describen los principales fenómenos que pueden influir en la velocidad crítica en torsión:

- a) Fuerzas hidráulicas fluctuantes: las fuerzas hidráulicas fluctuantes debidas a variaciones en el caudal o turbulencias pueden generar pulsos torsionales que interactúan con la dinámica del eje. Si estas fluctuaciones coinciden con la frecuencia torsional natural del eje, pueden causar resonancias torsionales.
- b) Cavitación: provoca vibraciones y pulsaciones que pueden afectar la estabilidad torsional del sistema, especialmente si estas fuerzas varían de manera cíclica o resuenan con la frecuencia torsional del eje.
- c) Fuerzas dinámicas del flujo radial: si el flujo de agua que entra en dirección radial no es uniforme, puede generar cargas dinámicas sobre el rodete y el eje, causando variaciones en las tensiones torsionales.

### 3.1.8 Selección de rodamientos.

Los rodamientos son los apoyos que tendrá el eje, como ya se ha visto en el diagrama de fuerzas el eje consta de dos apoyos, por lo tanto, dos rodamientos (A y B), en donde, el rodamiento A soporta cargas radiales y de empuje, mientras que el B está sometido únicamente a cargas radiales. La Tabla 3.7 hace una comparación de los tipos de rodamientos según sus capacidades de carga.

**Tabla 3.7.** Comparación de los tipos de rodamientos.

Tipo de rodamiento	Capacidad de carga radial	Capacidad de carga de empuje
Una hilera de bolas con ranura profunda	Buena	Regular
Doble hilera de bolas, ranura profunda	Excelente	Buena
Contacto angular	Buena	Excelente
Rodillos cilíndricos	Excelente	Mala
Agujas	Excelente	Mala
Rodillos esféricos	Excelente	Regular a buena
Rodillos cónicos	Excelente	Excelente

Fuente: (Mott, 2006, p. 600)

Para nuestro caso se ha optado por usar un rodamiento de tipo cónico con el fin de absorber la carga axial producto de la transferencia de energía del fluido y el otro rodamiento será bolas de una hilera debido a que estará sujeto a carga radial.

A continuación, se enlistan los pasos a seguir para la selección de rodamiento cónico A:

- a. Identificar el cojinete A donde se dirigen las cargas axiales y el cojinete B el contrario.
- b. Determinar la carga equivalente en cada cojinete con las siguientes ecuaciones.

$$P_A = 0.4F_{rA} + 0.5 \frac{Y_A}{Y_B} (F_{rB}) + Y_A T_A \quad (3.30)$$

$$P_B = 0.4F_{rB} + 0.5 \frac{Y_B}{Y_A} (F_{rA}) - Y_B T_A \quad (3.31)$$

Donde:

- $P_A$ : carga radial equivalente sobre el rodamiento A.
- $P_B$ : carga radial equivalente sobre el rodamiento B.
- $F_{rA}$ : carga radial aplicada sobre el rodamiento A.
- $F_{rB}$ : carga radial aplicada sobre el rodamiento B.
- $T_A$ : carga de empuje sobre el rodamiento A.
- $Y_A$ : factor de empuje para el rodamiento A.
- $Y_B$ : factor de empuje para el rodamiento B.

- c. Verificar las siguientes relaciones:

Si  $P_A < F_{rA}$  entonces utilizar  $P_A = F_{rA}$

Si  $P_B < F_{rB}$  entonces utilizar  $P_B = F_{rB}$

- d. Determinar la carga dinámica en cada cojinete con la siguiente ecuación.

$$C = P \left( \frac{L_d}{10^6} \right)^{1/k} \quad (3.32)$$

En donde:

- $L_d$ : duración de diseño en revoluciones.

$$L_d = 60L_{10}n \quad (3.33)$$

- $L_{10}$ : duración de diseño en horas (Apéndice G).
- $k$ : factor de vida del cojinete (3 para rodamientos de bolas; 10/3 para rodamientos de rodillos.)
- $n$ : revoluciones por minuto de operación del eje.

- e. Con la carga dinámica  $C$ , identificar el nuevo valor del factor de empuje en la Tabla 3.8 para cada cojinete y, si es diferente, se reinicia el procedimiento con las ecuaciones 3.33 y 3.34.

**Tabla 3.8.** Datos para el cojinete cónico

Barreno	Diámetro exterior	Ancho	$a$	Factor de empuje, $Y$	Capacidad básica de carga dinámica, $C$
1.0000	2.5000	0.8125	0.583	1.71	8370
1.5000	3.0000	0.9375	0.690	1.98	12 800
1.7500	4.0000	1.2500	0.970	1.50	21 400
2.0000	4.3750	1.5000	0.975	2.02	26 200
2.5000	5.0000	1.4375	1.100	1.65	29 300
3.0000	6.0000	1.6250	1.320	1.47	39 700
3.5000	6.3750	1.8750	1.430	1.76	47 700

*Nota:* Dimensiones en pulgadas. La carga  $C$  está en libras para una duración  $L_{10}$  de un millón de revoluciones.

Fuente: (Mott, 2006)

- f. Seleccionar el tamaño del cono del cojinete más conveniente.

De la Tabla 3.7 sabemos que los rodamientos de bolas tienen una buena capacidad para absorber cargas radiales, por lo tanto, se podrá utilizar un cojinete de bolas para el punto B en donde tendremos únicamente carga radial pues, la

axial será absorbida por el rodamiento A. La selección del rodamiento de bolas será en base a la carga equivalente  $C_B$ .

### 3.2 Diseño mecánico del rodete

El cálculo de esfuerzos a los que están sometidos los álabes es fundamental y de mucha importancia pues nos permitirá realizar el diseño y dimensionamiento de elementos principales de la turbina como por ejemplo los propios álabes, el cubo del rodete y el eje de transmisión. Las fuerzas que actúan sobre el rodete son producidas básicamente por la fuerza hidráulica que una vez que interactúa en el rodete se transforma en una fuerza centrífuga.

#### 3.2.1 Metodología de diseño mecánico del rodete.

Como guía para el dimensionamiento del espesor del álabe al diseñar el rodete, algunos autores en materia de turbinas hidráulicas proponen las siguientes ecuaciones experimentales:

a) Ecuación propuesta por Nechleba:

$$s_2 = 20B \sqrt{\frac{H}{Z}} \quad (3.34)$$

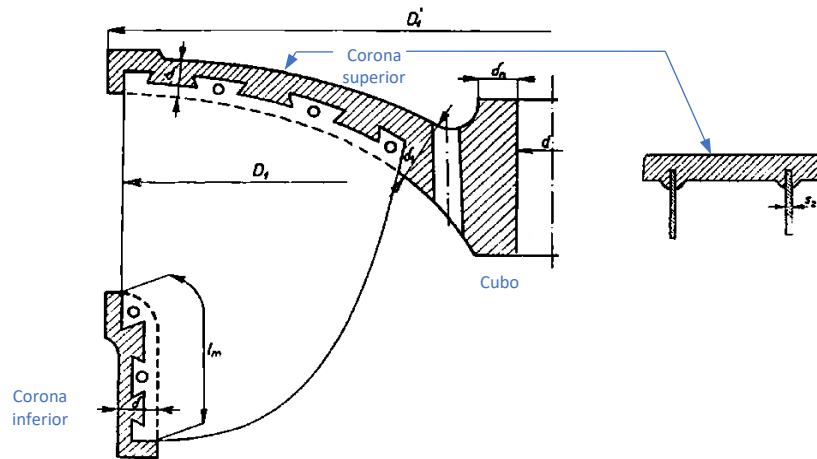
Donde  $e$  es el espesor del álabe en mm,  $B$  es el ancho del rodete en m,  $Z$  es el número de álabes y  $H$  es la altura neta en m.

b) Espesor máximo propuesto por Camerer para turbinas lentas:

$$s_{2,max} = 0.01D \sqrt{\frac{H}{Z}} + 0.002 \quad (3.35)$$

Donde  $e$  es el espesor en m,  $H$  es la altura neta en m y  $Z$  es el número de álabes. En la arista de entrada se recomienda que el espesor del álabe sea de  $s_{2,max}/3$  y en la de salida sea de  $s_{2,max}/6$ ; si el álabe es fundido se considera  $s_{2,max}/4$  a la salida.

En la Figura 3.5 se detallan las dimensiones principales de un rodete de una TF



**Figura 3.5.** Corte transversal de un rodete Francis con sus dimensiones principales.  
Fuente: (Nechleba, 1957)

La nomenclatura de las variables de la Figura 3.5 se desglosan a continuación:

- $D'_1$ : diámetro al borde de salida de los álabes directrices totalmente abiertos que coincide con  $D_{1e}$ , en m.
- $D_1$ : diámetro medio a la entrada del rodete, en m.
- $\delta_n$ : espesor de la pared del cubo, en mm.
- $\delta_1$ : espesor de la corona superior en el cubo, en mm.
- $\delta$ : espesor de la corona superior e inferior, en mm.
- $s_2$ : espesor de los álabes del rotor, en mm.
- $l_m$ : altura de la corona inferior, en mm.
- $d$  diámetro del eje del rotor, en m.

Para el dimensionamiento de la corona superior e inferior, y el cubo del rodete el autor Nechleba propone las siguientes ecuaciones:

$$\delta = (20 \text{ a } 25) + 0.01D_1 \quad (3.36)$$

$$\delta_1 = (25 \text{ a } 35) + 0.01D_1 \quad (3.37)$$

La altura de la corona inferior viene dada por:

$$l_m = \lambda \sqrt{D_{1e}} \quad (3.38)$$

En donde:

- $D_{1e}$ : diámetro externo del álabe a la entrada del rodete, en mm.
- $\lambda$ : se determina mediante interpolación a partir de la Tabla 3.9.

**Tabla 3.9.** Factor  $\lambda$  en función del número específico de revoluciones.

$n_s$	$\lambda$
80	6.5
400	4.5

Fuente: (Nechleba, 1957).

El espesor del propio cubo se determina según el diámetro del eje:

$$\delta_n = (10 \text{ a } 20) + \frac{d}{4} \quad (3.39)$$

Para validar tanto el espesor de los álabes como las demás dimensiones características del rodete requeriremos de un análisis computacional para así determinar los esfuerzos a los que el componente estará sujeto.

### 3.3 Diseño mecánico del tubo de aspiración

El diseño mecánico del tubo de aspiración consiste en la selección del material en base a la resistencia mínima necesaria considerando las condiciones de operación que se presentan a lo largo de dicho elemento. Junto con la selección del material obtenemos también el espesor de lámina del tubo de aspiración. Se justifica tanto la selección del material como la selección del espesor con el análisis de los esfuerzos presentes debido a la presión interna del tubo de aspiración.

### 3.3.1 Metodología de diseño mecánico del tubo de aspiración

La metodología consiste en aplicar el criterio de falla de Von Mises con los esfuerzos principales, es decir, el esfuerzo circunferencial y esfuerzo longitudinal, presentes debido a la presión interna en el tubo de aspiración. Es necesario tratar el tubo de aspiración como un cilindro puesto que no se encuentra metodología para el diseño exacto de un elemento con geometría como la que tiene un tubo de aspiración troncocónico. Sin embargo, puesto que dicho elemento presenta un cambio de sección a lo largo de su eje axial, se aplicará el análisis en 3 zonas distintas del tubo, buscando determinar el punto más crítico donde se presenten esfuerzos debido a la presión interna.

Según Eugene Megyesy, en su libro Manual de recipientes a presión, los esfuerzos presentes en un recipiente cilíndrico sometido a presión interna son dos, como se puede ver en la Figura 3.6.

Esfuerzo longitudinal:

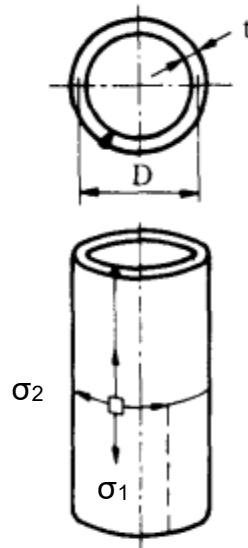
$$\sigma_1 = \frac{PD}{4t} \quad (3.40)$$

Esfuerzo circunferencial:

$$\sigma_2 = \frac{PD}{2t} \quad (3.41)$$

Donde:

- a) D es el diámetro interno del tubo, en m.
- b) P es la presión interna del tubo, en kPa.
- c) t es el espesor del tubo, en m.



**Figura 3.6.** Esfuerzos principales en cilindros.  
Fuente: Manual de recipientes a presión (Megyesy, 1992).

La selección del material del tubo de aspiración se hará en base al criterio de falla de Von Mises mediante iteraciones estableciendo distintos espesores.

Puesto que el tubo de aspiración es abierto por ambas caras, el teorema queda reducido a esfuerzos circunferenciales, por lo que el esfuerzo de Von Mises será:

$$\sigma' = \sigma_2 \quad (3.42)$$

La ecuación 3.45 puede considerarse como un esfuerzo sencillo, equivalente o efectivo del estado general total de esfuerzos.

### 3.4 Memoria de cálculo del Diseño Mecánico

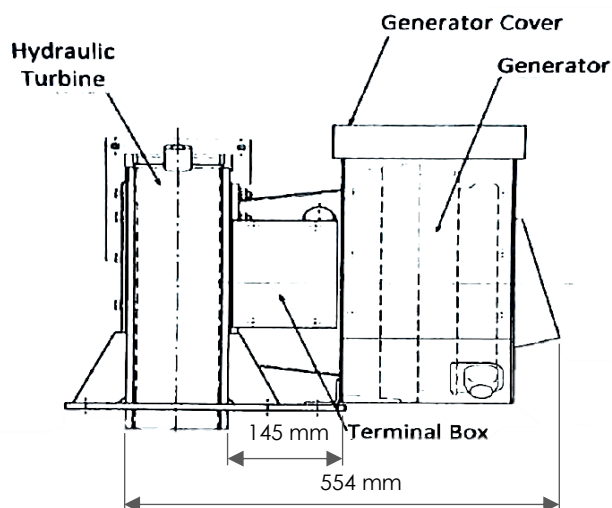
Una vez descritas las metodologías de diseño en las secciones 3.1 a la 3.3 se procede a desarrollar la memoria de cálculo de cada componente definiendo dimensiones y geometrías, así como la selección de materiales para cada elemento y, de esta manera, complementar el diseño hidráulico.

### 3.4.1 Diseño del eje.

Para comenzar el diseño, primero dimensionamos el eje según el espacio disponible en el banco. La Figura 3.7 muestra una vista lateral del conjunto turbina-generador.

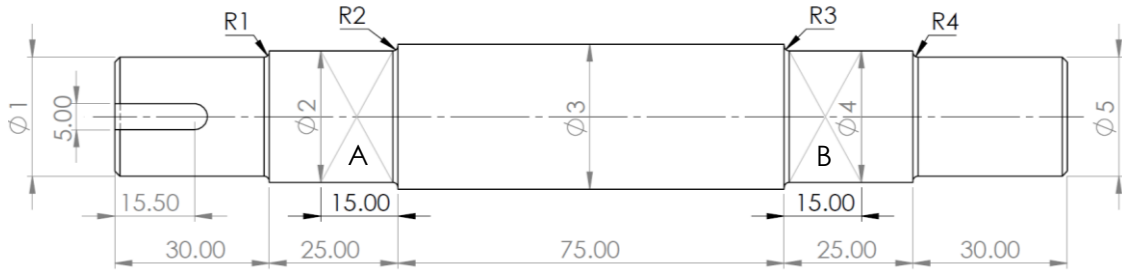
Aspectos que considerar para el diseño del eje:

- Se considerará un acople directo turbina-generador para no modificar las características estructurales del banco.
- El espacio disponible para el acople turbina-generador está limitado por 145 mm.
- Para no utilizar chumaceras que soporten los rodamientos, se replicará la carcasa que aloja el eje y sus rodamientos ya existente en el banco.



**Figura 3.7.** Vista lateral del conjunto turbina-generador del banco de pruebas.  
Fuente: Manual de Banco de Pruebas para PCH Escuela de Ingeniería Mecánica.

Conocido el espacio disponible para ubicar el eje, se establecen las longitudes preliminares del elemento, como se ilustra en la Figura 3.8.



**Figura 3.8.** Geometría del eje de la turbina.  
Fuente: Elaboración propia.

La fuerza axial y tangencial se determinan mediante las ecuaciones 3.1 y 3.2, así:

$$F_a = (62.8)(14.4)(0.36)^2$$

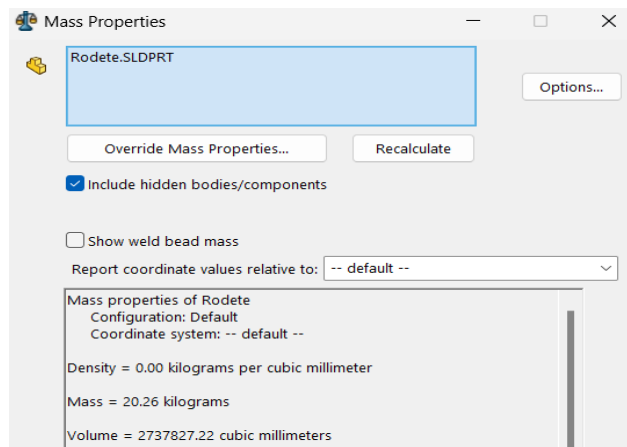
$$F_a = 117.20 \text{ N}$$

$$F_t = 997(0.042)[(9.6) - (0.42)]$$

$$F_t = 384.40 \text{ N}$$

De SolidWorks obtenemos que la masa del rodete es de 20.3 kg (Figura 3.9), por lo tanto, su peso es:

$$W_r = 199.14 \text{ N}$$



**Figura 3.9.** Obtención de la masa del rodete en SolidWorks.  
Fuente: Elaboración propia.

Sumatoria de momentos en el punto B:

$$\curvearrowright + \sum M_B = 0$$

$$(384.40 + 199.14)(128.5) - R_{a_z}(90) = 0$$

$$R_{a_z} = 833.17 \text{ N } \uparrow$$

Sumatoria de fuerzas en Z:

$$\downarrow + \sum F_z = 0$$

$$384.40 + 199.14 - 833.17 + R_{b_z} = 0$$

$$R_{b_z} = 249.63 \text{ N } \downarrow$$

Sumatoria de fuerzas en Y:

$$\rightarrow + \sum F_y = 0$$

$$-117.20 + R_{a_y} = 0$$

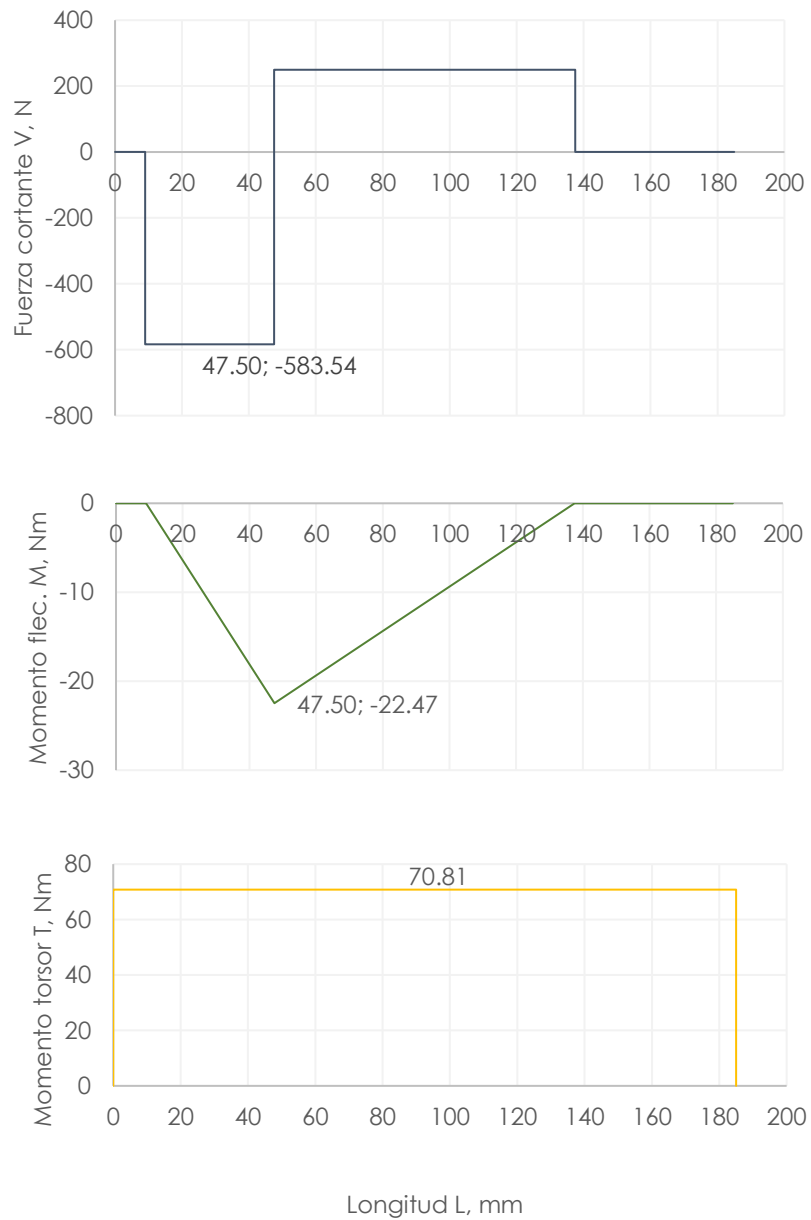
$$R_{a_y} = 117.20 \text{ N } \rightarrow$$

El torque que se produce a lo largo del eje es:

$$T = 997(0.042)[(0.18)(9.6) - (0.088)(0.42)]$$

$$T = 70.81 \text{ Nm}$$

En la Figura 3.10 se presentan los diagramas de fuerza cortante, momento flector y torsor, respectivamente, resultantes del análisis de sumatoria de fuerzas y momentos.



**Figura 3.10.** Diagrama de fuerza cortante, momento flector y momento torsor.  
Fuente: Elaboración propia.

### 3.4.2 Selección de material.

Previo al diseño del eje de transmisión se debe establecer el material del cual estará fabricado. Se ha decidido preseleccionar un acero SAE/AISI 1020 CD por su adecuada resistencia y fácil maquinabilidad que posee con respecto de

otros aceros. Las propiedades mecánicas del material se presentan en la Tabla 3.10.

**Tabla 3.10.** Propiedades del acero AISI 1020 CD.

AISI/SAE	Resistencia de fluencia en tensión (Sy)	Esfuerzo último en tensión (Su)	Módulo de elasticidad (E)	Módulo de rigidez (G)	Dureza Brinell
Unidades	MPa	MPa	GPa	GPa	HB
1020 CD	390	470	207	79.3	131

Fuente: (Budynas & Nisbett, 2021)

### 3.4.3 Análisis por resistencia a la fatiga.

Para poder determinar el diámetro mínimo en la sección más crítica del eje partimos del cálculo de resistencia a la fatiga según lo establecido en la ecuación 3.18:

$$S_e = k_a k_b k_c k_d k_e k_f S'_e$$

Los factores de corrección vienen se calculan a continuación:

a)  $k_a$ : Factor de acabado superficial.

De la tabla 3.4 se toman los valores de a y b para laminado en frío y se sustituyen en la ecuación 3.19.

$$k_a = 4.51(470)^{-0.265} = 0.88$$

b)  $k_b$ : Factor de tamaño.

Tomando como primera estimación que el diámetro se encuentra en el rango de  $2.79 < d \leq 50.8$  mm,  $k_b$  se calcula mediante la ecuación 3.20c para un diámetro de 25 mm.

$$k_b = 1.24(25)^{-0.107} = 0.88$$

c)  $k_c$ : Factor de carga en flexión.

$$k_c = 1$$

d)  $k_d$ : Factor de temperatura.

Se emplea la ecuación 3.22 considerando que se estará operando a una temperatura ambiente de 30°C (86°F).

$$k_d = 0.975 + 0.432(10^{-3})(86) - 0.115(10^{-5})(86)^2 \\ + 0.104(10^{-8})(86)^3 - 0.595(10^{-12})(86)^4$$

$$k_d = 1$$

e)  $k_e$ : Factor de confiabilidad

De la Tabla 3.5, para una confiabilidad del 99%, se tiene un factor de confiabilidad de:

$$k_e = 0.814$$

f)  $k_f$ : Factor de efectos varios.

Puesto que no se prevé corrosión ni otros factores que reduzcan la resistencia se tiene:

$$k_f = 1$$

g)  $S'_e$ : Límite de resistencia a la fatiga.

Puesto que  $S_{ut}$  es menor a 1400 MPa el límite de resistencia a la fatiga viene dado por:

$$S'_e = 0.5(470) = 235 \text{ MPa}$$

Procedemos a calcular el límite de fatiga:

$$S_e = (0.88)(0.88)(1)(1)(0.814)(1)(235)$$

$$S_e = 148.13 \text{ MPa}$$

Ahora, calculamos el diámetro en el punto que presenta mayor momento flector utilizando la ecuación 3.26 con un factor de seguridad de 2.5. Los factores preliminares  $K_t$  y  $K_{ts}$  se obtienen del Apéndice G para un eje con cuñero fresado.

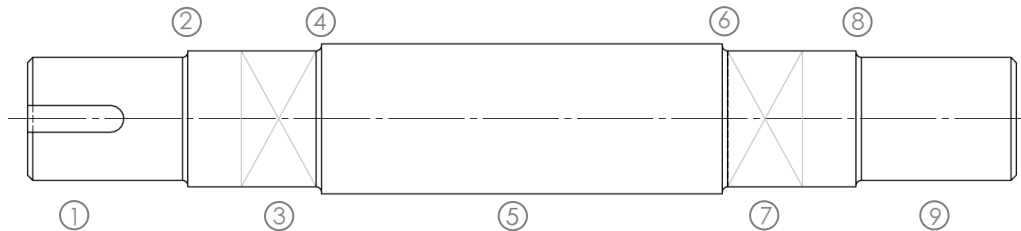
$$d^3 = \frac{(16)(2.5)}{\pi} \left[ 2 \left( \frac{(2.14)(22.47)}{148.13 \times 10^6} \right) + \sqrt{3} \left( \frac{(3)(70.81)}{470 \times 10^6} \right) \right]$$

$$d = 26.32 \text{ mm}$$

Se aproximará a un eje de 30 mm de diámetro.

a) Factores de concentración de esfuerzos.

Teniendo un diámetro mínimo del eje en su sección más crítica, podemos determinar los diámetros requeridos para la selección de los apoyos y del rodete de la turbina. Para ello se toma como objeto de análisis la sección 4 del eje (Figura 3.11).



**Figura 3.11.** Secciones de análisis del eje.

Fuente: Elaboración propia.

Para el cálculo de los factores de concentración de esfuerzos en los diferentes puntos donde se aplica la carga axial y cortante y los momentos flector y torsor se establecen las siguientes relaciones:

$$\frac{D}{d} = 1.1$$

$$\frac{r}{d} = 0.05$$

De las gráficas de concentrador de esfuerzos para un eje redondo con filete en el hombro del Apéndice G leemos los siguientes valores:

$$k_{t-axial} = 1.88$$

$$k_{t-flexión} = 1.88$$

$$k_{ts-torsión} = 1.3$$

De la gráfica de sensibilidad a la muesca a flexión y torsión (Apéndice G) se obtienen los factores de sensibilidad a la muesca:

$$q_f = q_t = 0.68 \quad (S_{ut} = 0.470 \text{ MPa})$$

$$q_{cortante} = 0.78$$

Calculando los factores de concentración del esfuerzo por fatiga tenemos:

$$K_f = 1 + 0.68(1.88 - 1) = 1.60$$

$$K_{fS} = 1 + 0.78(1.30 - 1) = 1.23$$

La tensión normal debido al esfuerzo axial tiene la siguiente expresión:

$$\sigma_{axial} = \frac{(1.6)(4)(117.20)}{\pi(0.03)^2} = 265 \text{ kPa}$$

Para el caso del esfuerzo debido a la flexión se tiene la siguiente expresión:

$$\sigma = \frac{(1.6)(32)(20.6)}{\pi(0.03)^3} = 12.43 \text{ MPa}$$

El esfuerzo tangencial debido al momento torsor sigue la siguiente expresión:

$$\tau = \frac{(1.23)(16)(70.81)}{\pi(0.03)^3} = 16.43 \text{ MPa}$$

b) Los esfuerzos alternantes y medios son (Norton, 2011, p. 421):

$$\sigma'_{ea} = \sqrt{\sigma_a^2 + 3\tau_a^2}$$

$$\sigma'_{em} = \sqrt{(\sigma_m + \sigma_{m_{axial}})^2 + 3\tau_m^2}$$

Sabiendo que  $M_m$  y  $T_a$  son cero y, despreciando la fuerza axial por ser mucho menor que  $\sigma$  y  $\tau$ , recalculamos el factor de seguridad a la fatiga en el punto crítico de análisis.

c) Factor de seguridad a la fatiga en la sección 4.

$$\frac{12.43 \times 10^6}{148.13 \times 10^6} + \frac{\sqrt{3}(16.43 \times 10^6)}{470 \times 10^6} = \frac{1}{n}$$

$$n = 6.92$$

Verificando fluencia por medio del esfuerzo máximo de Von Mises:

$$\sigma'_{max} = [(12.43 \times 10^6)^2 + 3(16.43 \times 10^6)^2]^{1/2}$$

$$\sigma'_{max} = 31.05 \text{ MPa}$$

Comparando con la resistencia a la fluencia del material del eje, tenemos

$$n_y = \frac{390 \text{ MPa}}{31.05 \text{ MPa}} = 11.27$$

Análogamente, analizamos las demás secciones con los diámetros establecidos anteriormente, obteniendo los resultados de la Tabla 3.11.

**Tabla 3.11.** Cuadro resumen de factor de seguridad a la fatiga.

Sección	$\sigma_{ea}'$ (MPa)	$\sigma_{em}'$ (MPa)	$\sigma_{vonMises}$ (MPa)	FS fatiga	FS fluencia
1 - $\varnothing 27$	0	51.28	51.28	9.2	7.6
2 - $\varnothing 27$	10.14	38.99	40.29	6.6	8.7
3 - $\varnothing 30$	8.48	23.11	24.61	9.4	14.2
4 - $\varnothing 30$	12.43	28.42	31.02	6.9	11.3
5 - $\varnothing 33$	3.18	17.36	17.65	17.1	19.8
6 - $\varnothing 30$	0.53	28.42	28.43	15.6	12.3
7 - $\varnothing 30$	0.00	23.11	23.11	20.3	15.1
8 - $\varnothing 27$	0.00	38.99	38.99	12.1	9.0
9 - $\varnothing 27$	0.00	31.70	31.70	14.8	11.0

Fuente: Elaboración propia

Observamos que el chavetero resulta ser la sección más crítica, por lo que se procede a calcular el número de ciclos a la falla en dicha zona.

### 3.4.4 Análisis por rigidez.

a) Cálculo del eje por rigidez en torsión.

A continuación, se calcula la torsión en grados por metro obtenida a la cual estará sujeta el eje:

$$\frac{\theta_1}{L} = \frac{\theta_5}{L} = \frac{32(70.81)}{\pi(0.027)^4(79.3 \times 10^9)} = 0.017$$

$$\frac{\theta_2}{L} = \frac{\theta_4}{L} = \frac{32(70.81)}{\pi(0.03)^4(79.3 \times 10^9)} = 0.011$$

$$\frac{\theta_3}{L} = \frac{32(70.81)}{\pi(0.033)^4(79.3 \times 10^9)} = 0.008$$

$$\frac{\theta_{total}}{L} = 0.036^\circ/m$$

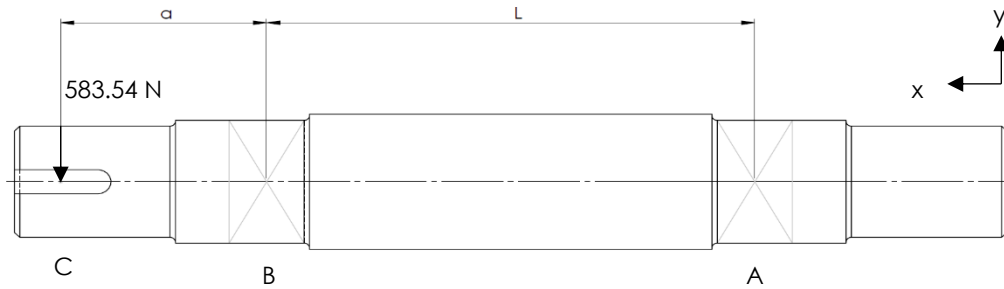
Para ejes de máquina, la máxima torsión en grados por metro recomendada deberá estar en el rango de 0.25 – 0.35°/m (Rebllon & Urrutia, 1985). Por lo que para nuestro caso verificamos que la máxima torsión en grados por metro es de 0.036 °/m.

b) Deflexión por flexión.

El eje en análisis puede tratarse como una viga con voladizo lateral, es decir, con una carga puntual en el extremo saliente debido al peso del rodete y la fuerza tangencial como se muestra en la Figura 3.12.

La deflexión en el tramo AB viene dada por:

$$\delta_{AB} = \frac{Pax}{6LEI} (L^2 - x^2)$$



**Figura 3.12.** Análisis de deflexiones por flexión en el eje.  
Fuente: Elaboración propia.

La máxima deflexión es en  $x = L/2$  donde  $d = 30 \text{ mm}$ , por tanto:

$$\delta_{AB} = \frac{583.54(0.0385)(0.045)}{6(0.09)(207 \times 10^9) \left(\frac{\pi}{64}\right) (0.03)^4} (0.09^2 - 0.045^2)$$

$$\delta_{AB} = 1.68 \times 10^{-6} \text{ m}$$

La deflexión en el tramo BC viene dada por:

$$\delta_{BC} = -\frac{P(x-L)}{6EI} (2aL + 3a(x-L) - (x-L)^2)$$

La máxima deflexión se da en el punto de aplicación de la carga donde  $d = 27 \text{ mm}$ , entonces:

$$\delta_{BC} = -\frac{583.54(0.045)}{6(207 \times 10^9) \left(\frac{\pi}{64}\right) (0.027)^4} (2(0.045)(0.09) + 3(0.045)^2 - (0.045)^2)$$

$$\delta_{BC} = -9.85 \times 10^{-6} \text{ m}$$

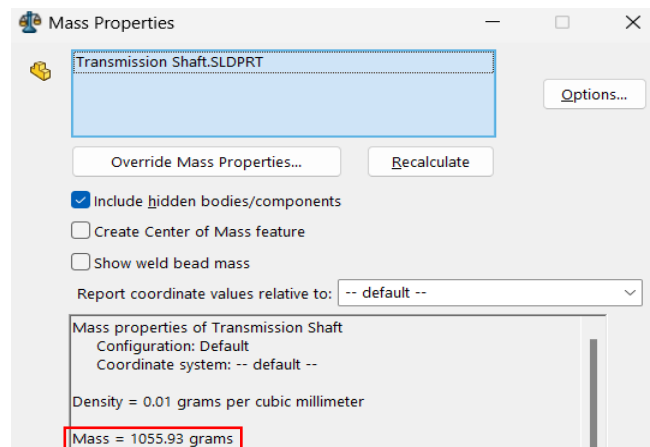
Para nuestro caso de análisis podemos aproximar nuestra aplicación de acuerdo con la Tabla 3.6, tomando como referencia la deflexión máxima permisible para ejes que soportan ruedas dentadas, en el cual; para una distancia entre apoyos de  $L=0.09 \text{ m}$ , la deflexión máxima permisible sería de  $2.7 \times 10^{-4} \text{ m}$ .

Cabe destacar que los valores de las deflexiones máximas permisibles en ejes de transmisión pueden variar dependiendo del diseño específico del eje, el

material utilizado, las cargas aplicadas y otros factores, no existe un valor que se aplique universalmente. El análisis por rigidez será validado posteriormente en el Capítulo 5 a través de análisis computacionales.

### 3.4.5 Cálculo de velocidad crítica en torsión.

Para un eje de sección constante con una sola entrada y una sola salida de potencia, la velocidad crítica está dada por la ecuación 3.29. Aproximando el eje a uno de sección constante de 27 mm de diámetro, y utilizando la masa del eje de aproximadamente 1 kg obtenida de SolidWorks (Figura 3.13).



**Figura 3.13.** Obtención de la masa del eje en SW.  
Fuente: Elaboración propia

$$n_{crit} = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{\pi(79.3G)(0.027)^2}{4(1)(0.185)}} = 28,494 \text{ rpm}$$

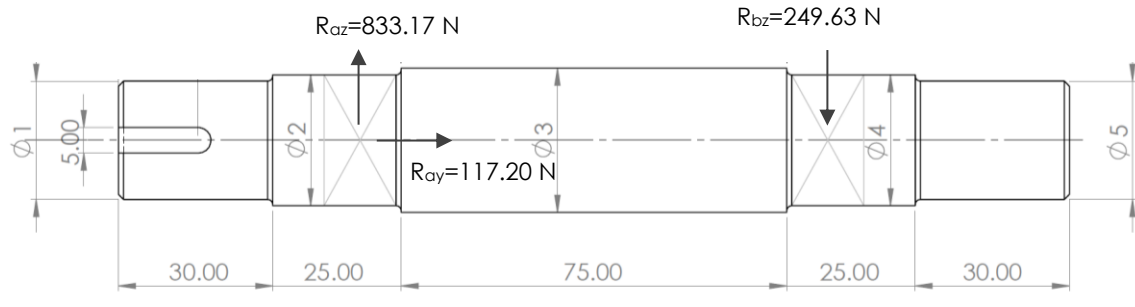
Sabiendo, que el eje no debe operar en el rango  $0.7n_{crit}$ - $1.3n_{crit}$  y que la velocidad de giro del eje es de 680 rpm verificamos que:

$$680 \text{ rpm} \ll 0.7n_{crit}$$

Con esto garantizamos que el eje no fallará por vibración.

### 3.4.6 Selección de rodamientos.

Para la selección de los rodamientos, primero debemos identificar las fuerzas en los apoyos (rodamientos) del eje como se muestra en la Figura 3.14.



**Figura 3.14.** Reacciones en los rodamientos.  
Fuente: Elaboración propia.

El tamaño de los rodamientos se determina en base a su capacidad de carga respecto a las cargas que ha de soportar, la duración, así como la fiabilidad. A continuación, se desarrolla la metodología descrita en la sección 3.1.8 para la selección de rodamiento cónico A:

- El cojinete izquierdo es donde se dirigen las cargas axiales, por lo cual, se designa como A al rodamiento de la izquierda y B al rodamiento de la derecha.

- La carga equivalente en cada cojinete viene dada por las ecuaciones 3.30 y 3.31. Inicialmente  $Y_B$  y  $Y_A$  se asumen ambos de 1.75, entonces:

$$P_A = 0.4(833.17) + 0.5 \left( \frac{1.75}{1.75} \right) (249.63) + 1.75(117.20) = 663.18 \text{ N}$$

$$P_B = 0.4(249.63) + 0.5 \left( \frac{1.75}{1.75} \right) (833.17) - 1.75(117.20) = 311.34 \text{ N}$$

- Se verifican las siguientes relaciones:

$$P_A < F_{rA} \text{ entonces utilizar } P_A = F_{rA}$$

$$\text{Si } P_B < F_{rB} \text{ entonces utilizar } P_B = F_{rB}$$

Por tanto,

$$P_A = 833.17 \text{ N}$$

$$P_B = 311.34 \text{ N}$$

d. Determinando la carga dinámica en cada cojinete con la ecuación 3.32:

$$C = P \left( \frac{L_d}{10^6} \right)^{1/k}$$

En donde:

- La duración de diseño en revoluciones para equipo crítico en funcionamiento durante 24 h es:

$$L_d = 60(100000)(680) = 4.08 \times 10^9$$

- El factor de vida del cojinete es:

$$K = 10/3$$

Calculando la carga dinámica para cada cojinete:

$$C_A = 10090.94 \text{ N}$$

$$C_B = 3770.80 \text{ N}$$

e. Con base a la carga dinámica resultante, leemos el nuevo valor del factor de empuje de la Tabla 3.7 para cada cojinete y se reinicia el procedimiento con las ecuaciones 3.30 y 3.31.

$$P_A = 0.4(833.17) + 0.5 \left( \frac{1.98}{1.98} \right) (249.63) + 1.98(117.20) = 690.14 \text{ N}$$

$$P_B = 0.4(249.63) + 0.5 \left( \frac{1.71}{1.71} \right) (833.17) - 1.71(117.20) = 316.03 \text{ N}$$

Por tanto, se toma:

$$P_A = 833.17 \text{ N}$$

$$P_B = 316.03 \text{ N}$$

Recalculando la capacidad dinámica requerida tenemos:

$$C_A = 10090.94 \text{ N}$$

$$C_B = 3827.60 \text{ N}$$

Se seleccionan los siguientes rodamientos:

- i. Rodamiento SKF 32006X de una hilera de rodillos cónicos con un diámetro interior de 30 mm, un diámetro exterior de 55 mm y un ancho de 17 mm (Apéndice H).
- ii. Rodamiento SKF 6006 de una hilera de bolas con un diámetro interior de 30 mm, un diámetro exterior de 55 mm y un ancho de 13 mm (Apéndice H).

### 3.4.7 Diseño mecánico del rodete

A continuación, se determina el espesor del álabe según las ecuaciones establecidas en la sección 3.2.1.

a) Según Nechleba:

$$s_2 = 20(0.01583) \sqrt{\frac{14.40}{12}}$$

$$s_2 = 0.346 \text{ mm}$$

b) Según Camerer:

$$s_{2,max} = 0.01(0.36) \sqrt{\frac{14.40}{12}} + 0.002$$

$$s_{2,max} = 0.0059 \text{ m} = 5.93 \text{ mm}$$

A la entrada,

$$s_1 = \frac{5.93}{3} = 1.98 \text{ mm}$$

A la salida,

$$s_2 = \frac{5.93}{6} = 0.99 \text{ mm}$$

Puesto que el espesor de 0.346 mm; resultado de la ecuación de Nechleba, no cumple con el espesor requerido a la entrada y a la salida del álabe recomendado por Camerer tomamos los valores propuestos por dicho autor para el dimensionamiento de los álabes. Para simplificación, se aproximará el espesor de entrada y salida a 2 mm y 1 mm respectivamente.

A continuación, se dimensiona la corona superior e inferior, y el cubo del rodete según las ecuaciones del autor Nechleba planteadas en la sección 3.2.1.

Espesor de la corona superior e inferior:

$$\delta = 20 + 0.01(0.36) = 20 \text{ mm}$$

Espesor de la corona superior en el cubo:

$$\delta_1 = 25 + 0.01(0.36) = 25 \text{ mm}$$

Altura de la corona inferior:

**Tabla 3.12.** Extrapolación para determinación del factor  $\lambda$ .

$n_s$	$\lambda$
62.8	6.6
80	6.5
400	4.5

$$l_m = 6.6\sqrt{0.36} = 125 \text{ mm}$$

Espesor del cubo:

$$\delta_n = 15 + \frac{23}{4} = 20.75 \text{ mm}$$

Cabe mencionar que estas son dimensiones preliminares recomendadas por el autor y que por estar únicamente en función de los diámetros característicos del rodete están sujetas a cambios. Para validar el diseño mecánico del rodete se realizará un estudio computacional en capítulos posteriores.

### 3.4.8 Tubo de aspiración: selección de espesor y material

Para conocer el punto más crítico del tubo de aspiración se analizan 3 secciones diferentes puesto que presenta una variación del diámetro axialmente. Para esto, tomamos de referencia la Figura 2.56, donde se observan las dimensiones del diámetro de entrada  $d_2=17.68$  cm y de salida  $d_2'=49.00$  cm, por lo que para la tercera sección tomaremos un punto medio del tubo donde el diámetro intermedio  $d_i$  viene dado por:

$$d_i = d_2' - 2 \left( \frac{L_s}{2} \tan \frac{\theta}{2} \right)$$

$$d_i = 0.49 - 2(0.75 \tan 6^\circ)$$

$$d_i = 0.33 \text{ m}$$

Habiendo obtenido los diámetros a analizar, se procede a calcular el valor de las presiones que se tienen en estos tres puntos.

a) Presión  $p_2'$  en la salida del tubo

Tomando de referencia la Figura 2.56 aplicamos la ecuación de Bernoulli en la entrada y la salida del tubo, sabiendo que:  $p_2=1.27$  kPa;  $c_2=2.37$ m/s;  $c_2'=0$ , tenemos:

$$\frac{p_2}{\gamma} + \frac{c_2^2}{2g} + Z_2 = \frac{p_2'}{\gamma} + \frac{c_2'}{2g} + Z_2'$$

$$\gamma(0.1296 + 0.286 + 1.4 - 0.20) = p'_2$$

$$p'_2 = 15.82 \text{ kPa}$$

b) Presión en punto medio

Puesto que ya conocemos el diámetro  $d_i=0.33 \text{ m}$ , calculamos la velocidad del agua en este punto con la ecuación de caudal:

$$c_i = \frac{4(0.0417)}{\pi(0.33)^2}$$

$$c_i = 0.5 \text{ m/s}$$

Aplicando nuevamente la ecuación de Bernoulli entre la entrada y el punto medio del tubo de la Figura 2.52, tenemos:

$$\frac{p_2}{\gamma} + \frac{c_2^2}{2g} + Z_2 = \frac{p_i}{\gamma} + \frac{c_i^2}{2g} + z_i$$

$$\gamma(0.1296 + 0.286 + 1.4 - 0.01 - 0.8) = p_i$$

$$p_i = 9.84 \text{ kPa}$$

Habiendo obtenido las presiones manométricas presentes en cada uno de los puntos, se debe encontrar el punto crítico del tubo. Para esto fijaremos un espesor de prueba para dicho elemento de  $t_{\text{prueba}}=1.5 \text{ mm}$  y trabajaremos con presiones absolutas, los resultados se detallan en la Tabla 3.13.

**Tabla 3.13.** Valores para cálculo de punto crítico.

Dimensión	Valor	Unidad
$t_{\text{prueba}}$	1.5	mm
$p_2$	94.91	kPa
$p_i$	103.34	kPa
$p'_2$	109.46	kPa

Fuente: Elaboración propia.

Con estos datos preliminares se calculan los esfuerzos circunferenciales y, por lo tanto, el esfuerzo de Von Mises para establecer el punto crítico del tubo tal como se muestra en la Tabla 3.14:

**Tabla 3.14.** Cálculo de esfuerzo crítico

<b>Esfuerzo / Diámetro</b>	<b>17.68 cm</b>	<b>33 cm</b>	<b>49.00 cm</b>
E. Circunferencial $\sigma_1$ (MPa)	5.60	11.4	17.9
E. Longitudinal $\sigma_2$ (MPa)	0	0	0
E. Von Mises $\sigma'$ (MPa)	5.6	11.4	17.9

Fuente: Elaboración propia.

Se observa que el mayor valor de esfuerzo de Von Mises se presenta en la salida del tubo de aspiración con un valor de 17.9 MPa, por lo tanto, para continuar el análisis de selección de material y espesor óptimo se tomará de referencia el diámetro de salida del tubo con  $d_2' = 49$  cm.

Para la selección de material se realiza una comparación de materiales con los que se podría construir un tubo de aspiración para una TF lenta y que son los más comunes en el mercado, tomando en cuenta el valor de resistencia a fluencia  $S_y$ . Los materiales por evaluar son los descritos en la Tabla 3.15:

**Tabla 3.15.** Cuadro comparativo de materiales propuestos para la construcción del tubo.

<b>Material</b>	<b>Ventajas</b>	<b>Desventajas</b>
Acero AISI 1020 HR ( $S_y = 210$ MPa)	Buena ductilidad, resistencia mecánica y soldabilidad	Mala resistencia a la abrasión y a la corrosión. Costo: Medio
Acero Inoxidable 304 ( $S_y = 276$ MPa)	Excelente ductilidad y resistencia mecánica a la corrosión	De difícil maquinación Costo: Medio Alto

Fuente: Elaboración propia.

En la Tabla 3.16, se realiza el análisis de esfuerzos iterando valores de espesores para conocer los esfuerzos obtenidos con la teoría de Von Mises y comparar con el valor de resistencia a fluencia de los materiales preseleccionados considerando un factor de seguridad  $n=2$ :

**Tabla 3.16.** Cálculo de esfuerzo máximo

<b>Esfuerzo / Espesor</b>	<b>2 mm</b>	<b>3 mm</b>	<b>4 mm</b>
E. Von Mises $\sigma'$ (MPa)	11.31	7.54	5.65
$n\sigma'$ (MPa)	22.62	15.08	11.3

Fuente: Elaboración propia.

Al comparar los valores de esfuerzos de Von Mises habiendo aplicado el factor de seguridad, se puede observar que los esfuerzos a los que está sometido el tubo son mucho menores que el valor de resistencia de fluencia de los materiales propuestos:

a) Acero AISI 1020 HR:

$$22.62 \text{ MPa} < 210 \text{ MPa}$$

b) Acero Inoxidable 304:

$$22.62 \text{ MPa} < 276 \text{ MPa}$$

En conclusión, se selecciona un material Acero Inoxidable 304 por su excelente capacidad anticorrosiva en presencia de agua y un espesor de 2 mm ya que el valor de resistencia de fluencia del material es capaz de soportar los esfuerzos críticos y que además por ser un espesor delgado representa una ventaja económica.

## **CAPÍTULO 4. SIMULACIÓN FLUIDODINÁMICA**

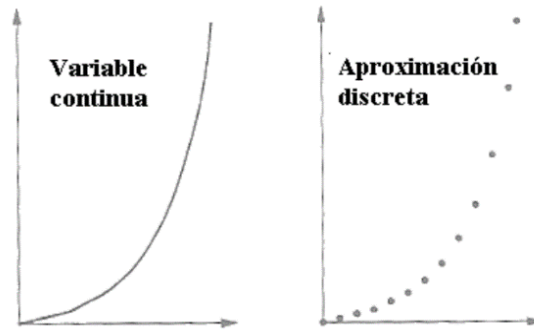
En este capítulo se detalla la metodología necesaria para realizar simulaciones fluidodinámicas en el rodete y el tubo de aspiración de la TF. Antes de la simulación, se lleva a cabo un análisis de los softwares de simulación de Dinámica de Fluidos Computacional (CFD, por sus siglas en inglés, Computational Fluid Dynamics) disponibles, con el objetivo de determinar cuál es el más adecuado según los requerimientos de simulación, la compatibilidad con los modelos desarrollados, las exigencias de hardware y la capacidad para simular las variables físicas específicas del estudio. Finalmente, se describen e ilustran las diferentes etapas en las que se divide una simulación CFD para analizar el rodete y el tubo de aspiración.

### **4.1 Dinámica de Fluidos Computacional**

La CFD es el ámbito de competencia de la mecánica de fluidos que utiliza métodos numéricos y algoritmos para resolver y analizar problemas sobre el flujo de fluidos, permitiendo predecir el comportamiento de flujo de fluidos y fenómenos relacionados; resolviendo numéricamente las ecuaciones que gobiernan estos procesos con condiciones afines al mismo en el límite de esa región.

Para una solución numéricamente aproximada es indispensable la discretización de las ecuaciones diferenciales en ecuaciones algebraicas capaces de resolverse mediante algoritmos apropiados desarrollados en su mayoría por computadores. El bajo coste de la simulación de modelos numéricos comparado con ensayos de modelos a escala real o reducida se convierte en la principal ventaja de la CFD.

El proceso de la CFD consiste en la aproximación de una variable continua en un número finito de puntos, a esto proceso se le conoce como discretización (Figura 4.1).



**Figura 4.1.** Discretización de variables.  
Fuente: (Sánchez Vázquez, 2004)

Los elementos principales en la CFD son:

1. Discretización del flujo continuo, es decir, las variables de campo (propiedades físicas del fluido que varían en el espacio y el tiempo como densidad, velocidad, presión, temperatura, etc.) se aproximan por un número finito de valores en puntos llamados nodos.
2. Las ecuaciones de movimiento también se discretizan, es decir, se aproximan en función de los valores en los nodos:

$$\begin{array}{ccc} \text{Ecuaciones integrales} & \Rightarrow & \text{Ecuaciones algebraicas} \\ \text{(continuas)} & & \text{(discretas)} \end{array}$$

3. El sistema de ecuaciones algebraicas se resuelve y se obtienen los valores de las variables en todos los nodos.

La CFD ha sido empleada en una gran cantidad de campos de la ingeniería, entre los que se pueden destacar:

- Aerodinámica: aviones y automóviles.
- Hidráulica: redes de tuberías, depósitos, canales, presas, etc.
- Turbomáquinas: bombas y turbinas.
- Transferencia de calor: sistemas de calentamiento o enfriamiento, motores de combustión, etc.
- Ingeniería de procesos: mezcla y reacciones químicas.
- Ingeniería biomédica: flujo de la sangre en el corazón, venas y arterias.
- Electrónica: refrigeración de circuitos.

Observamos que la CFD tiene una aplicación extensa en diversos sectores industriales, facilitando el diseño y fabricación de productos al permitirnos evaluar diferentes escenarios de flujo.

#### 4.2 Procedimiento de una simulación CFD

El procedimiento para una simulación CFD consta de cuatro etapas, detalladas en la Figura 4.2.



**Figura 4.2.** Etapas para la solución de un problema mediante CFD.  
Fuente: Elaboración propia.

##### 1) Creación de la geometría y de la malla.

La generación de la geometría y mallado constituyen las primeras etapas de la simulación. Antes de generar una malla es necesario reproducir el cuerpo geométrico cerrado a estudiar y definir las regiones del volumen de control donde se desea caracterizar el flujo. Los pasos por seguir son:

- a) Creación de la geometría: se modela la geometría del dominio de interés a través de softwares CAD.
- b) Generación de la malla: aquí es donde se aplica la discretización espacial. El dominio continuo se divide en pequeños volúmenes de control o elementos. Se deben crear regiones de flujo de fluidos y regiones sólidas (paredes) así como establecer propiedades para la malla.

## 2) Preprocesamiento.

Esta etapa consiste en un proceso interactivo para cerrar el conjunto de datos requeridos para la resolución del problema. Los archivos de malla se cargan y guardan en el preprocesador después se definen las condiciones de contorno y propiedades del fluido necesarias para el análisis.

Es aquí donde se aplican los métodos de discretización de las ecuaciones diferenciales, transformando las ecuaciones diferenciales continuas en un sistema de ecuaciones algebraicas discretas mediante los métodos de discretización.

## 3) Resolución.

Una vez establecidas las condiciones físicas del problema, las ecuaciones asociadas son resueltas numéricamente usando métodos como el de volúmenes finitos. Su funcionamiento se describe a continuación:

- a) Resolución de la simulación: se resuelven las ecuaciones algebraicas discretas iterativamente utilizando algoritmos numéricos. En cada iteración un error o residuo es reportado como medida de conservación de las propiedades del fluido. Durante esta etapa, se utiliza la malla y las ecuaciones discretizadas para obtener la solución del problema de flujo.

b) Monitoreo de la convergencia: se verifica que los residuos de las ecuaciones disminuyan y que la solución se estabilice. Esto puede implicar ajustes y resolver nuevamente.

#### 4) Postprocesamiento.

El postprocesador es el componente utilizado para el análisis, visualización y presentación de los resultados numéricos obtenidos en la etapa precedente. Con esto, es posible representar las diferentes variables y propiedades del flujo en todo el volumen de control previamente establecido.

Dentro de las características del postprocesador se mencionan algunas importantes:

- Visualización de la geometría y volúmenes de control.
- Gráficos vectoriales que muestran la dirección y la magnitud del flujo.
- Visualización gráfica de la variación de variables escalares como temperatura, presión, velocidad, etc., a través del dominio.
- Animaciones

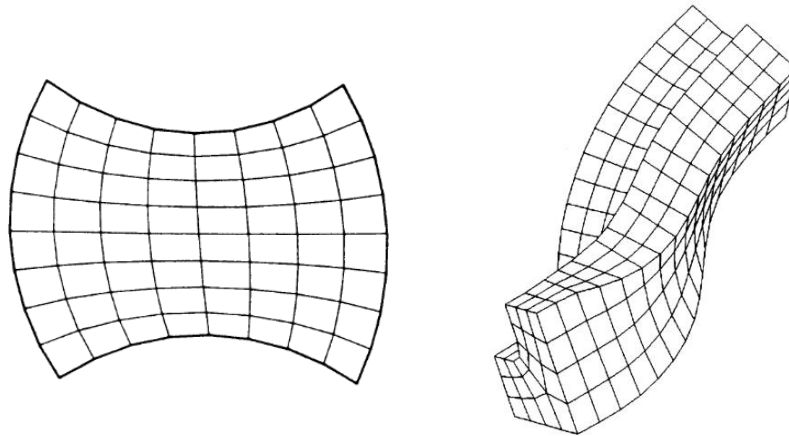
Además de las etapas antes mencionadas, un análisis completo de CFD debe incluir una etapa de validación y documentación de resultados

#### **4.2.1 Discretización espacial.**

El primer paso en la aplicación de la CFD implica la discretización espacial del dominio. El objetivo principal es dividir el dominio continuo de la solución en un número finito de partes más pequeñas (elementos, volúmenes, o nodos), lo que permite representar las variables del problema en puntos discretos. Aunque existen diversos métodos para la discretización del problema las mallas pueden ser clasificadas como: estructuradas y no estructuradas.

a) Malla estructurada.

Por malla estructurada se entiende toda discretización cuya conectividad sigue un patrón reticular (Figura 4.3). Las celdas de la malla adoptan formas cuadriláteras (2D), o hexaédricas (3D), aunque a partir de ellos, se pueden generar triángulos y tetraedros, respectivamente.



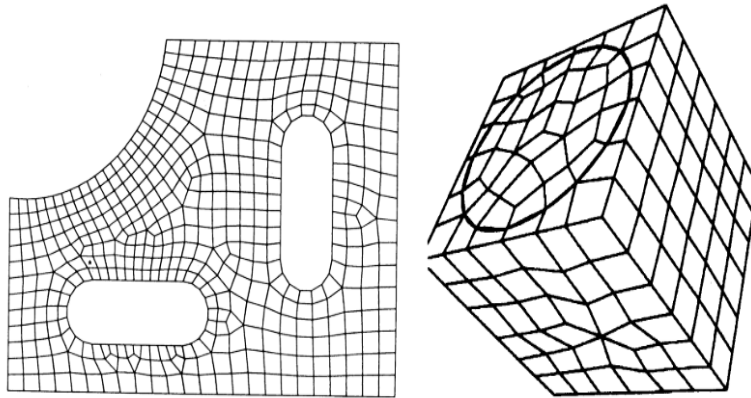
**Figura 4.3.** Mallas estructuradas cuadrilátera y hexaédrica.  
Fuente: (Díaz & Nuño, 2000)

Estos mallados pueden adoptar representaciones en un sistema cartesiano o curvilíneo. En el primero, las líneas que definen las celdas son siempre paralelas al sistema de ejes coordenados, mientras que, en los sistemas curvilíneos, el sistema de coordenadas es deformado para ajustarse a la geometría del objeto de estudio.

La principal ventaja de los mallados estructurados radica en la ordenación de los elementos en memoria, lo que facilita el acceso a las celdas vecinas. Estas mallas pueden clasificarse a su vez en: mallas ortogonales y mallas no ortogonales. Su desventaja es que la creación de la retícula impone unas fuertes condiciones sobre el contorno del dominio, por lo que en muchos casos este tipo de discretización no es realizable o, siéndolo, presenta una baja calidad.

b) Malla no estructurada.

Las celdas y los nodos de la malla no tienen un orden particular por lo que tienen diferente número de elementos vecinos (Figura 4.4). Los elementos de la malla, en este caso, son una combinación de cuadriláteros y triángulos (2D) y tetraedros y hexaedros (3D).

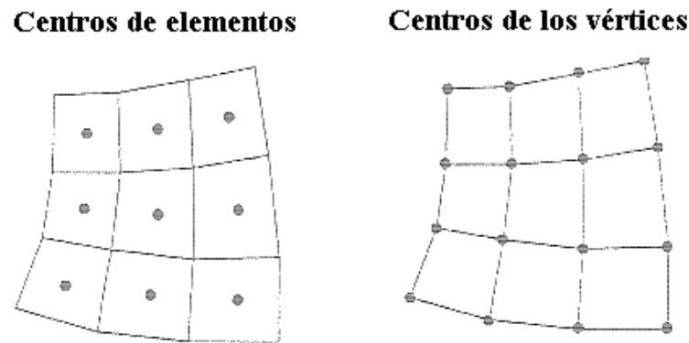


**Figura 4.4.** Mallas no estructuradas cuadrilátera y hexaédrica.  
Fuente: (Díaz & Nuño, 2000)

Este mallado ofrece gran flexibilidad en el procesamiento de geometrías complejas, ya que los triángulos o los tetraedros se pueden generar automáticamente, independientemente de la complejidad del dominio.

El tiempo utilizado para generar una malla no estructurada es mucho menor que el que requiere una malla estructurada. La ventaja de este mallado es que los resultados obtenidos dependen del refinamiento que se realice en la malla, además este tipo de malla se adapta de mejor forma al dominio sin restricciones en cuanto al número de elementos vecinos ni nodos. Su desventaja es que presentan los algoritmos más complicados por lo que los cálculos pueden ser menos eficientes a comparación de los de mallado estructurado.

Dependiendo el método de discretización las mallas también pueden ser: con nodos en el centro de los elementos o centrados en los vértices (Figura 4.5).



**Figura 4.5.** Mallas con nodos centrados en los elementos y en los vértices.  
Fuente: (Sánchez Vázquez, 2004)

#### **4.2.2 Discretización de las ecuaciones.**

El segundo paso en la aplicación de la CFD comprende la discretización de las ecuaciones del problema, es decir, transformar ecuaciones diferenciales parciales en ecuaciones algebraicas que pueden ser resueltas numéricamente.

Los métodos de discretización más difundidos son: a) el método de las diferencias finitas (MDF), b) el método de los elementos finitos (MEF) y c) el método de los volúmenes finitos (MVF), siendo este último el más utilizado en estudios CFD. Con esos métodos, se intercambia el dominio continuo por un dominio discreto, donde un conjunto de volúmenes de control es utilizado para representar el dominio original.

##### a) Método de diferencias finitas.

Empleado por primera vez por Euler en 1768, es un método aplicado para obtener una solución numérica de unas ecuaciones diferenciales. El método se basa en una aproximación de las derivadas parciales por expresiones algebraicas con los valores de la variable en un limitado número de puntos

seleccionados, teniendo como punto de partida las series de Taylor. Como resultado de la aproximación, la ecuación diferencial parcial que describe el problema es reemplazada por un número finito de ecuaciones algebraicas, en términos de los valores de la variable dependiente en puntos seleccionados.

La ventaja de este método es su sencillez teórica y la posibilidad de aumentar la precisión al aumentar el orden de aproximación de las derivadas. Sin embargo, su desventaja es que al emplear mallas principalmente estructuradas el campo de aplicación se reduce a problemas con geometrías sencillas.

#### b) Método de Elementos Finitos.

Introducido por Turner en 1956, inicialmente concebido para resolver problemas estructurales y, posteriormente para resolver de ecuaciones en medios continuos en diferentes campos de la ingeniería como la mecánica de fluidos, mecánica de suelos, conducción de calor, etc.

El MEF divide el medio continuo en un número finito de elementos cuyo comportamiento se define mediante un número finito de parámetros asociados a ciertos puntos característicos, denominados nodos. El comportamiento dentro de cada elemento queda definido a partir del comportamiento de los nodos mediante las llamadas funciones de forma (o de interpolación).

Para la resolución de las ecuaciones de Euler y Navier-Stokes el método comienza con una división del dominio en elementos triangulares (2D) o tetraédricos (3D) generando una malla no estructurada. Debido a la utilización de mallas no estructuradas este método puede ser empleado para flujos no Newtonianos, y para problemas con geometrías complejas. En ciertos casos el MEF es matemáticamente equivalente al MVF.

c) Método de Volúmenes Finitos.

Introducido por primera vez por McDonald para simular un problema 2D no viscoso, destaca por su enfoque directo en las ecuaciones de conservación de masa, cantidad de movimiento y energía en su forma integral. Este método implica la división del dominio de simulación en una serie de pequeños volúmenes o celdas de control interconectadas. Su versatilidad se manifiesta en su capacidad para ser aplicado tanto en mallas estructuradas como no estructuradas, convirtiéndolo en la opción preferida para resolver flujos en geometrías complejas. Es el método mayormente utilizado en aplicaciones de CFD y transferencia de calor.

**Tabla 4.1.** Comparación entre los métodos de discretización.

<b>Característica</b>	<b>MDF</b>	<b>MEF</b>	<b>MVF</b>
Principio	Aproximación de derivadas continuas mediante diferencias finitas entre puntos de la malla.	Aproximación de las variables dentro de cada elemento utilizando funciones de forma.	Integración de ecuaciones sobre volúmenes de control y conservación de las cantidades físicas.
Aplicaciones	Problemas sencillos de transferencia de calor, dinámica de fluidos en geometrías simples.	Mecánica estructural, transferencia de calor, electromagnetismo.	Simulación de fluidos, transferencia de calor.
Tipo de Malla	Principalmente estructurada.	Estructurada y no estructurada.	Estructurada y no estructurada.
Flexibilidad geométrica	Mejor para geometrías simples y regulares.	Ideal para geometrías complejas e irregulares.	Puede manejar geometrías complejas.

Fuente: Elaboración propia.

En la Tabla 4.1 se comparan las características principales de los métodos de discretización descritos anteriormente.

Los métodos numéricos representan entidades físicas continuas mediante entidades discretas equivalentes. Esto permite obtener resultados en cada punto del sistema y evaluar más rápido, cualquier cambio en las condiciones de este. Independientemente de la metodología seleccionada para resolver las ecuaciones de gobierno, se deberá de especificar condiciones iniciales y de frontera.

#### **4.2.3 Ecuaciones de Navier-Stokes.**

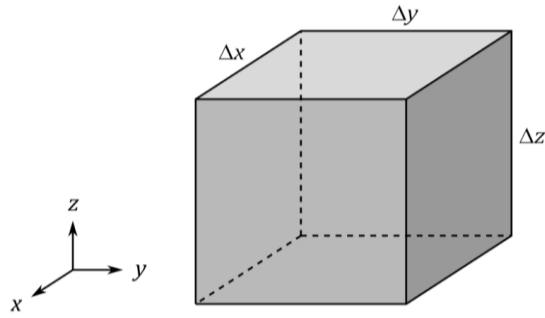
En la tercera etapa del análisis CFD, las ecuaciones a resolver provienen de las ecuaciones de conservación que gobiernan el comportamiento de los fluidos y los fenómenos relacionados. Estas ecuaciones son un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales que representan la:

- a) Conservación de masa.
- b) Cantidad de movimiento.
- c) Conservación de la energía.

Dichas ecuaciones se cumplen en el caso de fluidos homogéneos. A continuación, se describen estas ecuaciones:

- a) Ecuación de conservación de masa.

Considérese un volumen de control fijo en el espacio (Figura 4.6), en un sistema de coordenadas rectangulares, cuyos lados miden  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  y  $\Delta z$  (por lo tanto, su volumen es  $\Delta V = \Delta x \Delta y \Delta z$ ).



**Figura 4.6.** Volumen de control.  
Fuente: (Cruz, 2024)

Si suponemos estado transitorio, que la velocidad y la densidad dependen de la posición y del tiempo y que las tres componentes de velocidad del fluido con diferentes de cero, al realizar un balance de masa para ese volumen de control, durante un intervalo de tiempo  $\Delta t$ , se tienen las contribuciones que se detallan en la Tabla 4.2.

**Tabla 4.2.** Contribuciones en el balance de masa.

entrada de masa por advección en $x$	$\rho v_x _x \Delta y \Delta z \Delta t$
salida de masa por advección en $x + \Delta x$	$\rho v_x _{x+\Delta x} \Delta y \Delta z \Delta t$
entrada de masa por advección en $y$	$\rho v_y _y \Delta x \Delta z \Delta t$
salida de masa por advección en $y + \Delta y$	$\rho v_y _{y+\Delta y} \Delta x \Delta z \Delta t$
entrada de masa por advección en $z$	$\rho v_z _z \Delta x \Delta y \Delta t$
salida de masa por advección en $z + \Delta z$	$\rho v_z _{z+\Delta z} \Delta x \Delta y \Delta t$
generación de masa	no existe
acumulación de masa en el volumen de control	$\rho _{t+\Delta t} \Delta x \Delta y \Delta z - \rho _t \Delta x \Delta y \Delta z$

Fuente: (Cruz, 2024)

Escribiendo todas las contribuciones en el balance, se tiene:

$$\frac{\rho v_x|_{x+\Delta x} - \rho v_x|_x}{\Delta x} - \frac{\rho v_y|_{y+\Delta y} - \rho v_y|_y}{\Delta y} - \frac{\rho v_z|_{z+\Delta z} - \rho v_z|_z}{\Delta z} = \frac{\rho|_{t+\Delta t} - \rho|_t}{\Delta t}$$

Tomando el límite cuando  $\Delta x \rightarrow 0$ ,  $\Delta y \rightarrow 0$  y  $\Delta z \rightarrow 0$  y  $\Delta t \rightarrow 0$ , se obtienen derivadas, que son parciales porque tanto la densidad como los tres

componentes de la velocidad pueden depender de las tres coordenadas y del tiempo:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x) - \frac{\partial}{\partial y}(\rho v_y) - \frac{\partial}{\partial z}(\rho v_z) = \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

Esta ecuación se puede reacomodar igualándola a cero, para hacer énfasis en que la materia no se crea ni se destruye, sino que queda repartida entre los diversos términos de la ecuación (es decir, es una cantidad conservada):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v_y) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho v_z) = 0$$

En notación vectorial la ecuación de continuidad se expresa como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (4.1)$$

b) Ecuación de la cantidad de movimiento.

Considérese el volumen de control fijo en el espacio de la Figura 4.6, dado que el momentum es un vector, se debe realizar un balance en cada una de las tres direcciones ( $x$ ,  $y$  y  $z$ ). Al realizar un balance de masa para ese volumen de control en la dirección  $x$ , durante un intervalo de tiempo  $\Delta t$ , sin asumir estado estable, se tienen las siguientes contribuciones:

**Tabla 4.3.** Contribuciones de momentum por advección en la dirección  $x$ .

entrada de momentum por advección en $x$	$\rho v_x v_x _x \Delta y \Delta z \Delta t$
salida de momentum por advección en $x + \Delta x$	$\rho v_x v_x _{x+\Delta x} \Delta y \Delta z \Delta t$
entrada de momentum por advección en $y$	$\rho v_x v_y _y \Delta x \Delta z \Delta t$
salida de momentum por advección en $y + \Delta y$	$\rho v_x v_y _{y+\Delta y} \Delta x \Delta z \Delta t$
entrada de momentum por advección en $z$	$\rho v_x v_z _z \Delta x \Delta y \Delta t$
salida de momentum por advección en $z + \Delta z$	$\rho v_x v_z _{z+\Delta z} \Delta x \Delta y \Delta t$

Fuente: (Cruz, 2024)

**Tabla 4.4.** Contribuciones de momentum por transporte viscoso en la dirección x.

entrada de momentum por transporte viscoso en x	$\tau_{xx} _x \Delta y \Delta z \Delta t$
salida de momentum por transporte viscoso en x + Δx	$\tau_{xx} _{x+\Delta x} \Delta y \Delta z \Delta t$
entrada de momentum por transporte viscoso en y	$\tau_{yx} _y \Delta x \Delta z \Delta t$
salida de momentum por transporte viscoso en y + Δy	$\tau_{yx} _{y+\Delta y} \Delta x \Delta z \Delta t$
entrada de momentum por transporte viscoso en z	$\tau_{zx} _z \Delta x \Delta y \Delta t$
salida de momentum por transporte viscoso en z + Δz	$\tau_{zx} _{z+\Delta z} \Delta x \Delta y \Delta t$

Fuente: (Cruz, 2024)

**Tabla 4.5.** Generación de momentum en la dirección x.

generación de momentum por fuerzas de presión	$P _x \Delta y \Delta z \Delta t - P _{x+\Delta x} \Delta y \Delta z \Delta t$
generación de momentum por fuerza de gravedad	$\rho g_x \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t$

Fuente: (Cruz, 2024)

**Tabla 4.6.** Acumulación de momentum en la dirección x.

acumulación de momentum en el volumen de control	$\rho v_x _{t+\Delta t} \Delta x \Delta y \Delta z - \rho v_x _t \Delta x \Delta y \Delta z$
--	--

Fuente: (Cruz, 2024)

Escribiendo todas las contribuciones en el balance y tomando el límite cuando  $\Delta x \rightarrow 0$ ,  $\Delta y \rightarrow 0$  y  $\Delta z \rightarrow 0$  y  $\Delta t \rightarrow 0$ , se obtienen derivadas, que son parciales porque la densidad, los tres componentes de la velocidad, los tres componentes del esfuerzo, y la presión pueden depender de las tres coordenadas y del tiempo:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x v_x) - \frac{\partial}{\partial y}(\rho v_x v_y) - \frac{\partial}{\partial z}(v_x \rho v_z) - \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} - \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} - \frac{\partial \rho}{\partial t} - \rho g_x \\ = \frac{\partial}{\partial t}(\rho v_x) \end{aligned}$$

Igualándola a cero para hacer énfasis en que el momentum no se crea ni se destruye, sino que queda repartido entre los diversos términos de la ecuación:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho v_x) - \frac{\partial}{\partial x}(\rho v_x^2) - \frac{\partial}{\partial y}(\rho v_x v_y) - \frac{\partial}{\partial z}(v_x \rho v_z) - \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} - \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} - \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} - \frac{\partial \rho}{\partial t} - \rho g_x \\ = 0 \end{aligned}$$

Si este proceso se repite para las direcciones  $y$  y  $z$  se obtienen las ecuaciones de conservación para los otros dos componentes del momento. Así, las tres ecuaciones se pueden representar juntas, de forma compacta, empleando notación vectorial:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) + \nabla \cdot \vec{\tau} + \nabla P - \rho \vec{g} = 0$$

Para un fluido newtoniano de densidad y viscosidad constantes, la ecuación de conservación de momento se puede escribir como:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) - \mu \nabla^2 \vec{v} + \nabla P - \rho \vec{g} = 0 \quad (4.2)$$

Esta ecuación, y las tres ecuaciones correspondientes a cada componente del momento, se conocen como ecuaciones de Navier-Stokes.

c) Ecuación de la conservación de la energía.

Para obtener la ecuación de la conservación de la energía, se parte de la ecuación de la primera ley de la termodinámica, la cual dicta que, en un sistema cerrado, el cambio de energía que se produce en dicho sistema viene dado por la suma del trabajo realizado sobre ese sistema y la transferencia neta de calor que hay desde o hacia el sistema en cuestión.

Del balance de energía se obtiene que:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c_p \vec{v} \cdot \nabla T - k \nabla^2 T - \mu \phi_v - \dot{G} = 0 \quad (4.3)$$

En donde el primer y el segundo termino hace referencia la energía interna expresada en términos de temperatura, el tercer término describe la ley de Fourier para conductividad térmica constante, el cuarto término representa la disipación viscosa y el último expresa la generación de energía dentro del volumen de control.

### 4.3 Softwares de simulación

Un programa CFD es una herramienta de software diseñada para simular y analizar el comportamiento de los fluidos en un entorno guiados por la resolución de ecuaciones que describen los fenómenos físicos involucrados. En una simulación CFD se definen las condiciones límites en las superficies de los objetos dentro del dominio y en el dominio mismo para simular situaciones del mundo real, considerando direcciones de flujo, propiedades de los materiales y las condiciones iniciales permitiéndonos visualizar resultados de simulación como distribuciones de velocidad, presión, temperatura, etc. Además, nos facilita la optimización de diseños evaluando múltiples configuraciones y escenarios.

Cabe resaltar que un programa CFD difiere de un programa de dibujo CAD (Computed Aided Design) puesto que este último se centra en la creación visual y geométrica de los modelos para el diseño y representación de objetos, sin embargo, son herramientas complementarias.

Para seleccionar el programa de simulación que se utilizará en este capítulo, es necesario tener en cuenta los recursos computacionales disponibles (Tabla 4.7), ya que estos determinarán el software a seleccionar.

**Tabla 4.7.** Información del recurso computacional disponible.

<b>Característica</b>	<b>Descripción</b>
Edición Windows	Windows 11
Procesador	Intel® Core™ i7-9750H CPU @ 2.60GHz
Memoria instalada (RAM)	16 GB
Tipo de sistema	64 Bits
Disco duro principal	256GB SSD
Tarjeta gráfica	NVIDIA GeForce GTX 1660Ti 6GB

Fuente: Elaboración propia

Se han preseleccionado 4 programas de simulación CFD para llevar a cabo una comparación y determinar cuál es el más adecuado en función de los objetivos de la investigación y de los recursos computacionales disponibles

### 1) Ansys.

Ansys es una plataforma de simulación integrada que permite a los ingenieros realizar simulaciones y análisis estructurales, de fluidos, electromagnéticos y de sistemas completos en una sola interfaz. Integra herramientas de software de CFD que permiten a los usuarios diseñar y optimizar turbomáquinas, incluidas bombas, turbinas, compresores, ventiladores y otras maquinarias rotativas. Estas herramientas utilizan el MVF para resolver las ecuaciones que gobiernan el flujo de fluidos, dividiendo el dominio en pequeños e interconectados volúmenes de control, luego, el valor de las variables (como velocidades y temperaturas) son calculadas en los vértices de estas divisiones.

En la Tabla 4.8 se detallan los requerimientos de hardware para la instalación del software Ansys.

**Tabla 4.8.** Requisitos mínimos de hardware para Ansys Student 2023.

<b>Característica</b>	<b>Descripción</b>
Requisitos mínimos de hardware	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Procesador CPU: Intel o AMD de 64 bits.</li> <li>- RAM: 4 GB</li> <li>- Tarjeta gráfica: 1 GB de video RAM, soporta OPENGL 4.5 y DirectX11.</li> <li>- Memoria: 50 GB disponibles.</li> </ul>
Costo	Gratis, con limitaciones de software.

Fuente: Elaboración propia

### 2) Autodesk CFD

Autodesk CFD es una solución de simulación basada en CFD que permite a los usuarios realizar análisis detallados del flujo de fluidos, la transferencia de

calor y el comportamiento térmico de sus diseños para optimizar y validar proyectos de manera virtual antes de proceder a la fabricación física, lo que resulta en un ahorro considerable tanto en tiempo como en costos.

Una de las capacidades más importantes de Autodesk CFD es su integración con otros softwares de CAD, como Autodesk Inventor y SolidWorks, facilitando la importación de modelos 3D directamente a Autodesk CFD, permitiendo que los usuarios trabajen con diseños complejos de manera eficiente. Asimismo, proporciona funciones automatizadas de mallado que adaptan la densidad de la malla a las áreas de interés, mejorando la precisión de los resultados de las simulaciones. Similar a otras herramientas de CFD, Autodesk CFD utiliza el MVF para resolver las ecuaciones de Navier-Stokes.

La Tabla 4.9 muestra los requisitos para la instalación de Autodesk CFD.

**Tabla 4.9.** Requisitos mínimos de hardware para Autodesk CFD 2019.

Característica	Descripción
Requisitos mínimos de hardware	-Procesador CPU: Intel i7-4710MQ a 2,5 GHz -RAM: 8 GB -Tarjeta gráfica dedicada NVIDIA Quadro o AMD Radeon Pro con al menos 1 GB de video. -Memoria: SSD con al menos 10 GB para instalación
Costo	-Uso comercial: \$9,500-\$11,000 licencia anual -Uso académico: gratis.

Fuente: Elaboración propia

### 3) SolidWorks Flow Simulation

SolidWorks Flow Simulation es una herramienta de CFD integrada en SolidWorks que permite a los ingenieros analizar el comportamiento del flujo de fluidos y la transferencia de calor en y alrededor de los diseños de productos. Este software está diseñado para ser fácil de usar, lo que permite a ingenieros

realizar análisis de CFD directamente dentro del entorno de diseño CAD de SolidWorks. Entre sus capacidades, se incluyen: análisis de flujo interno y externo, transferencia de calor, estudios de ventilación y climatización, etc.

Su método de discretización por el MVF y sus capacidades de mallado adaptativo proporcionan una buena combinación de precisión y eficiencia computacional.

Los requisitos de hardware de este software se muestran en la Tabla 4.10.

**Tabla 4.10.** Requisitos mínimos de hardware para SolidWorks 2020.

<b>Característica</b>	<b>Descripción</b>
Requisitos mínimos de hardware	-Procesador CPU: Intel o AMD, 64 bits -RAM: 8 GB -Tarjeta gráfica: Dispensable, 4 GB mínimo. -Memoria: Se recomienda SSD para óptimo rendimiento con al menos 25 GB para su instalación.
Costo	-Uso comercial: \$2,820 por año; \$4,195 licencia perpetua -Uso académico: \$49 por año.

Fuente: Elaboración propia

#### 4) OpenFoam.

OpenFOAM (Open Source Field Operation and Manipulation), desarrollado por ESI-OpenCFD en 2004, es una herramienta de CFD de código abierto ampliamente utilizada en la investigación académica y en la industria. Destinado principalmente al modelamiento computacional de la mecánica de fluidos, el software trabaja tanto en sistema Windows y Linux utilizando el lenguaje de programación C++. Posee alta compatibilidad con otros sistemas de simulación CFD tales como Ansys.

OpenFOAM crea mallas estructuradas hexaédricas y utiliza el MVF para la discretización de las ecuaciones de Navier-Stokes, sin embargo, a diferencia

de los softwares descritos anteriormente, por ser de código abierto requiere de amplios conocimientos de programación en lenguaje C++ y no posee un entorno integrado con un software CAD para la generación de geometría.

La Tabla 4.11 muestra los requisitos de hardware de OpenFoam.

**Tabla 4.11.** Requisitos mínimos de hardware para OpenFoam.

<b>Característica</b>	<b>Descripción</b>
Requisitos mínimos de hardware	-Procesador CPU: multinúcleo moderno (x86_64) -RAM: al menos 4 GB -Tarjeta gráfica: Dispensable -Memoria: 10 GB de espacio libre
Costo	-Software libre (gratuito)

Fuente: Elaboración propia

Para nuestro caso, seleccionaremos dos herramientas de simulación CFD: SolidWorks Flow Simulation y Ansys para estudiar el comportamiento del flujo en el tubo de aspiración y en el rodete respectivamente. Esto debido a que Ansys integra módulos para el diseño de turbomáquinas, por lo cual, el rodete puede ser diseñado y simulado desde el mismo entorno. Por otra parte, el tubo de aspiración, al tratarse de una geometría relativamente simple puede ser diseñado y simulado directamente desde el entorno de SolidWorks. Ambos softwares serán utilizados en sus versiones académicas por lo que se prevé que existan limitantes en la ejecución de las simulaciones.

#### **4.4 Simulación fluidodinámica de los componentes.**

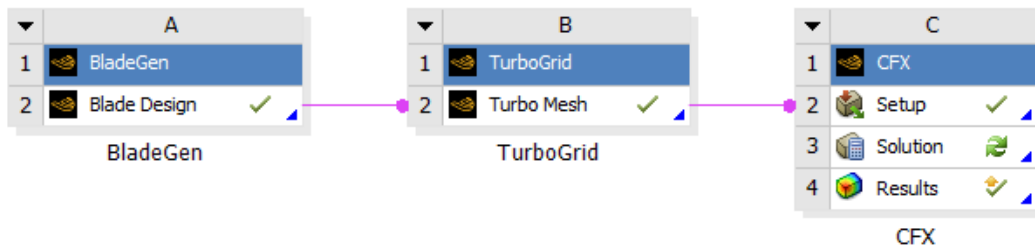
En esta sección se realizaremos las simulaciones fluidodinámicas CFD tanto del rodete como del tubo de aspiración, definiendo los valores de los parámetros fijos y variables, también las simplificaciones usadas, para luego cuantificar y analizar los resultados obtenidos.

#### 4.4.1 Simulación CFD del rodete.

El software que vamos a emplear para realizar la simulación del flujo a través del rodete es CFX, perteneciente a la familia de Ansys. Los pasos por seguir para el estudio CFD se enlistan a continuación:

- a) Definición de la geometría.
- b) Creación del mallado.
- c) Preprocesamiento.
- d) Resolución.
- e) Postprocesamiento o visualización de los resultados.
- f) Análisis e interpretación de resultados

Para efectuar el análisis del rodete en Ansys, se seguirán los pasos; siguiendo el orden alfabético, del diagrama de flujo con los componentes usados, como se muestra en la Figura 4.7.

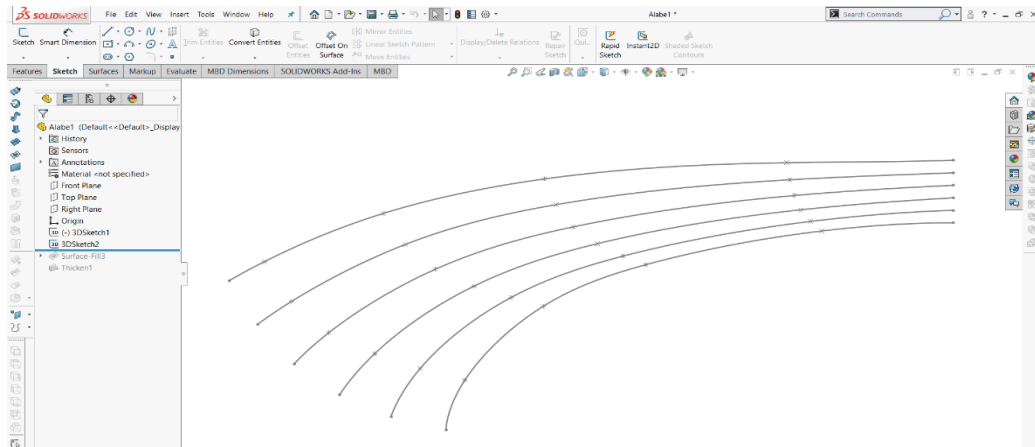


**Figura 4.7.** Esquema análisis CFD.  
Fuente: Elaboración propia.

- a) Definición de la geometría.

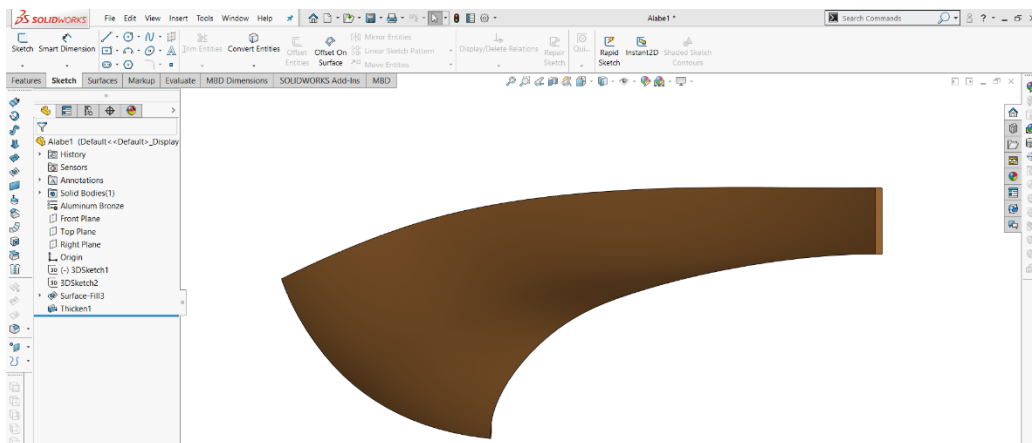
Para el modelado CAD del rodete, se utilizó el programa SolidWorks. El procedimiento seguido para obtener el perfil del álabe; de acuerdo al trazado de red de corriente obtenido en el Capítulo 2, se presenta a continuación.

- 1) Se traza el perfil hidráulico en coordenadas  $r$ ,  $z$ ,  $\varphi$  para la línea interior (i) y exterior (e) y se plotean los puntos en coordenadas  $r$ ,  $z$ ,  $\varphi$  para cada línea de corriente (Figura 4.8).



**Figura 4.8.** Trazado de líneas de corriente para la obtención del álabe.  
Fuente: Elaboración propia.

- 2) Luego se unen las líneas mediante la operación Relleno de Superficie y se asigna un espesor, obteniendo como resultado el álabe de la Figura 4.9.



**Figura 4.9.** Modelado del álabe en SolidWorks.  
Fuente: Elaboración propia.

La Figura 4.10 muestra una vista en isométrico y una proyección ortogonal del álabe en donde observamos que el perfil del álabe resultante no presenta un álabeo suavizado ni uniforme, esto se atribuye al porcentaje de error obtenido al emplear el método de las aproximaciones sucesivas (Tabla 2.9).

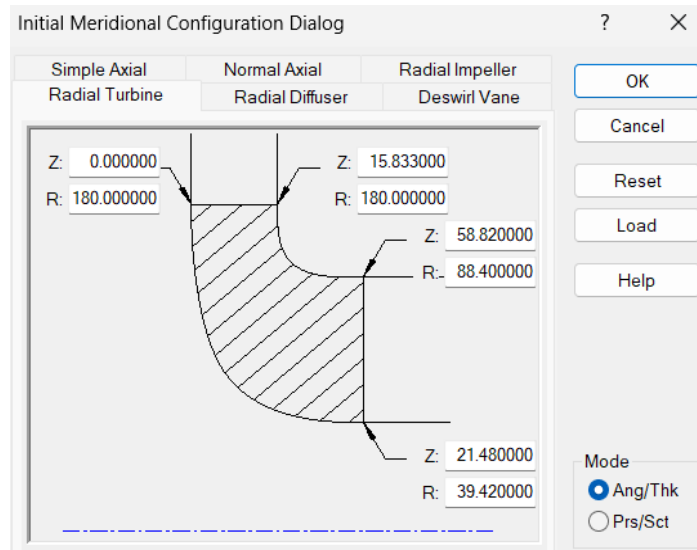


**Figura 4.10.** Vista en isométrico y proyección ortogonal del álabe.  
Fuente: Elaboración propia.

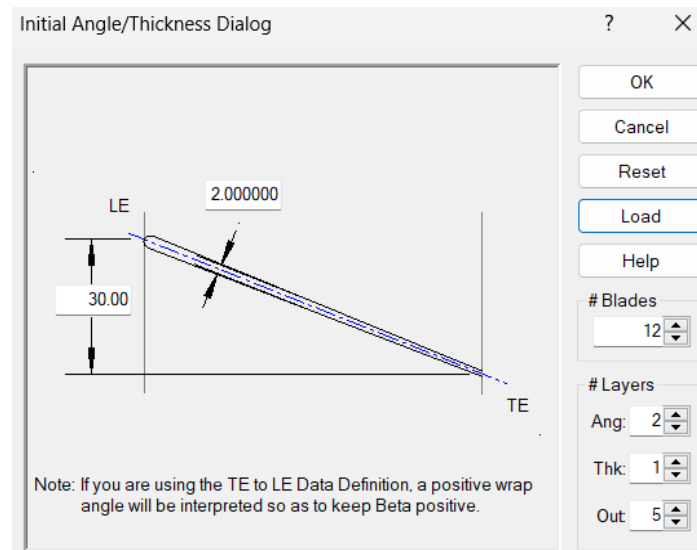
Con el fin de obtener un diseño más preciso del álabe, la geometría final se obtuvo mediante el módulo BladeGen de Ansys la cual es una herramienta especializada para el diseño de perfiles de álabes de turbomáquinas.

Para generar el modelo en BladeGen, de las 6 opciones de diseño que ofrece el módulo, seleccionamos la opción de Turbina Radial y se introducen los valores calculados en el Capítulo 2 de radio interior, radio exterior y altura del álabe como se detalla en la Figura 4.11.

Después BladeGen requiere que definamos del ángulo que ocupa el álabe; medido desde el borde de ataque (LE) hasta el borde de salida (TE), su espesor, así como el número total de álabes. El ángulo que ocupa el álabe se fija de  $30^\circ$  tal como se estableció en el Capítulo 2, por otra parte, para efectos de simplificación en el mallado, se establece un espesor de 2 mm (Figura 4.12).

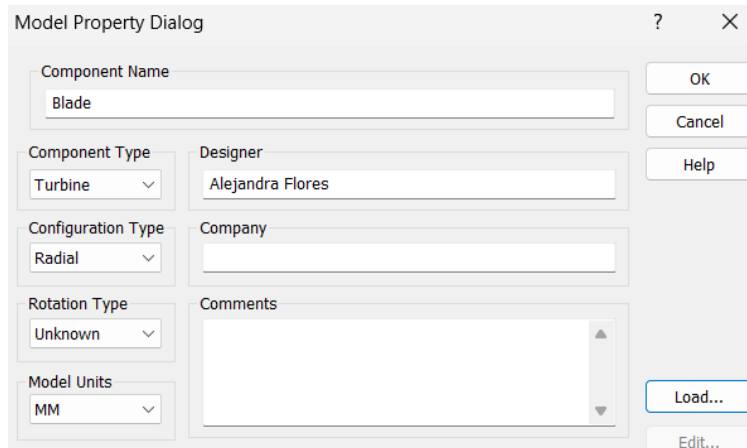


**Figura 4.11.** Configuración en BladeGen.  
Fuente: Obtenido de Ansys.



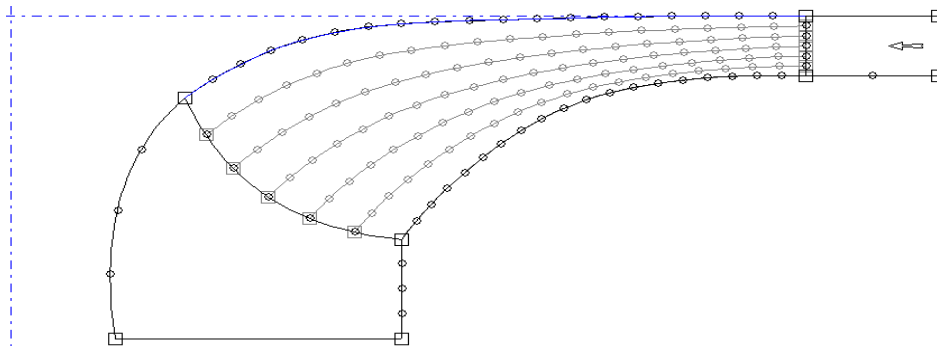
**Figura 4.12.** Configuración en BladeGen.  
Fuente: Obtenido de Ansys.

Ahora definimos que el modelo se trata de una turbina radial y que las unidades introducidas de longitud serán en milímetros tal como en la Figura 4.13.



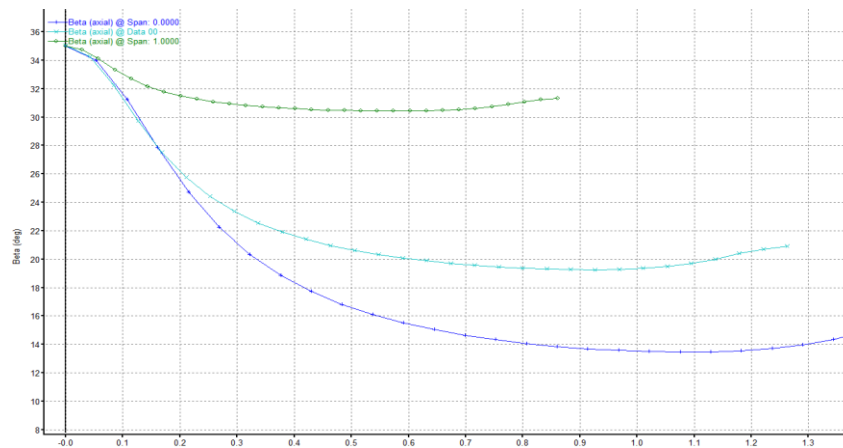
**Figura 4.13.** Propiedades del modelo en BladeGen.  
Fuente: Obtenido de Ansys.

Ahora ploteamos las coordenadas  $r$ ,  $z$  intermedias entre los puntos  $1i$ ,  $2i$ ,  $1e$  y  $2e$  obtenidos en el Capítulo 2, y establecemos siete líneas equipotenciales para completar la proyección meridional del rodete (Figura 4.14)



**Figura 4.14.** Proyección meridional del álabe.  
Fuente: Obtenido de Ansys.

El programa genera la entrada y la salida del rodete por defecto en el sentido que sigue la flecha (Figura 4.14.) Asimismo, define los ángulos  $\beta_1$  y  $\beta_2$  por defecto en función del ángulo  $\varphi$  ocupado por el álabe. Como observamos en la Figura 4.15 estos ángulos no son exactamente los calculados en el Capítulo 2 puesto a la imprecisión de los cálculos.



**Figura 4.15.** Ángulos  $\beta$  obtenido de BladeGen.  
Fuente: Obtenido de Ansys.

Una vez obtenido el rodete final, se procede a realizar el modelado del rodete en SolidWorks. A continuación, se definen el procedimiento seguido para el modelado del rodete.

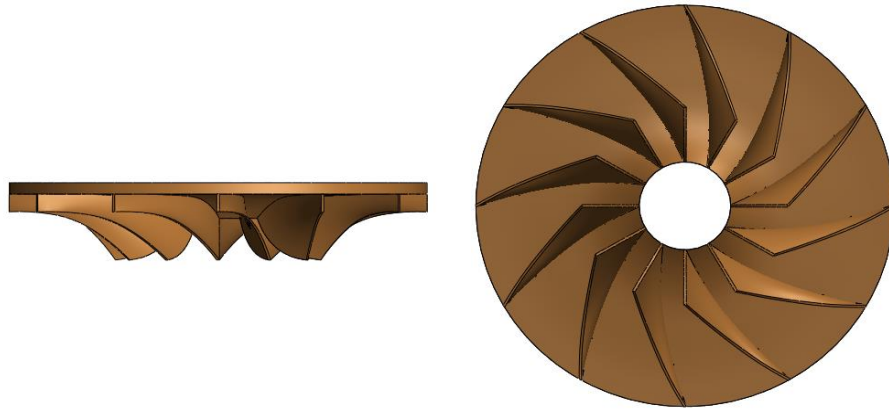
- 1) Exportamos el álabe obtenido en Ansys. La Figura 4.16 muestra una vista en isométrico y una proyección ortogonal del álabe.



**Figura 4.16.** Vista en isométrico y proyección ortogonal del álabe modificado en Ansys.  
Fuente: Obtenido de Ansys.

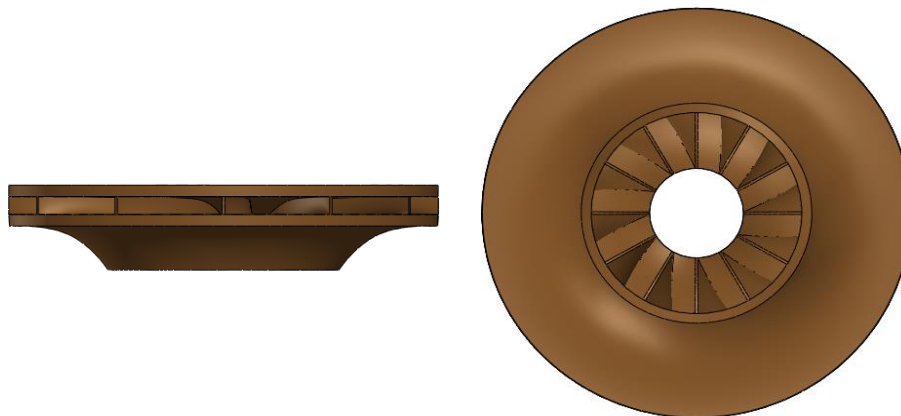
- 2) Para la creación del Cubo, es decir, la sección que une los álabes en su parte superior, primero se crea una matriz de 12 álabes espaciados equidistantemente y se unen las caras superiores a través de una

superficie con la operación Loft y, posteriormente, se le asigna un espesor con la operación Thicken (Figura 4.17).



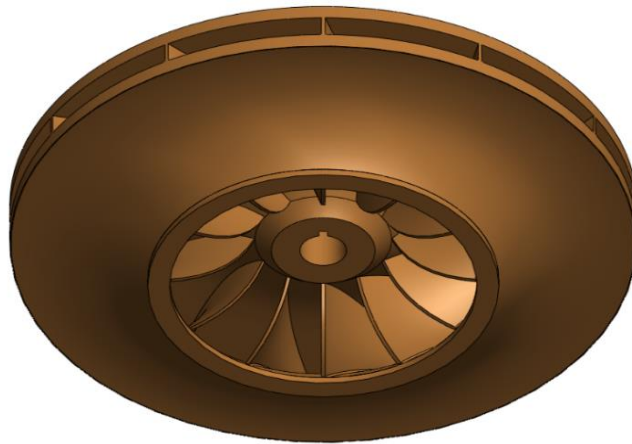
**Figura 4.17.** Modelado del cubo del rodete en SolidWorks.  
Fuente: Elaboración propia.

- 3) Análogamente, para la creación de la corona inferior, es decir, la sección que une a los álabes en su parte inferior, se unen nuevamente las caras mediante la operación Loft y se establece su respectivo espesor (Figura 4.18).



**Figura 4.18.** Modelado de la corona del rodete en SolidWorks.  
Fuente: Elaboración propia.

- 4) Finalmente, se complementa el cubo creando la sección en donde se acopla el eje, como resultado obtenemos el rodete de la Figura 4.19.



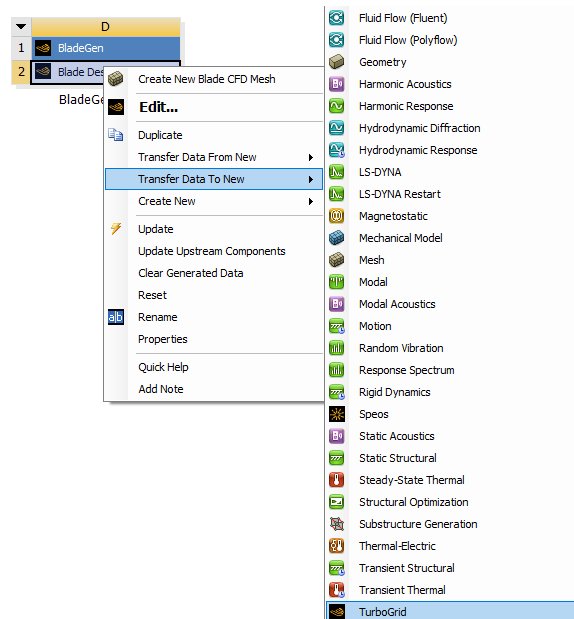
**Figura 4.19.** Modelado final del rodete en SolidWorks.  
Fuente: Elaboración propia.

b) Creación del mallado.

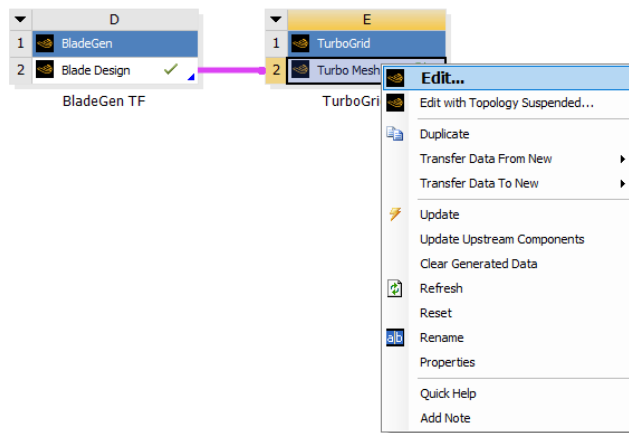
Después de crear la geometría del rodete en BladeGen, se procede a realizar el mallado utilizando TurboGrid. Ansys TurboGrid es una poderosa herramienta que permite a los diseñadores y analistas de maquinaria rotativa generar mallas hexaédricas de alta calidad, manteniendo la geometría subyacente. Estas mallas se utilizan en el flujo de trabajo de Ansys para resolver problemas complejos de flujo a través de los álabes.

Para transferir la geometría creada en BladeGen se le da clic derecho a “Blade Design”, seleccionamos “Transfer Data To New”, y por último se escoge la opción de “TurboGrid” como se puede ver en la Figura 4.20.

Una vez creado el componente “TurboGrid” en el entorno Workbench, se le da click derecho sobre “Turbo Mesh” y seleccionamos la opción “Edit” para editar la malla, se muestra en la Figura 4.21.

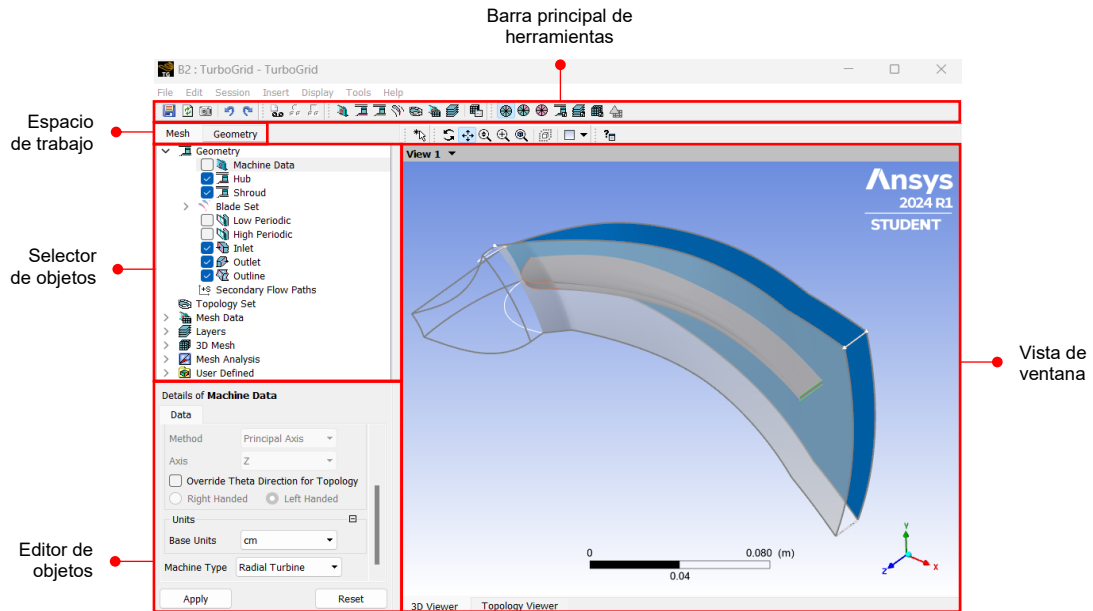


**Figura 4.20.** Transferencia de datos desde BladeGen a TurboGrid.  
Fuente: Elaboración propia.



**Figura 4.21.** Edición de malla en TurboGrid.  
Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 4.22 se puede observar la interfaz de usuario de Ansys TurboGrid, que permite crear mallas hexaédricas precisas para turbomáquinas. El editor de objetos se encuentra en la parte izquierda, que es donde se configuran todas las opciones para generar el mallado del volumen a trabajar. En la parte derecha se encuentra el visor, que es la ventana que permite observar en detalle el estado de la malla y el modelo 3D.



**Figura 4.22.** Interfaz de TurboGrid.  
Fuente: Elaboración propia.

Para crear una malla se deben seguir los siguientes pasos:

- Definir la geometría.
- Configurar la topología de la malla desde la barra de herramientas principal seleccionando un método y, opcionalmente, configurar otras componentes (Figura 4.23). Puede definirse de izquierda a derecha.

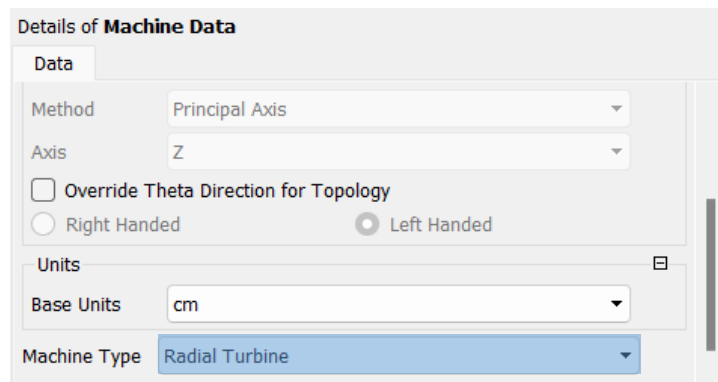


**Figura 4.23.** Componentes de la barra de herramientas principal TurboGrid.  
Fuente: Elaboración propia.

- Generar la malla desde el selector de objetos.
- De ser necesario, se puede inspeccionar la malla y refinarla.

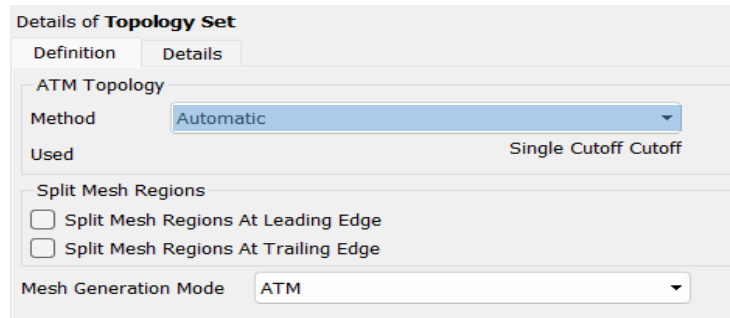
A continuación, se detalla el procedimiento seguido para la creación de la malla, así como los parámetros de las ocho ventanas de la barra de herramientas principal que fueron modificados.

- 1) Edit machine data: en el último apartado de esta sección se encuentra “Machine Type”, en donde se selecciona la opción Radial Turbine (Figura 4.24). Esta selección será utilizada por TurboGrid para escoger adecuadamente la plantilla de topología con definiciones predefinidas de las regiones de flujo, condiciones de contorno y características específicas de la geometría. Con esta selección, TurboGrid define automáticamente mediante plantillas topológicas los datos en las ventanas “Edit Hub” y “Edit Shroud”, por lo que no será necesario modificarlas.



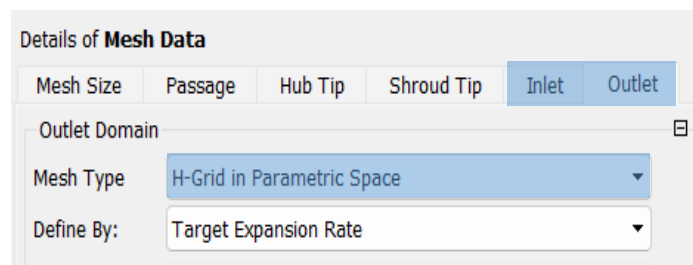
**Figura 4.24.** Configuración de parámetros: Machine Data.  
Fuente: Obtenido de Ansys.

- 2) Edit topology set: en la sección “Method”, se elige el método de topología como “Automatic” (Figura 4.25), ya que el programa selecciona la opción más adecuada según el álabe. Los demás parámetros se dejan predeterminados por el programa y no es necesario cambiarlos.



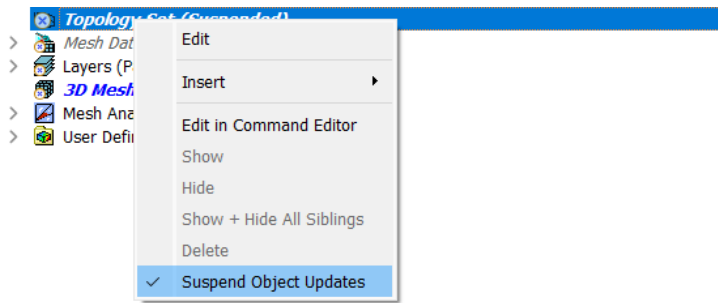
**Figura 4.25.** Configuración de parámetros: Topology Set.  
Fuente: Obtenido de Ansys.

- 3) Edit Mesh Data: para definir los datos de malla, se le da clic a “Edit Mesh Data”, donde se despliega el apartado de “Mesh Data” en el editor de objetos, aquí no es necesario modificar los parámetros, exceptuando las pestañas de entrada “Inlet” y salida “Outlet”, donde se modifica el tipo de malla “Mesh Type” escogiendo la opción “H-Grid in Parametric Space” (Figura 4.26) para capturar la geometría y el flujo en regiones específicas de los álabes, proporcionando una buena calidad de malla.



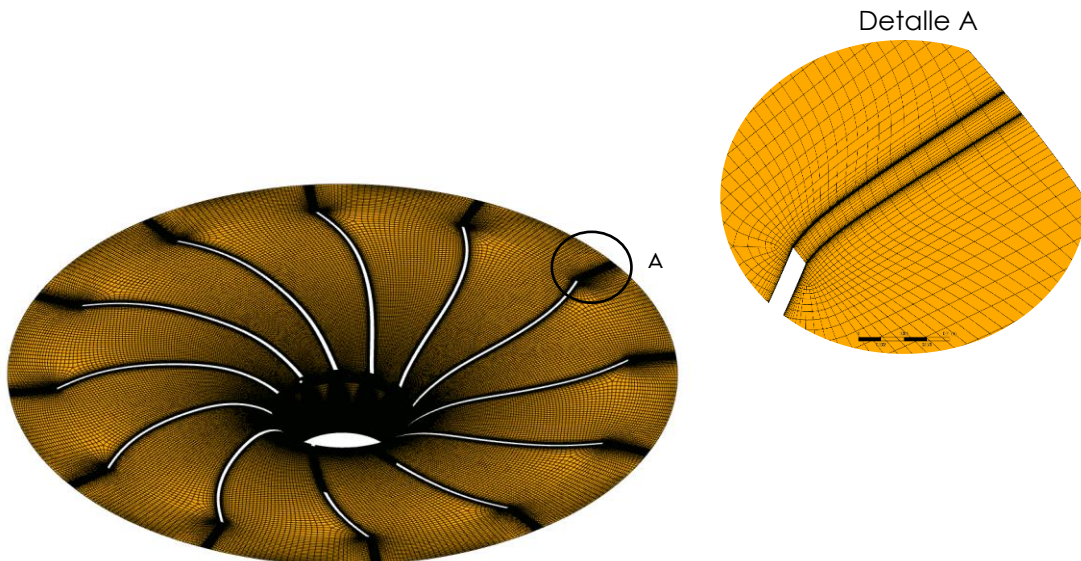
**Figura 4.26.** Configuración de parámetros: Editor Mis Data.  
Fuente: Obtenido de Ansys.

- 4) Generación de la malla: por último, para crear la malla, se da clic derecho en “Topology Set (Suspended)”, ubicada en el espacio de trabajo, en donde se desplegará una lista opciones y se selecciona “Suspend Object Updates” como se evidencia en la Figura 4.27.



**Figura 4.27.** Creación de malla en TurboGrid  
Fuente: Obtenido de Ansys.

En la Figura 4.28, se observa el mallado que se genera automáticamente en el módulo TurboGrid. El número total de nodos y de elementos finitos de malla fue de 496,080 y 463,995, respectivamente. Las limitaciones del mallado en TurboGrid de la versión estudiantil de Ansys 2024 están relacionadas con: 1) el número de nodos y elementos finitos (512,000 máximo), 2) la resolución de la malla y 3) la disponibilidad de herramientas avanzadas. Lo anterior limita la precisión de los resultados a obtener en la simulación.



**Figura 4.28.** Mallado del rodete en TurboGrid.  
Fuente: Obtenido de Ansys.

c) Preprocesamiento.

Para crear la simulación transferimos la malla creada en TurboGrid dándole click derecho a la ventana de “Turbo Mesh, luego seleccionamos “Transfer Data To New” y, por último, se escoge la opción de “CFX” como se puede ver en la Figura 4.29.

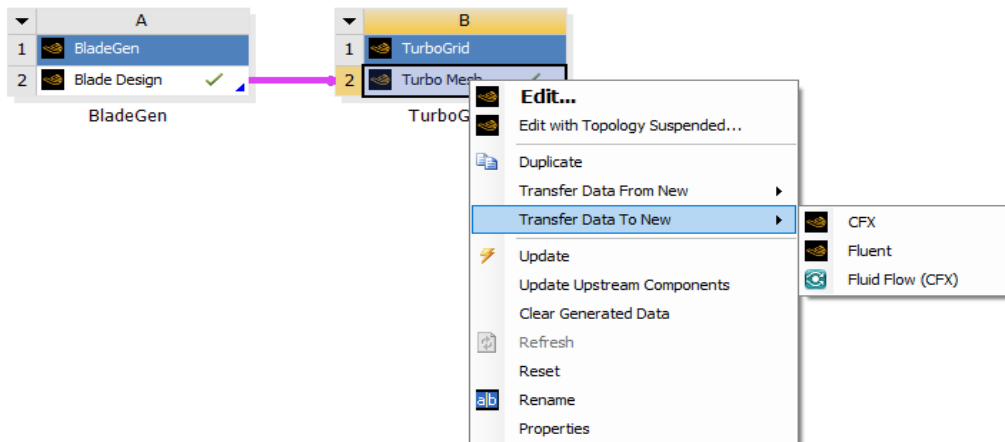


Figura 4.29. Transferencia de datos desde TurboGrid a CFX.

Fuente: Obtenido de Ansys.

Una vez creado el componente “CFX” en el entorno Workbench, se da click derecho sobre “Set Up” y seleccionamos la opción “Edit” para configurar el preprocesador, así como se muestra en la Figura 4.30.

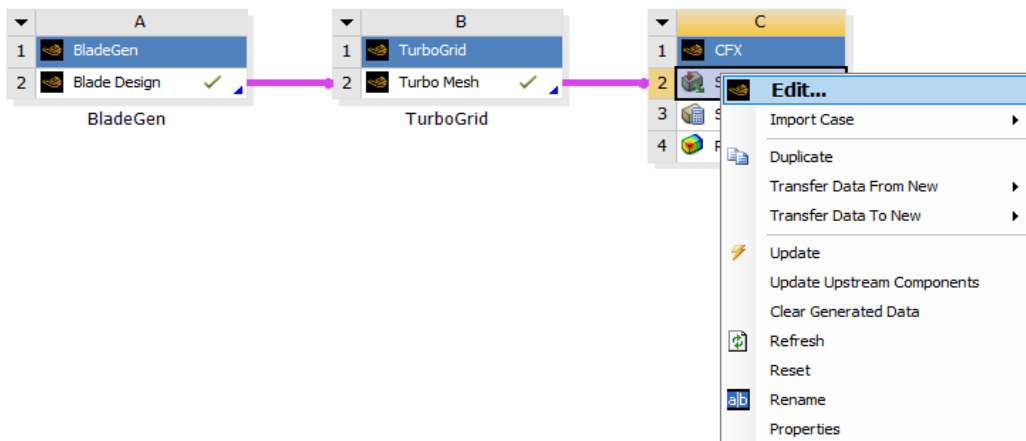
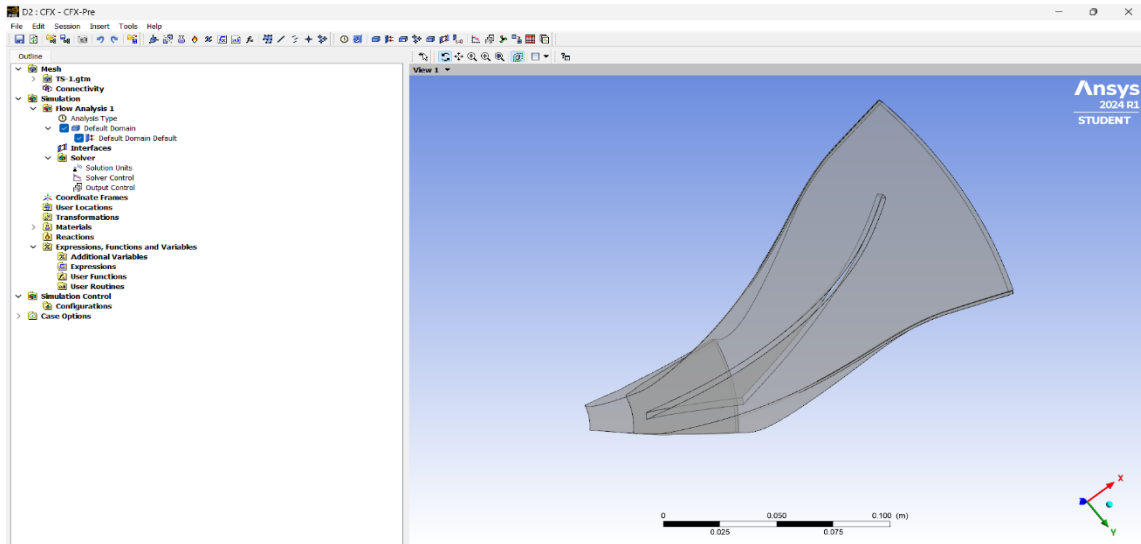


Figura 4.30. Configuración del preprocesador

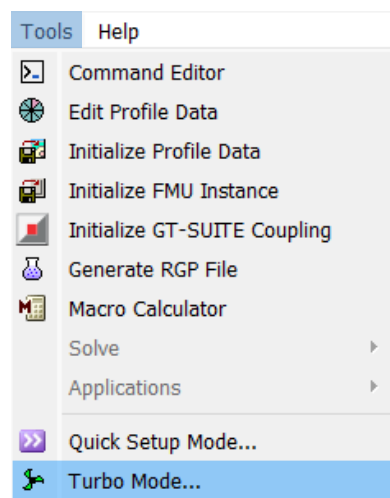
Fuente: Obtenido de Ansys.

En la Figura 4.31 se puede observar la interfaz de usuario del preprocesador (Pre-Solver) del módulo CFX, que permite crear mallas hexaédricas precisas para turbomáquinas.



**Figura 4.31.** Interfaz CFX Pre-Solver.  
Fuente: Obtenido de Ansys.

Para editar el Pre-Solver hacemos click en “Tools” y seleccionamos la opción “Turbo Mode” como se observa en la Figura 4.32.

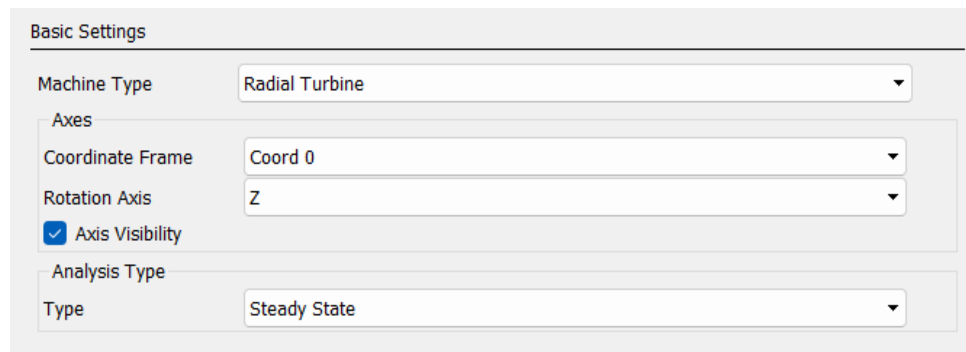


**Figura 4.32.** Edición del Pre-Solver.  
Fuente: Obtenido de Ansys.

A continuación, se enlistan las configuraciones establecidas en el Pre-Solver para realizar la simulación:

1) Configuraciones básicas.

La primera ventana del Pre-Solver nos muestra las configuraciones básicas para la simulación, en donde se establece que la máquina a simular es una turbina radial y que su eje de rotación está en Z. Además, se selecciona un tipo de análisis en estado estable (Figura 4.33).

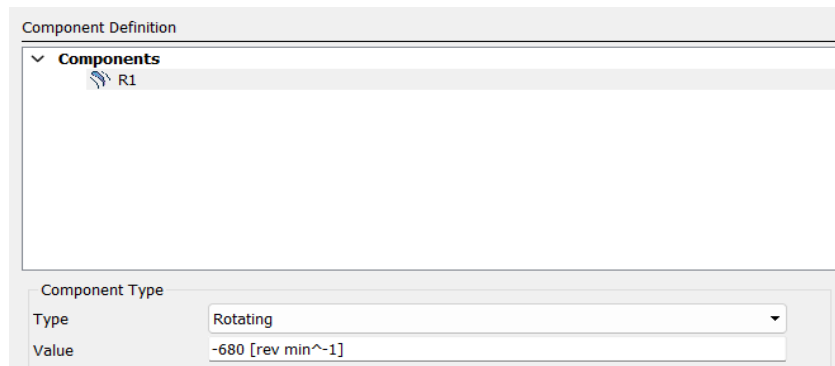


**Figura 4.33.** Pre-Solver: Configuraciones Básicas.  
Fuente: Obtenido de Ansys.

A diferencia de los análisis transitorios, los análisis en estado estable generalmente requieren menos tiempo computacional y son más fáciles de configurar y resolver, esto se debe a que buscan una solución que no cambia con el tiempo.

2) Definición de componentes.

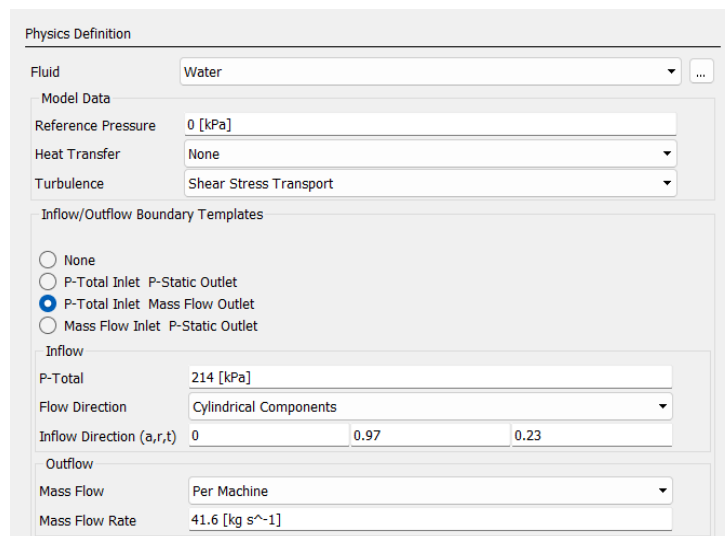
En esta ventana se define que el componente es de tipo giratorio y se fija la velocidad de rotación del rodete tal como se muestra en la Figura 4.34.



**Figura 4.34.** Pre-Solver: Definición del componente.  
Fuente: Obtenido de Ansys.

### 3) Condiciones de frontera.

Es aquí donde procedemos a ingresar las condiciones de frontera a la entrada y a la salida del rodete como se describe en la Figura 4.35.



**Figura 4.35.** Pre-Solver: Definición física.  
Fuente: Obtenido de Ansys.

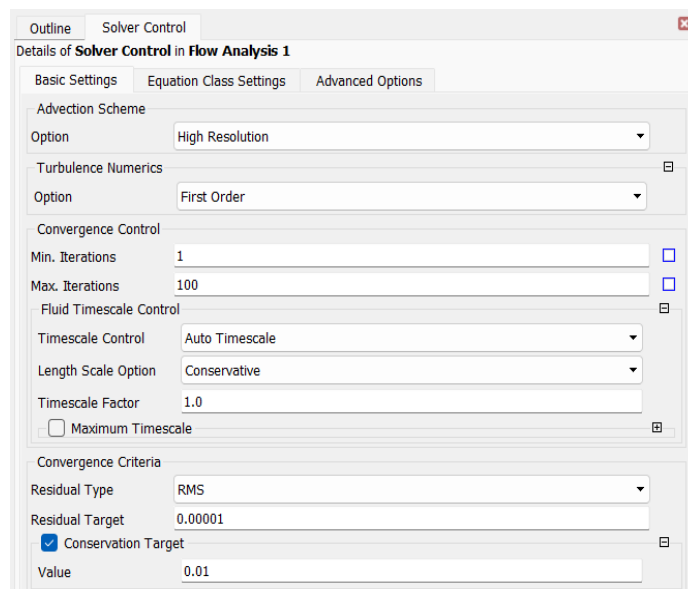
Prescindimos de cualquier transferencia de calor puesto que el cambio de temperatura se considera nulo. Además, para predecir los efectos de la turbulencia usamos el modelo de turbulencia SST (Shear Stress Transport) dicho modelo es ampliamente utilizado el campo de la CFD puesto que combina las fortalezas otros modelos ( $k-\omega$  y  $k-\epsilon$ ) para

proporcionar una mayor precisión en la predicción de flujos turbulentos en aplicaciones que involucran complejas interacciones de flujo cerca de las paredes.

Los vectores unitarios  $a$ ,  $r$  y  $t$  son las componentes del flujo a la entrada del rodete en la dirección axial, radial y tangencial y vienen dados por el ángulo de ataque  $\alpha_1$ .

#### 4) Configuración del Solver.

El esquema de advección se establece como Alta resolución y el término de turbulencia como Primer orden para reducir el costo computacional. Para el control de convergencia establecemos 100 iteraciones; el Solver terminará cuando alcance este número de iteraciones, por lo que es posible que la solución no sea convergente. El criterio de convergencia determina cuando la solución converge, para ello se considera un residuo tipo RMS (Root Mean Square) y se establece un residuo de  $1E-5$  como se muestra en la Figura 4.36.

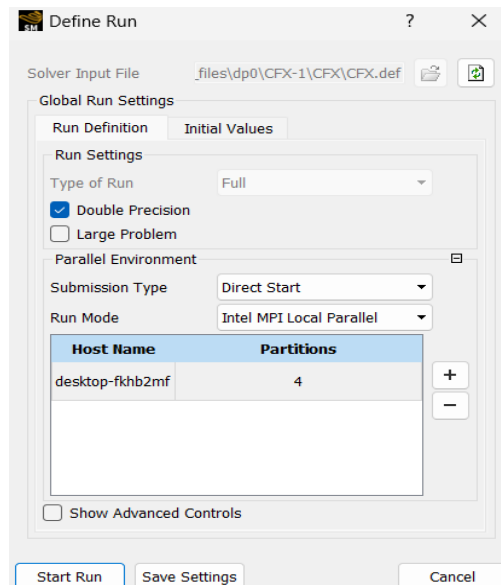


**Figura 4.36.** Pre-Solver: Control del solucionador  
Fuente: Obtenido de Ansys.

El residual es una de las medidas más fundamentales de la convergencia de una solución iterativa, ya que cuantifica directamente el error en la solución del sistema de ecuaciones.

d) Resolución del problema.

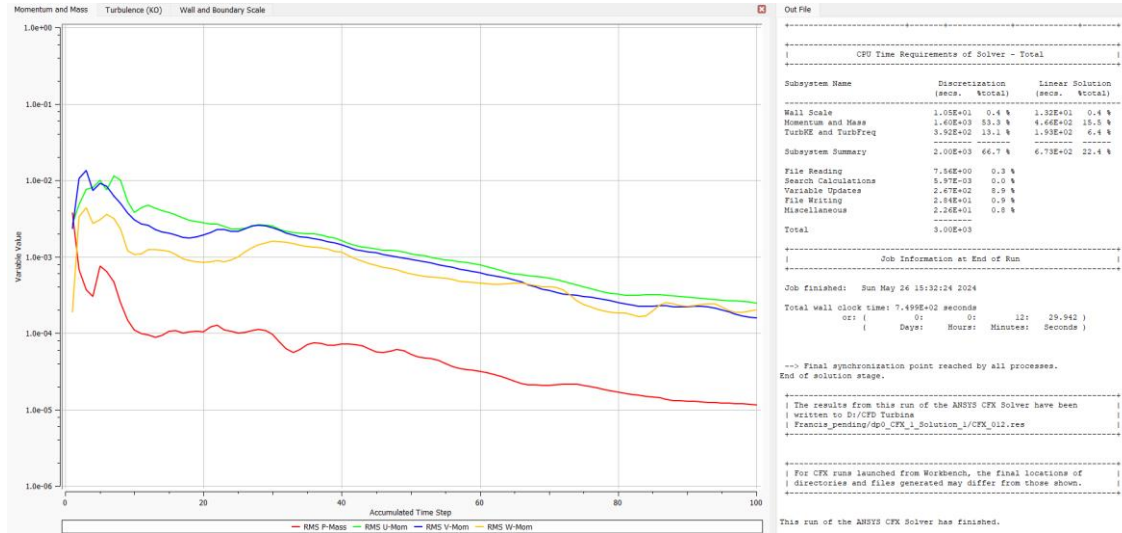
En el Solver Manager (Figura 4.37), establecemos como criterio de solución Doble precisión para mejorar la convergencia y seleccionamos la opción Parallel Environment para hacer uso de múltiples procesadores; esto permitirá reducir el tiempo de solución. La versión estudiantil nos permite realizarlo como máximo en 4 particiones.



**Figura 4.37.** Solver Manager: Definición de ejecución.  
Fuente: Obtenido de Ansys.

Los resultados de convergencia de las ecuaciones de conservación de masa y momento se detallan en la Figura 4.38. Como observamos, para un total de 100 iteraciones los resultados no alcanzan a converger, sin embargo, un mayor número de iteraciones se traduce en una mayor demanda de recursos

computacionales y mayor tiempo de ejecución de la resolución que, para este caso fue de aproximadamente 12:30 min.



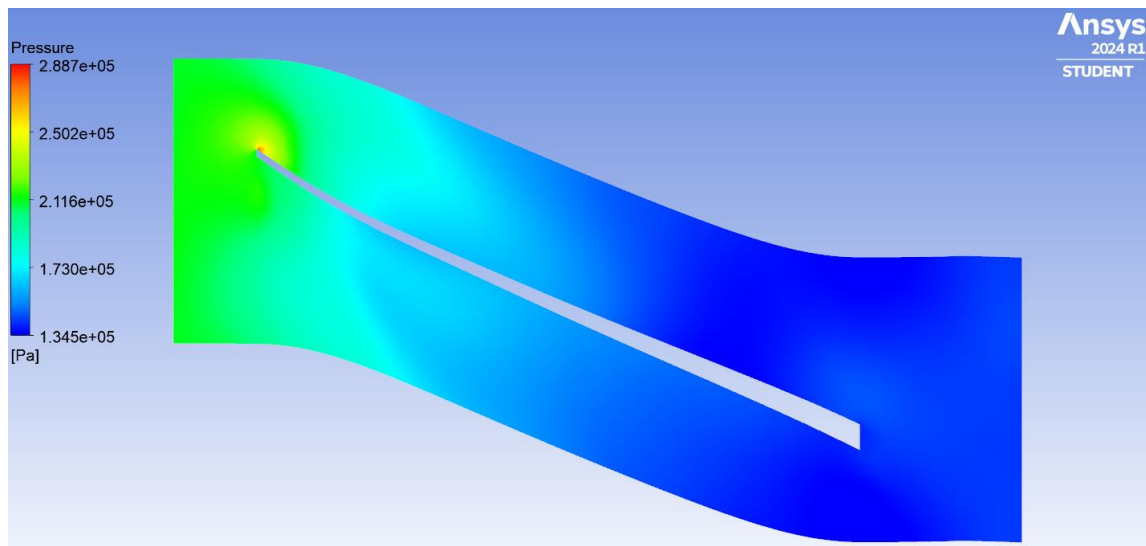
**Figura 4.38.** Solver Manager: Resolución de las ecuaciones de conservación.  
 Fuente: Obtenido de Ansys.

### e) Postprocesamiento.

Una vez finalizada la etapa de resolución de las ecuaciones, el último paso es obtener los valores más significativos del comportamiento del rodete. La opción Results nos permite visualizar parámetros a lo largo del paso por el rodete de forma gráfica, pudiendo analizar distribuciones de presiones y velocidades en álabes durante la interacción con el fluido, así como el comportamiento de las líneas de corriente a través del rodete.

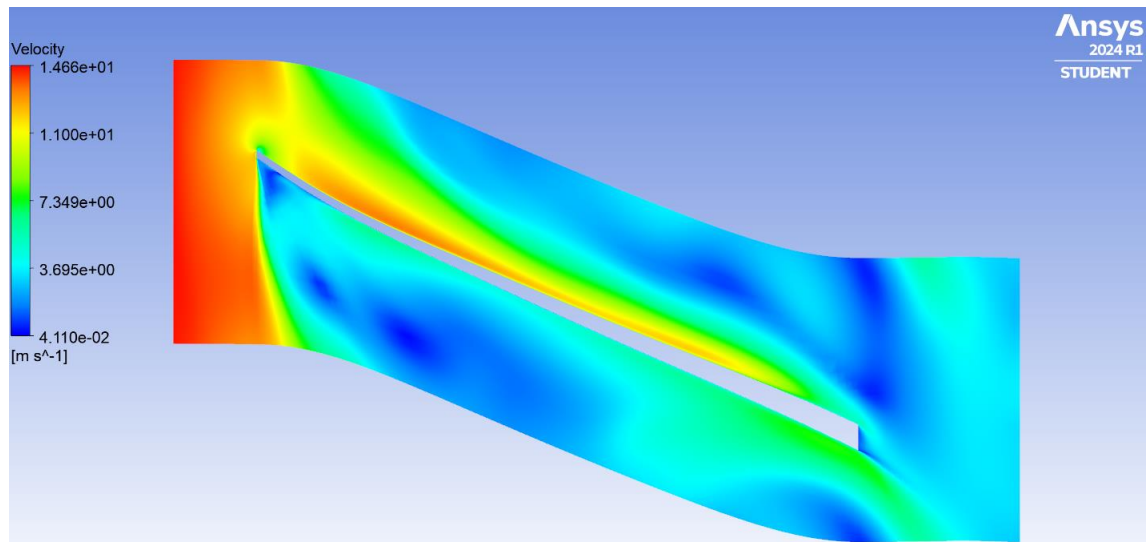
Las Figuras 4.39, 4.40 y 4.41 muestran los perfiles de 1) distribución de presiones, 2) velocidades y 3) el comportamiento de las líneas de corriente obtenidas del estudio CFD en ANSYS CFX.

1) Perfil de distribución de presiones.



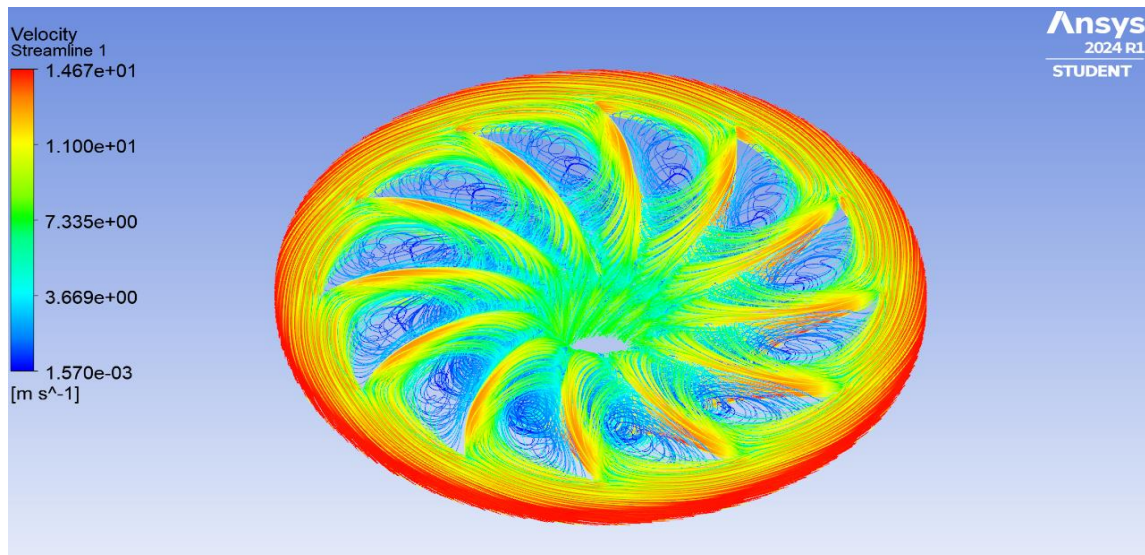
**Figura 4.39.** Distribución de presión estática en vista 2D.  
Fuente: Obtenido de Ansys.

2) Perfil de distribución de velocidades.



**Figura 4.40.** Distribución de velocidades en vista 2D.  
Fuente: Obtenido de Ansys.

### 3) Comportamiento de las líneas de corrientes a través del rodete.



**Figura 4.41.** Líneas de corriente a través del rodete.  
Fuente: Obtenido de Ansys.

#### f) Análisis e interpretación de resultados.

A continuación, se presentan una serie de observaciones y conclusiones que se pueden derivar de las Figuras 4.39, 4.40 y 4.41 respectivamente.

##### 1) Perfil de distribución de presiones:

- Alta presión en la entrada: el color verde a la entrada del rodete indica una presión de aproximadamente 214 kPa, el color rojo en la arista de entrada del álabe indica una alta presión de 288.7 kPa debido al impacto del flujo en esta región (cara de presión). La alta presión a la entrada es necesaria para impulsar el flujo a través de la turbina.
- Reducción de presión a través de los álabes: la transición de colores hacia el azul indica una caída de presión a 134.5 kPa, a medida que el fluido se desplaza a través de los álabes, lo cual evidencia la conversión de energía potencial en energía cinética.

- Recuperación de energía: la falta de presiones subatmosféricas en la salida significa que no se está recuperando completamente la energía cinética del flujo de agua al salir del rodete, lo cual es crucial para la eficiencia global de la turbina.

## 2) Perfil de distribución de velocidades:

- Velocidades a la entrada: la escala de colores indica las magnitudes de la velocidad, con el rojo representando velocidades altas y el azul representando velocidades bajas. En la entrada del álabe (lado izquierdo de la figura 4.40), el flujo impacta la cara de presión del álabe con una velocidad de 11 m/s y se desacelera a 5 m/s aproximadamente como se observa por el cambio de color de rojo a amarillo y verde.
- Velocidades a la salida: a medida que el flujo se mueve hacia la salida (lado derecho de la figura 4.40), se acelera a lo largo de la cara de succión del álabe alcanzando una velocidad de aproximadamente 7.5 m/s, como se muestra por el cambio de color a verde en esa región.
- Regiones de baja velocidad: las áreas con velocidades más bajas están asociadas con vórtices y regiones de flujo recirculante.

## 3) Comportamiento de las líneas de corriente:

- Flujo radial: las líneas de corriente muestran un flujo que entra radialmente hacia el centro de la turbina, típico de las TF.
- Patrón de Flujo: observamos como parte del flujo fluye a lo largo de un lado de la cara de succión del álabe hacia el final del canal del álabe (hacia el tubo de aspiración), y otra parte del flujo de agua impacta los álabes adyacentes en un cierto ángulo, provocando un fenómeno de desprendimiento del flujo de agua, creando estructuras de vórtice, la presencia de este fenómeno indica áreas de recirculación y turbulencia.

- Vórtices: los vórtices observados en las líneas de corriente resultan de la interacción entre los álabes de la turbina y el fluido, los cuales pueden traducirse en pérdidas de energía y disminución en la eficiencia de la turbina. Se visualiza como en la región del vórtice algunas velocidades son de aproximadamente 0 m/s.

Es indispensable tener un gradiente de presión bien definido desde la entrada hasta la salida, así como una distribución uniforme de velocidades, para garantizar una buena conversión de energía. Los resultados obtenidos muestran que el bajo gradiente de presión y las variaciones significativas de velocidad indican que la conversión de energía potencial a energía cinética no está siendo óptima, lo que sugiere áreas de mejora en el diseño.

#### **4.4.2 Simulación CFD del tubo de aspiración**

En el análisis CFD del tubo de aspiración se toma en consideración las características geométricas del tubo y las propiedades fluido en cuestión (agua a 20 °C). La simulación se ejecutará en SolidWorks FlowSimulation.

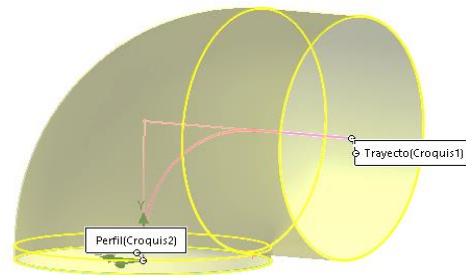
La metodología para el análisis CFD del tubo de aspiración sigue los mismos pasos que el análisis del rodete. A continuación, se presenta la metodología paso a paso:

- a) Definición de la geometría.

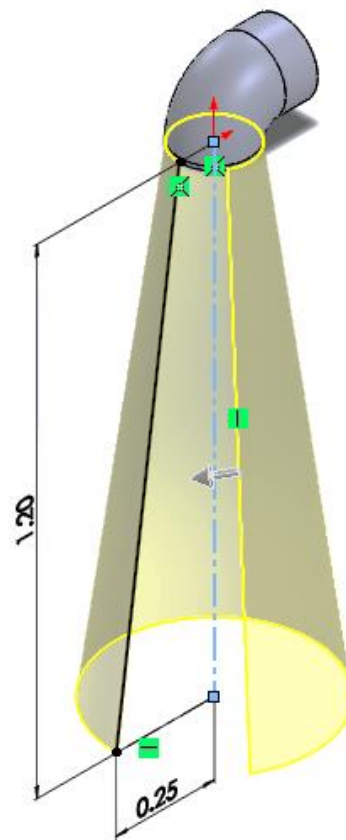
La generación de la geometría CAD del tubo de aspiración se realiza en el software SolidWorks basado en las dimensiones geométricas obtenidas en el diseño del elemento en el Capítulo 2:

- 1) Se inicia con la parte superior del tubo, donde se encuentra la sección acodada de 90° y que tiene el mismo diámetro que el diámetro de salida

del rodete ( $d_2 = 17.68$  cm). Con la operación de “Barrido” se logra generar el sólido siguiendo la trayectoria definida (Figura 4.42)



**Figura 4.42.** Sección acodada del tubo de aspiración  
Fuente: Elaboración propia



**Figura 4.43.** Sección troncocónica del tubo de aspiración.  
Fuente: Elaboración propia

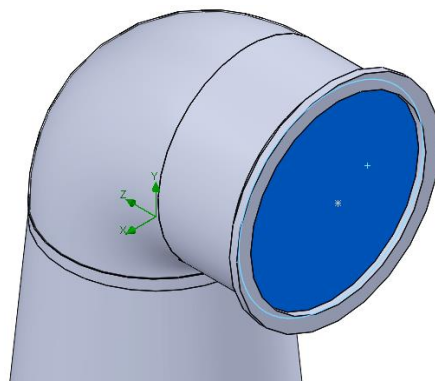
2) Posteriormente, se genera una línea con el ángulo de conicidad seleccionado para dibujar la sección troncocónica del tubo de aspiración. Para ello se hace uso de la herramienta de “Revolución” haciendo rotar la geometría encerrada por la línea alrededor de un eje como se visualiza en la Figura 4.43.

3) Finalmente, con la operación de vaciado, se aplica una operación lamina con el espesor de 3 mm para generar el espacio interior del tubo.

b) Creación del mallado y preprocesamiento

Luego de haber generado la geometría, se hace uso del módulo de simulación CFD de SolidWorks, FlowSimulation. La generación de la malla requiere primero establecer el volumen que encierra el tubo, datos preliminares y las condiciones de frontera.

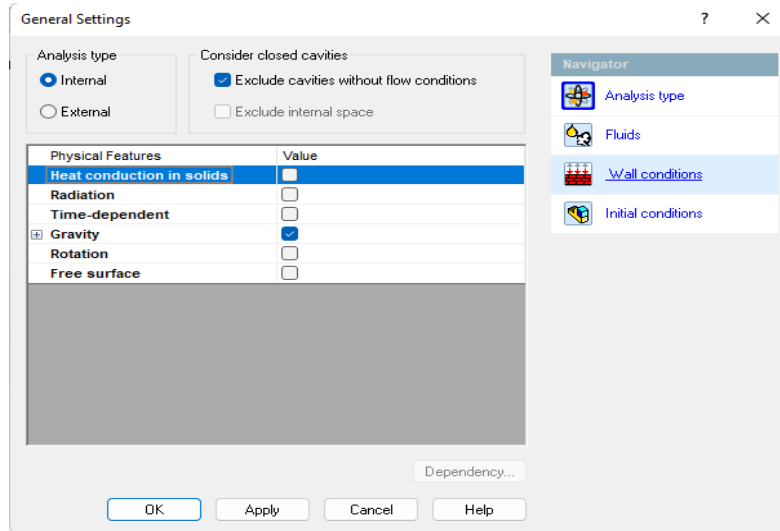
El software debe establecer un volumen cerrado en el tubo. Utilizando la herramienta “Lids” se crean tapas en sus extremos y de esta manera generar el modelo geométrico (Figura 4.44).



**Figura 4.44.** Generación de volumen cerrado con "Lids"  
Fuente: Elaboración propia.

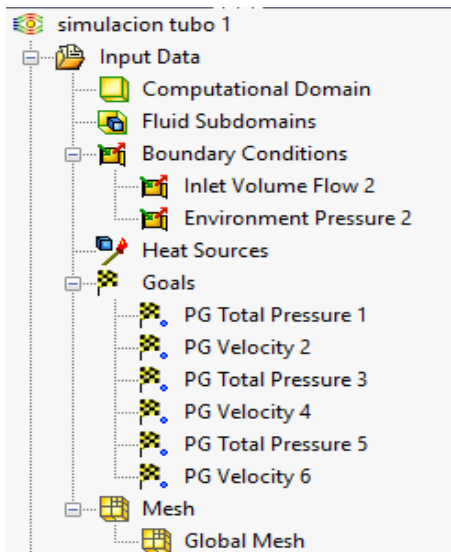
Mediante el asistente “Wizard” (Figura 4.45) se establecen los parámetros preliminares, definiendo las unidades de medidas en las que se trabajara, el tipo

de análisis (interno o externo), el tipo de fluido y algunas condiciones iniciales propias del fluido.



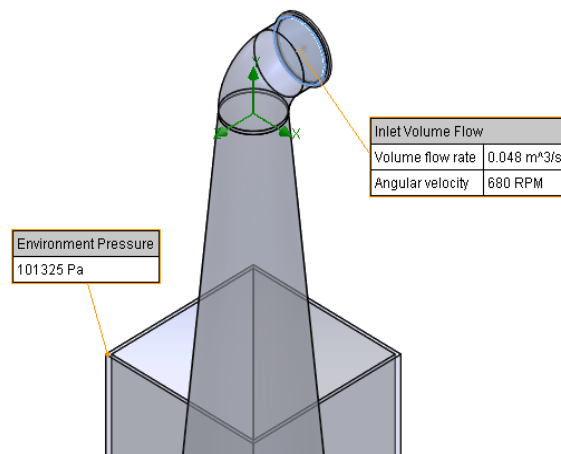
**Figura 4.45.** Asistente Wizard para ingreso de valores preliminares.  
Fuente: Obtenido de SolidWorks

Al correr los parámetros ingresados, se genera el dominio computacional de trabajo (Figura 4.46) y donde se deben establecer características tales como condiciones de frontera, las propiedades que se quieren visualizar, así como su ubicación y el mallado del modelo.

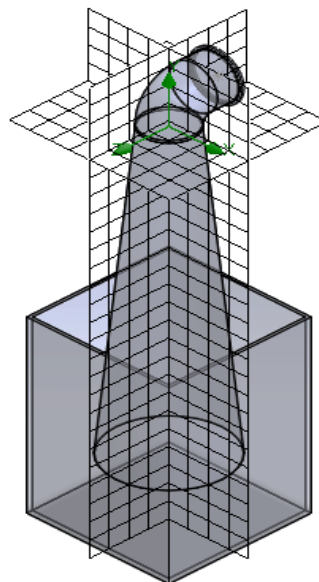


**Figura 4.46.** Property Manager de FlowSimulation.  
Fuente Obtenido de SolidWorks.

Las condiciones de frontera se establecen en dos superficies definidas en la entrada al tubo de aspiración y la superficie del espejo de agua en una fracción del reservorio considerado (Figura 4.47). La simulación CFD del rodete no alcanzó presión subatmosférica a la salida de este (134.5 kPa), por lo que en las condiciones de frontera a la entrada del tubo no coinciden con las calculadas para este.



**Figura 4.47.** Visualización de condiciones de frontera.  
Fuente: Obtenido de SolidWorks.



**Figura 4.48.** Visualización de mallado  
Fuente: Obtenido de SolidWorks.

El mallado final del modelo se visualiza en la Figura 4.48. El mallado que utiliza SolidWorks Flow Simulation se denomina malla de cuerpo sumergido, la creación de la malla empieza de manera independiente de la geometría y las celdas pueden cruzar arbitrariamente el límite entre el sólido y el fluido. Este tipo de malla se puede definir como un conjunto de cuboides (celdas rectangulares) adyacentes entre sí y al contorno externo del dominio computacional, orientado a lo largo de las coordenadas Cartesianas (Sobachkin & Dumnov, 2014).

### c) Resolución

Habiendo establecido el modelo y las condiciones iniciales, ejecutamos el simulador del programa, arrojando los parámetros de simulación de la Figura 4.49.

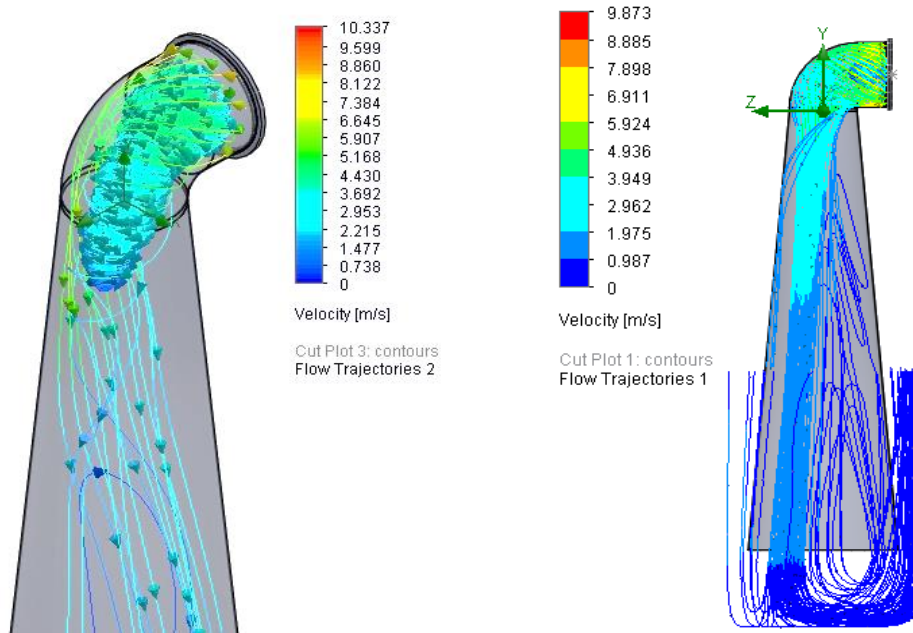
Parameter	Value
Status	Solver is finished.
Total cells	21,503
Fluid cells	21,503
Fluid cells contacting solids	10,009
Iterations	106
Last iteration finished	11:04:51
CPU time per last iteration	00:00:15
Travels	
Iterations per 1 travel	57
Cpu time	0 : 6 : 48
Calculation time left	0 : 0 : 0
Run at	LAPTOP-3BI5P3QV
Number of cores	2

**Figura 4.49.** Propiedades de Solver.  
Fuente Obtenido de SolidWorks.

### d) Postprocesamiento

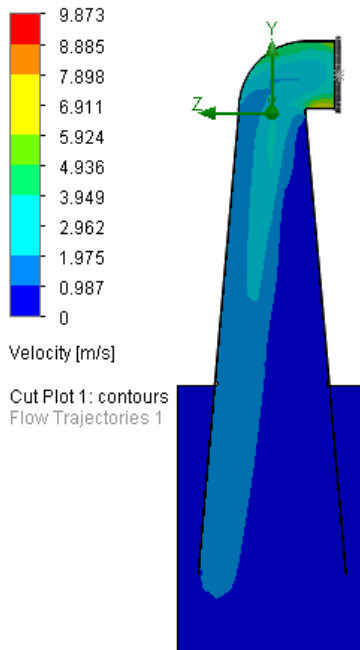
Se insertaron 100 líneas de corriente para representar las 1) líneas de corriente, 2) la distribución de velocidades y 3) de presiones del flujo a lo largo del tubo de aspiración, obteniendo los siguientes resultados:

1) Trayectorias de líneas de corriente.



**Figura 4.50.** Líneas de corriente: Velocidad  
Fuente Obtenido de SolidWorks.

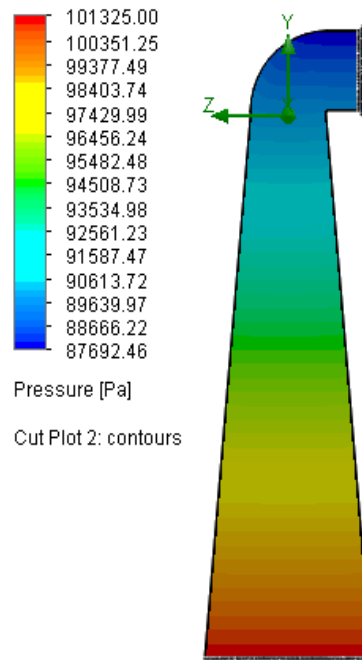
2) Distribución de velocidades



**Figura 4.51.** Vista de perfil de velocidades.  
Fuente: Obtenido de SolidWorks.

### 3) Distribución de presiones

Se hace uso de la herramienta de visualización “Cut-Plot” pero esta vez para visualizar las presiones a lo largo del tubo.



**Figura 4.52.** Gradiente de presiones en el tubo.  
Fuente: Elaboración propia

#### e) Análisis e interpretación de resultados

A continuación, se presentan una serie de observaciones y conclusiones que se pueden derivar de las Figuras 4.50, 4.51 y 4.52 respectivamente:

##### 1) Trayectorias de líneas de corriente.

- De la Figura 4.50 se observa en la entrada del tubo un efecto vórtice producto de la rotación del rodete, a medida que el flujo arremolinado entrante se desacelera en el tubo difusor, surge una inestabilidad hidrodinámica que parece una cuerda girando en el tubo de aspiración. El efecto vórtice, producto de la rotación del rodete, crea fluctuaciones

inestables de alta presión en las paredes del tubo, lo que podría provocar daños por fatiga con el tiempo (Water Power Magazine, 2005).

- Se observa una disminución de la velocidad del agua a lo largo del tubo que tiende a cero en la salida de este. Asimismo, se visualizan algunas líneas de corriente que retornan como representación del efecto de succión generado por la baja presión en la zona superior del tubo.
- Las pruebas iniciales requirieron la generación de una geometría que simulara el cuerpo de agua presente en el reservorio, por lo que se generó un volumen en representación de esta y así poder visualizar el efecto de succión del tubo

## 2) Distribución de velocidades

- Se observa claramente la desaceleración que sufre el fluido a medida que pasa por el tubo cumpliendo con su función de recuperar energía del fluido y aumentar así la eficiencia de la turbina en general.

## 3) Distribución de presiones

- De la Figura 4.52 se observa el gradiente de presiones que van desde bajas presiones en la parte superior del tubo, hasta presiones atmosféricas en la parte inferior de este, lo cual es ideal para generar el efecto de succión y poder extraer la mayor parte de la energía del fluido. Cabe resaltar que, a diferencia de Ansys CFD, FlowSimulation muestra los valores de presiones relativas y no absolutas como en el primer caso.

Al realizar una comparativa del modelo ensayado mediante simulación fluidodinámica y los resultados obtenidos en la memoria de cálculo correspondiente podemos observar valores cercanos entre si tal como se muestra en las Tablas 4.12 y 4.13.

**Tabla 4.12.** Velocidad en tubo de aspiración: Análisis teórico vs SW FlowSimulation

<b>Velocidad</b>	<b>Memoria de cálculo (m/s)</b>	<b>FlowSimulation (m/s)</b>
$c_2$ : entrada del tubo	2.37	2.9-3.9
$c_3$ : salida del tubo	0	0.9

Fuente: Elaboración propia

**Tabla 4.13.** Presión en tubo de aspiración: Análisis teórico vs SW FlowSimulation

<b>Presión</b>	<b>Memoria de cálculo (kPa)</b>	<b>FlowSimulation (kPa)</b>
$p_2$ : entrada del tubo	1.27	87
$p_3$ : salida del tubo	101.3	101.3

Fuente: Elaboración propia

Los resultados muestran que los valores obtenidos en la memoria de cálculo y la simulación son cercanos entre sí, sin embargo, las presiones a la entrada presentan diferencia significativa. De los resultados obtenidos de la simulación fluidodinámica del rodete se observa que la presión absoluta a la salida es de 134 kPa, esta misma presión corresponde a la entrada del tubo de aspiración el cual es un valor intermedio entre los valores que muestra la Tabla 4.13. Esta diferencia entre ellas radica en la utilización de metodologías de diseño individuales y el uso de softwares de simulación diferentes.

## **CAPÍTULO 5. SIMULACIÓN MECÁNICA**

El diseño mecánico es la aplicación de la ingeniería mecánica para dimensionar y dar forma a productos antes de ser fabricados, con el objeto de cumplir requisitos puramente mecánicos y satisfacer las necesidades para las que han ideado los diferentes elementos de máquina. El diseño mecánico 3D hace posible modelar, simular y optimizar piezas antes de que pasen a la fabricación.

Este capítulo comprende la simulación mecánica del eje diseñado para la transmisión de potencia y del rodete lo cual nos permitirá validar los resultados obtenidos en el Capítulo 3.

### **5.1 Análisis de elementos finitos.**

El Análisis de Elementos Finitos (AEF) es una técnica de simulación por computadora que utiliza el MEF para resolver problemas de ingeniería. Este ha adquirido una gran importancia en la solución de problemas ingenieriles, físicos, etc., ya que permite resolver casos que hasta hace poco tiempo eran prácticamente imposibles de resolver por métodos matemáticos tradicionales.

En los problemas de ingeniería mecánica relacionados con el diseño mecánico estructural, el problema consiste en estudiar las tensiones y deformaciones que ocurren en el interior de un elemento estructural o una sucesión de cuerpos o elementos estructurales originado como consecuencia de acciones externas: dinámicas o estáticas o las combinaciones de ambas.

El AEF se utiliza comúnmente en muchas disciplinas de la ingeniería, como el diseño de la máquina, acústica, electromagnetismo, mecánica de suelos, dinámica de fluidos, entre otros. En ingeniería mecánica, es ampliamente

utilizado para la solución estructural, vibración y problemas térmicos; sin embargo, no es la única herramienta disponible para el análisis numérico, otros métodos numéricos utilizados incluyen el MDF y el MVF. No obstante, debido a su versatilidad y alta eficiencia numérica, el MEF ha llegado a dominar el mercado de software para el análisis de ingeniería, mientras que otros métodos han sido relegados a aplicaciones específicas.

Algunas de las muchas aplicaciones del AEF son:

- a) Diseño de componentes mecánicos: Permite evaluar el rendimiento de piezas y conjuntos mecánicos bajo diferentes cargas y condiciones operativas. Esto es crucial para optimizar el diseño y garantizar la seguridad y durabilidad de los componentes.
- b) Procesos de manufactura: permite analizar la deformación y el comportamiento térmico durante procesos de fabricación como el moldeo por inyección, el estampado, la fundición, entre otros.
- c) Transferencia de calor y fluidos: se utiliza para analizar el flujo de fluidos y la transferencia de calor en sistemas como intercambiadores de calor, hornos, sistemas de climatización y ventilación, etc.
- d) Análisis estructural: ese utiliza para analizar la resistencia y el comportamiento estructural de componentes y sistemas mecánicos, como puentes, edificios, vehículos, etc.
- e) Análisis electromagnético: Permite modelar y analizar campos electromagnéticos en dispositivos como motores eléctricos, transformadores, antenas, entre otros.

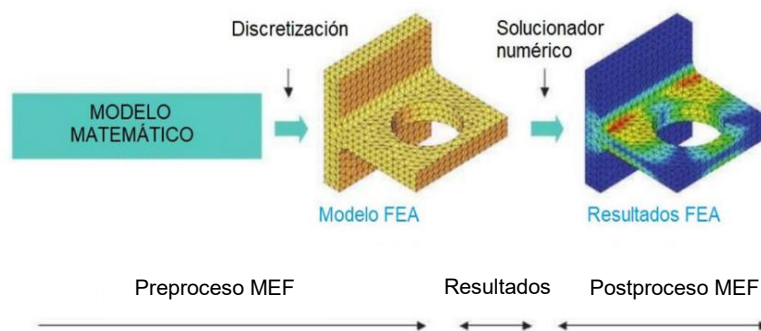
Es principalmente empleado en la resolución de problemas de mecánica de sólidos debido a su versatilidad y habilidad para representar una amplia

variedad de fenómenos físicos. Esta capacidad lo convierte en una herramienta esencial en el diseño y análisis de sistemas complejos en diversas ramas de la ingeniería.

### 5.1.1 Procedimiento de discretización y solución por el Método de Elementos Finitos.

El proceso de discretización, o mallado, divide la geometría en entidades relativamente pequeñas y en forma simple, llamados elementos finitos. Los elementos se llaman así para enfatizar el hecho de que no son infinitamente pequeños, sino que son razonablemente pequeños en comparación con el tamaño total del modelo. Cuando se trabaja con elementos finitos, el solucionador de MEF se aproxima a la solución deseada (por ejemplo, deformaciones o tensiones) para todo el modelo con el conjunto de soluciones simples para los elementos individuales. Desde la perspectiva del programa de simulación, la aplicación de este requiere tres pasos (Figura 5.1):

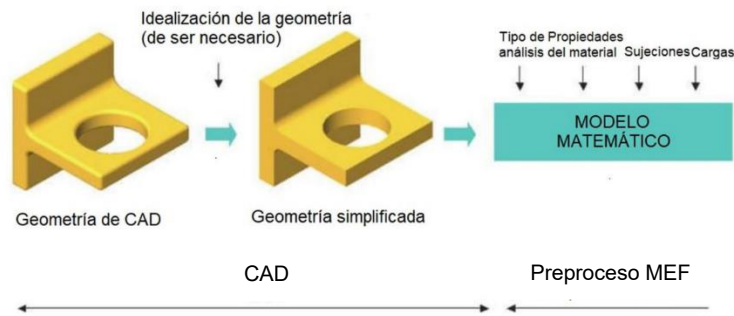
- 1) Preprocesamiento: se define el tipo de análisis, propiedades del material, cargas y restricciones y se divide el modelo en elementos finitos (mallado).
- 2) Solución numérica: se obtienen los resultados.
- 3) Postprocesamiento: análisis de resultados.



**Figura 5.1.** Procedimiento de discretización y solución del MEF.  
Fuente: SolidWorks Corporation, 2017.

Por otra parte, desde la perspectiva del MEF se citan los siguientes pasos:

- 1) Construcción de geometría CAD: el análisis de simulación comienza con la geometría representada por un modelo de una pieza o conjunto. Se debe asegurar de que la geometría de CAD que la malla produce proporciona la solución correcta de los datos de interés, tales como desplazamientos, tensiones, etc. A menudo, pero no siempre, esta necesidad de mallado requiere simplificaciones a la geometría de CAD como se muestra en Figura 5.2.
- 2) Construcción del modelo de elementos finitos: es importante mencionar que no siempre simplificamos el modelo CAD con el único objetivo de hacer mallado. A menudo, se puede no simplificar un modelo y discretizarlo tal cual, pero la malla resultante sería demasiado grande y, en consecuencia, el análisis se realizaría muy lento.
- 3) Resolver el modelo de elementos finitos: el modelo matemático puede ahora ser dividido en elementos finitos mediante el proceso de discretización, mejor conocido como mallado. Después de haber creado el modelo del elemento finito, usamos el solucionador numérico, que produce los datos de interés.
- 4) Analizar los resultados: es frecuentemente el paso más difícil, en este se proveen datos detallados. La correcta interpretación de los resultados requiere que se consideren las suposiciones, simplificaciones y errores que se introdujeron en los primeros tres pasos: construir el modelo matemático, construir el modelo de elementos finitos y resolver el modelo de elementos finitos.



**Figura 5.2.** Procedimiento previo a la aplicación del MEF.  
Fuente: SolidWorks Corporation, 2017.

### 5.1.2 Softwares de análisis de elementos finitos.

Los softwares de AEF son herramientas computacionales que permiten realizar análisis numéricos de sistemas físicos mediante el MEF. Este método divide un objeto complejo en partes más pequeñas y manejables llamadas elementos finitos. Estos elementos son conectados en puntos llamados nodos, formando una malla que representa la geometría del objeto a estudiar.

A continuación, se describen algunos softwares de AEF utilizados para evaluar tensiones, deformaciones y desplazamientos en componentes sometidos a cargas estáticas, así como para estimar su vida útil bajo condiciones de fatiga.

#### 1) ANSYS Mechanical.

Ansyp Mechanical es un software de análisis estructural de elementos finitos más populares y ampliamente utilizados en el mercado. Constituye una herramienta de ANSYS la cual crea una plataforma integrada que utiliza el AEF para los análisis estructurales. Cuenta con una gama completa de herramientas de análisis, desde preparar la geometría para el análisis hasta conectar física adicional para una fidelidad aún mayor.

Si bien ANSYS es conocido por su amplia gama de características y herramientas; lo que lo hace adecuado para modelos complejos y sofisticados, el software puede ser costoso y puede requerir hardware potente para ejecutar análisis grandes.

## 2) Autodesk Inventor Nastran.

Inventor Nastran ofrece herramientas de AEF para ingenieros y analistas permitiendo realizar múltiples tipos de análisis, como tensión lineal y no lineal, dinámica, fatiga y transferencia de calor, proporcionando comandos para simular y analizar las características dinámicas de un ensamblaje en movimiento con distintas condiciones de carga.

Inventor Nastran es un poderoso software de simulación integrado dentro de Autodesk Inventor que le permite optimizar y predecir el comportamiento de diseños y/o productos de una manera rápida, precisa y flexible antes de fabricarlos.

## 3) SolidWorks Simulation.

SolidWorks Simulation es un software de AEF utilizado para modelar y analizar problemas mecánicos y estructurales. El software se integra con el software de diseño SolidWorks; uno de los softwares más populares dentro del ámbito de diseño asistido por computadora, lo que permite a los usuarios analizar y simular modelos de diseño CAD en el mismo entorno. El paquete proporciona capacidades de análisis estáticos lineales y no lineales, y de análisis dinámicos. SolidWorks Simulation es conocido por su facilidad de uso y su capacidad para realizar análisis rápidos y sencillos. Sin embargo, el software puede ser menos adecuado para problemas complejos y sofisticados.

**Tabla 5.1.** Cuadro comparativo entre softwares para simulación mecánica.

<b>Aspecto</b>	<b>Ansys Mechanical</b>	<b>SolidWorks Simulation</b>	<b>Autodesk Inventor Nastran</b>
Ventaja	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Alta precisión y capacidad de análisis complejos.</li> <li>- Soporte y documentación extenso.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Integración en SolidWorks CAD, facilitando el flujo de trabajo.</li> <li>- Fácil de usar para usuarios de CAD.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Integrado en Autodesk Inventor, facilitando el flujo de trabajo.</li> <li>- Facilidad de uso y capacidad de análisis.</li> </ul>
Desventaja	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Complejidad alta, debido a su amplia funcionalidad y capacidades avanzadas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Limitado en comparación con ANSYS en términos de capacidades avanzadas.</li> <li>- Complejidad moderada por su interfaz intuitiva para usuarios de SolidWorks, más sencillo para usuarios de CAD.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Puede ser menos intuitivo para usuarios nuevos.</li> <li>- Menos capacidades avanzadas en comparación con ANSYS.</li> <li>- Complejidad moderada por su interfaz relativamente intuitiva. Puede requerir tiempo para dominar.</li> </ul>
Integración CAD	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Compatible con varios programas CAD</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Integrado directamente en SolidWorks.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Integrado directamente en Autodesk Inventor.</li> </ul>
Precio	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Alto costo con opciones para estudiantes disponibles.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Costo moderado con opciones para estudiantes disponibles.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Costo moderado con opciones para estudiantes disponibles.</li> </ul>

Fuente: Elaboración propia.

Debido a que los componentes han sido modelados en SolidWorks, y a la amplia experiencia en el uso de este software, estos pueden ser simulados directamente desde el mismo entorno a través de la herramienta SolidWorks Simulation. Por tanto, se selecciona dicho software para la simulación mecánica de los componentes diseñados en el Capítulo 3.

## 5.2 Simulación mecánica de los componentes.

En esta sección se aplican las etapas que comprende el MEF para la simulación mecánica del eje de transmisión y del rodete. La metodología a seguir se define a continuación:

- a) Definición de la geometría.
- b) Preprocesamiento.
- c) Resolución.
- d) Postprocesamiento.

### 5.2.1 Simulación mecánica del eje.

- a) Definición de la geometría.

Se crea la geometría CAD del eje (Figura 5.3) en SolidWorks de acuerdo con las dimensiones especificadas en el Capítulo 3.



**Figura 5.3.** Eje de transmisión modelado en SolidWorks.  
Fuente: Elaboración propia.

- b) Preprocesamiento.

En el Capítulo 3 el eje se diseñó bajo condiciones de fatiga, para realizar el mismo análisis en SolidWorks Simulation primero se debe proceder a realizar un análisis estático y posteriormente el análisis por fatiga.

Para la definición del modelo matemático, es decir, la formulación matemática para describir el comportamiento físico del sistema a analizar, el MEF

incluye las ecuaciones gobernantes (como las ecuaciones de equilibrio para análisis estructurales), las condiciones de contorno, las propiedades del material y cualquier otra información necesaria para realizar la simulación.

### 1) Propiedades del material.

Para empezar a definir el modelo matemático, aplicamos el material seleccionado para el eje en el Capítulo 3. En la Figura 5.4 se asignan las propiedades mecánicas del Acero 1020 CD en SolidWorks.

Property	Value	Units
Elastic Modulus	207000	N/mm <sup>2</sup>
Poisson's Ratio	0.29	N/A
Shear Modulus	80000	N/mm <sup>2</sup>
Mass Density	76500	kg/m <sup>3</sup>
Tensile Strength	470	N/mm <sup>2</sup>
Compressive Strength		N/mm <sup>2</sup>
Yield Strength	390	N/mm <sup>2</sup>
Thermal Expansion Coefficient	1.17e-05	/K

**Figura 5.4.** Propiedades del acero 1020 CD en SolidWorks.  
Fuente: Obtenido de SolidWorks.

### 2) Aplicación de condiciones de cargas.

Las cargas y restricciones son necesarias para definir las condiciones de frontera del modelo, puesto que los resultados del análisis dependen directamente de estas. Las cargas y restricciones se aplican a entidades geométricas como operaciones que se asocian completamente a la geometría y se ajustan automáticamente a cambios geométricos.

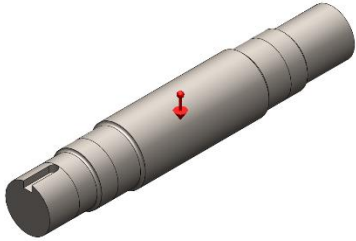
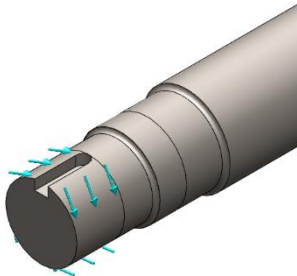
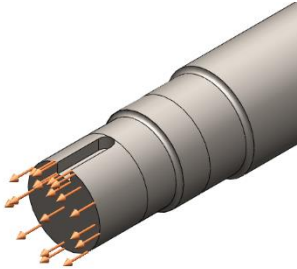
En cuanto al sistema de cargas y restricciones del problema, se tienen en cuenta las siguientes consideraciones:

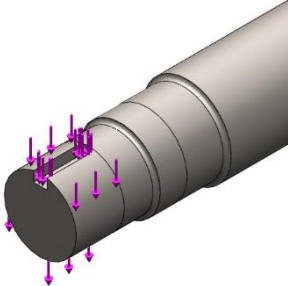
- i. Carga axial se sitúa en la cara del extremo donde se acopla con el rodete.

- ii. La carga tangencial es la suma de la fuerza tangencial sobre el rodete y el peso del rodete. Esta se aplica en el chavetero del eje, puesto que es ahí donde los componentes se acoplan.
- iii. El torque se aplica en el extremo donde se acopla el rodete al eje.
- iv. El extremo opuesto a la aplicación del torque se supondrá fijo pues, es el extremo que se acopla al generador.

Para definir las fuerzas que actúan sobre el eje, dentro de la sección de Cargas externas se selecciona la opción Fuerza y, posteriormente se selecciona la cara donde va a ser aplicada la fuerza como se muestra en la Tabla 5.2 y se ingresan las magnitudes de las fuerzas.

**Tabla 5.2.** Aplicación de cargas sobre el eje.

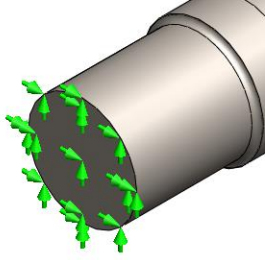
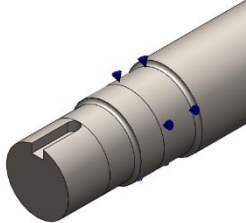
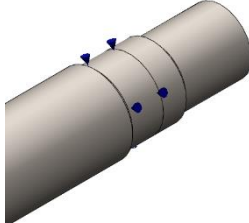
Carga	Imagen	Detalle
Gravedad		Valor: -9.81 m/s <sup>2</sup>
Torque-1		Tipo: Momento torsor Valor: 70.81 Nm
Fuerza-1		Tipo: Fuerza Axial Valor: -117.2 N

Fuerza-2		<p>Tipo: Fuerza Tangencial</p> <p>Valor: -584.34 N</p>
----------	---	--

Fuente: Obtenido de SolidWorks.

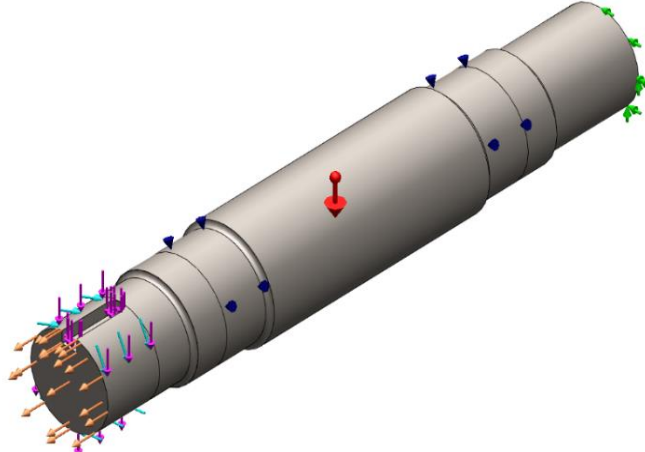
De acuerdo con la Tabla 5.3, el eje está sujetado por dos rodamientos. Esta sujeción permite simular la creación de un rodamiento en el modelo y la interacción que se produce entre el eje y el rodamiento. En su definición se debe indicar las caras cilíndricas del eje.

**Tabla 5.3.** Aplicación de sujeciones en el eje.

Sujeción	Imagen	Detalle
Extremo fijo		<p>Tipo: Fijo</p>
Soporte de rodamiento 1		<p>Tipo: Rodamiento</p>
Soporte de rodamiento 2		<p>Tipo: Rodamiento</p>

Fuente: Obtenido de SolidWorks.

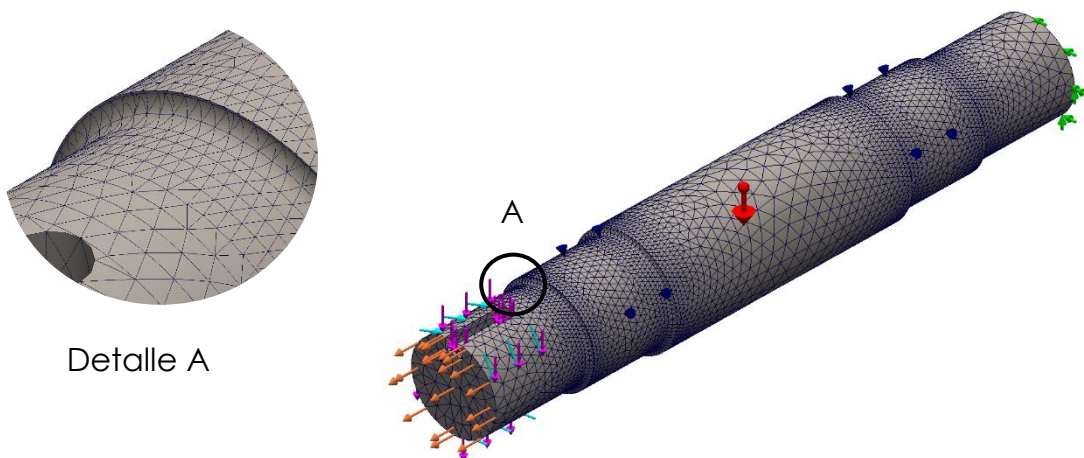
Aplicando el sistema de cargas y sujeciones. el modelo matemático queda definido como se muestra en la Figura 5.5.



**Figura 5.5.** Modelo matemático del eje.  
Fuente: Elaboración propia.

### 3) Mallado del eje.

Para la discretización del eje, se considera una malla híbrida basada en curvatura fina de alta calidad, ya que a diferencia del mallado estándar, este tipo de malla se adapta automáticamente a la curvatura de la geometría del modelo, proporcionando una mayor densidad de elementos en áreas curvas y una menor densidad en superficies planas. El resultado final se muestra en la Figura 5.6.



**Figura 5.6.** Mallado del eje en SolidWorks.  
Fuente: Elaboración propia.

El software crea una malla tetraédrica no estructurada con nodos centrados en los vértices de los elementos. De la Figura 5.7 observamos las características de la malla la cual tiene un total de 178538 nodos.

Mesh Details	
Study name	Static 1 (-Default)
Mesh type	Solid Mesh
Mesher Used	Curvature-based mesh
Jacobian points for High quality mesh	16 points
Max Element Size	2.292 mm
Min Element Size	0.763991 mm
Mesh quality	High
Total nodes	178538
Total elements	124240
Maximum Aspect Ratio	10.3
Percentage of elements with Aspect Ratio < 3	99.3
Percentage of elements with Aspect Ratio > 10	0.00322
% of distorted elements (Jacobian)	0
Number of distorted elements	0
Time to complete mesh(hh:mm:ss)	00:00:05

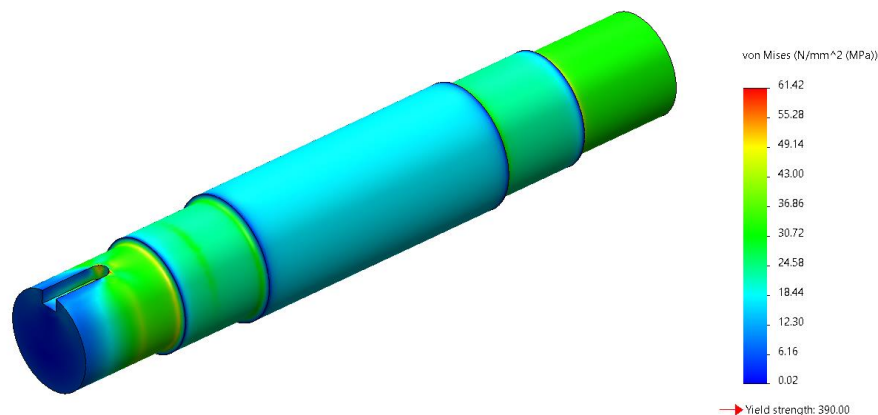
**Figura 5.7.** Descripción del mallado del eje.  
Fuente: Obtenido de SolidWorks.

c) Resolución.

Después de haber definido el análisis estático del eje, se procede a presentar los resultados del análisis estático y por fatiga del componente.

1) Distribución de esfuerzos.

La Figura 5.8 muestra los esfuerzos de Von Mises resultantes debido a la aplicación de las cargas del componente del análisis estático del eje.

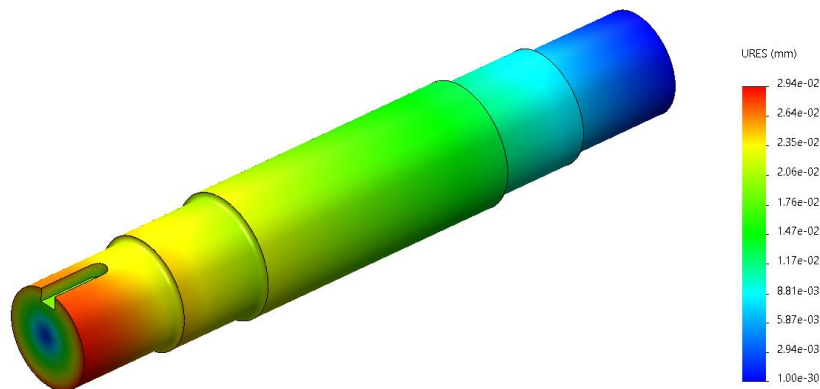


**Figura 5.8.** Simulación estática del eje: Esfuerzos de Von Mises.  
Fuente: Elaboración propia.

Los resultados de la Figura 5.8 demuestran que la sección que presenta mayor tensión es la 1; el rango de colores del análisis es de 61.42 a 0.02 MPa, de rojo a azul respectivamente. El valor máximo obtenido se encuentra muy lejos del límite elástico en tracción del material utilizado para el eje (AISI 1020 CD) y cuyo valor es 390 MPa, esto significa que bajo las cargas a las que el elemento estará sometido el eje no sufrirá deformaciones plásticas.

### 2) Desplazamiento.

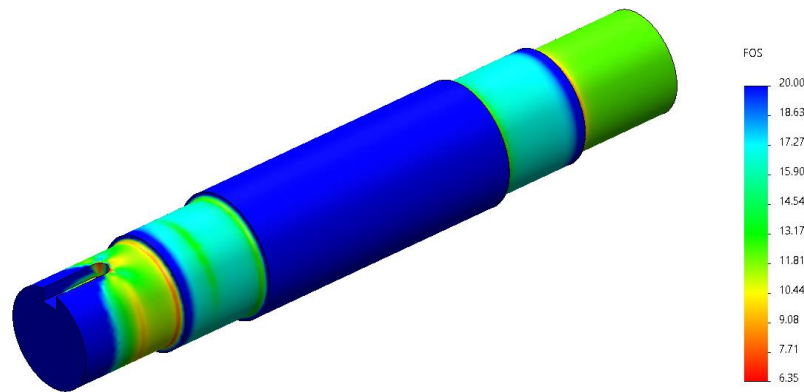
El desplazamiento máximo sufrido por eje se puede verificar de la distribución de desplazamiento de la Figura 5.9, observando que el desplazamiento máximo se da en el extremo del eje, por soportar la carga del par torsor y la carga tangencial, siendo su valor de  $2.94 \times 10^{-2}$  mm.



**Figura 5.9.** Simulación estática del eje: Desplazamiento (URES)  
Fuente: Elaboración propia.

### 3) Factor de seguridad.

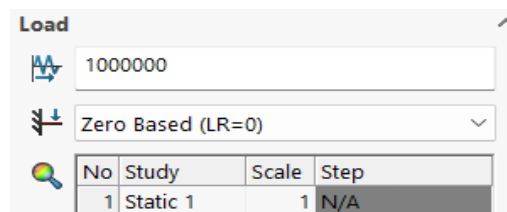
Simboliza la relación entre el valor de la tensión que origina el fallo de fatiga con la tensión. Los modelos ensayados rompen cuando las cargas aplicadas sobre el modelo se multiplican por el resultado del factor de seguridad mínimo en esa zona. El factor de seguridad mínimo obtenido es de 6.35.



**Figura 5.10.** Simulación estática del eje: Factor de Seguridad (FOS).  
Fuente: Elaboración propia.

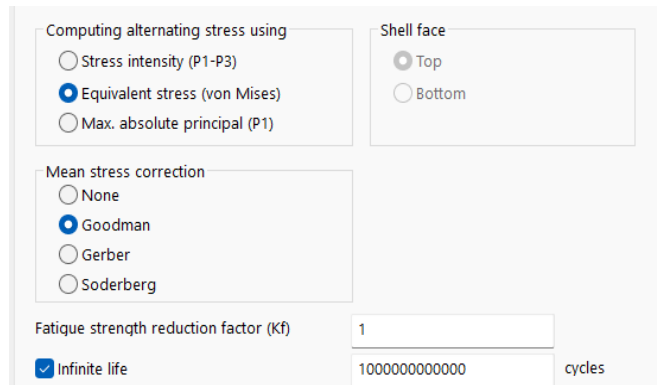
Una vez finalizado el análisis estático procedemos a crear un estudio de fatiga. Los parámetros y características por considerar son los siguientes:

- i. La simulación se realiza en base a un estudio estático de cargas combinadas.
- ii. Se simulará un evento de fatiga de amplitud constante para una carga alternante base 0 (LR=0) puesto que el evento de fatiga de carga no es completamente invertido, con los valores detallados en el análisis estático para  $10^6$  ciclos (Figura 5.11).



**Figura 5.11.** Propiedades del evento de fatiga.

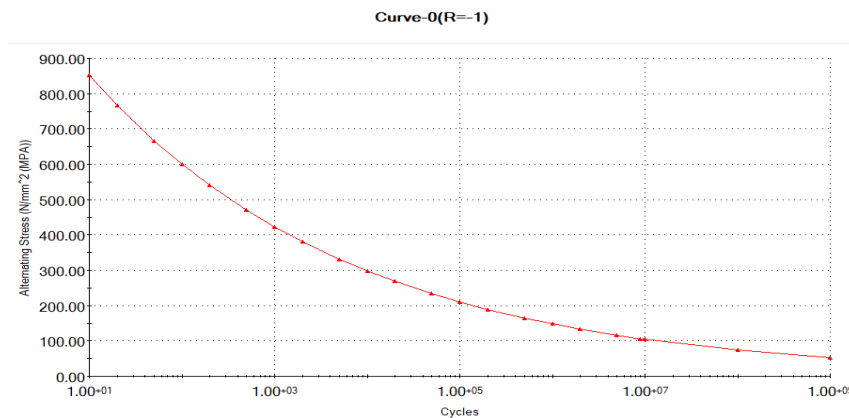
- iii. El estudio se hace en base al esfuerzo equivalente alterno de von Mises para  $10^{13}$  ciclos (vida infinita). Para el factor de resistencia a la fatiga se toma  $K_f = 1$  ya que este ya fue incluido en la determinación de la curva S-N. Con esta información configuramos las propiedades del estudio como se detalla en la Figura 5.12.



**Figura 5.12.** Propiedades del estudio de fatiga.

Para eventos de amplitud constante, el software calcula la tensión media además de la tensión alterna para cada ciclo y luego evalúa la tensión alterna corregida utilizando el criterio de Goodman comparándola con la resistencia a la fatiga.

- iv. Para resolver el estudio de fatiga se define la curva S-N (Curva de fatiga) para el acero AISI 1020 CD para ello se tabulan los datos obtenidos del Apéndice F, obteniendo la curva de la Figura 5.13.

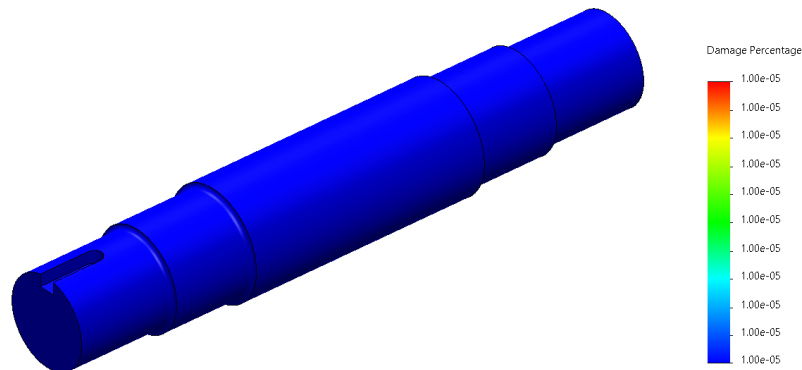


**Figura 5.13.** Curva S-N para el acero AISI 1020 CD.

Después de haber definido los parámetros para el estudio de fatiga del eje, se procede a presentar los resultados del análisis por fatiga del componente.

a) Daño acumulado.

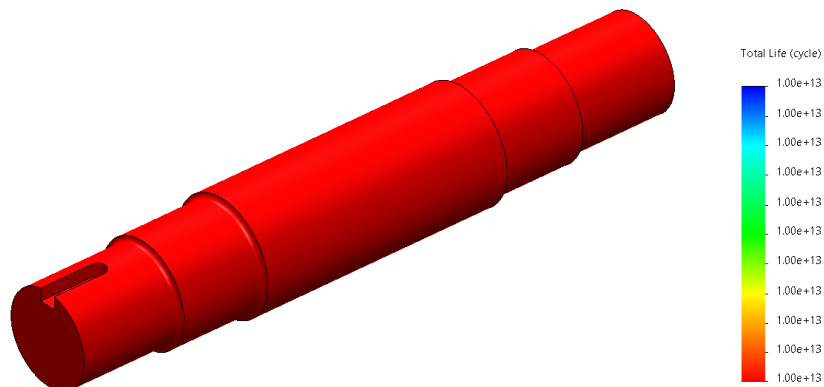
Los resultados del factor de daño indican que el evento especificado consume el 0% de la vida del componente, por lo que se verifica que la pieza no sufre desgaste por fatiga aplicando la carga  $10^6$  ciclos.



**Figura 5.14.** Simulación por fatiga del eje: Porcentaje de daño para  $10^6$  ciclos.  
Fuente: Elaboración propia.

b) Vida total.

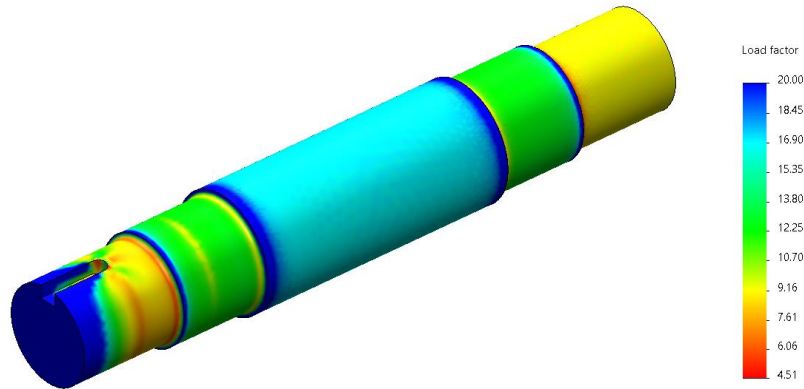
Según el trazado de vida, para dichas cargas y numero de ciclos, observamos que el eje tiene una vida infinita puesto que tiene una vida total mayor a  $10^6$  ciclos.



**Figura 5.15.** Simulación por fatiga del eje: Vida total.  
Fuente: Elaboración propia.

c) Factor de carga.

El trazado de factor de carga nos indica que el eje de presentará falla por fatiga si las cargas actuales se multiplican por 4.51.



**Figura 5.16.** Simulación por fatiga del eje: Factor de carga.  
Fuente: Elaboración propia.

d) Postprocesamiento.

Desarrollado el análisis estático y de falla a fatiga podemos evaluar y comparar los resultados teóricos y los obtenidos mediante SolidWorks Simulation.

1) Esfuerzos de von Mises.

Primero analizaremos los resultados correspondientes a las tensiones obtenidas del análisis estático de SolidWorks Simulation (Figura 5.8) y las del cálculo teórico (Apéndice E). En la Tabla 5.4 se muestran los resultados para cada sección del eje.

Se puede observar una diferencia entre los valores de las tensiones teóricas y los obtenidos de SolidWorks, esto puede deberse principalmente a que en el método teórico el cálculo del factor de corrección de concentración de tensiones se obtiene de gráficas, por lo que el uso y cálculo de factores de corrección hace que el método teórico no alcance la misma precisión que SolidWorks Simulation.

**Tabla 5.4.** Resultados del esfuerzo máximo: Cálculo teórico vs SW Simulation.

Sección	Esfuerzo de Von Mises Cálculo teórico (MPa)	Esfuerzo de Von Mises SW Simulation (MPa)	Porcentaje de error (%)
1	51.28	61.42	-16.50%
2	42.94	47.55	-9.70%
3	24.64	23.48	4.90%
4	33.44	30.81	8.50%
5	17.67	17.50	1.00%
6	22.88	31.00	-26.20%
7	23.11	23.42	-1.30%
8	41.21	44.51	-7.40%
9	31.70	31.91	-0.70%

Fuente: Elaboración propia.

## 2) Desplazamiento.

El rango de colores para la Figura 5.9 es de  $2.94 \times 10^{-2}$  a  $9.95 \times 10^{-9}$  mm, de rojo a azul respectivamente. Aunque la deflexión obtenida del análisis es mayor que el valor calculado en el análisis de deflexión, se considera que el desplazamiento resultante de la simulación sigue siendo insignificante y, por lo tanto, aceptable. La Tabla 5.5 contrastan los resultados teóricos con los obtenidos en la simulación.

**Tabla 5.5.** Factor de seguridad mínimo: Análisis teórico vs SW Simulation.

Sección	Desplazamiento Teórico (mm)	Desplazamiento SW Simulation (mm)
1	$9.9 \times 10^{-3}$	$2.94 \times 10^{-2}$

Fuente: Elaboración propia.

## 3) Factor de seguridad.

La comparación entre el factor de seguridad mínimo obtenido del análisis estático teórico con el de SolidWorks Simulation se muestra en la Tabla 5.6.

**Tabla 5.6.** Factor de seguridad estático: Análisis teórico vs SW Simulation.

Sección	FS Teórico	FS SW Simulation
1	7.61	6.35

Fuente: Elaboración propia.

Las diferencias entre el factor de seguridad obtenido radican en que el esfuerzo teórico calculado en la Sección 1 resultó ser mayor que el obtenido de la simulación. Sin embargo, así como lo esperado según los cálculos teóricos, el chavetero es la zona de mayor concentración de esfuerzos.

Dado que el factor de seguridad mínimo obtenido se considera aceptable, se comprueba que el material seleccionado garantizará que el componente no presente falla ante este análisis estático.

#### 4) Análisis de resistencia a la fatiga

Los resultados de fatiga del eje que se obtuvieron mediante el criterio de Goodman indican que el eje tendrá una vida infinita, ya que el porcentaje de daño del eje sometido a  $10^6$  muestra un porcentaje de daño del 0% con respecto a  $10^{13}$  ciclos (Figura 5.14).

Por otra parte, el factor de carga nos ayuda a predecir si el eje fallará debido a cargas cíclicas. Valores inferiores a uno indican que la falla ocurrirá antes de que se alcance la vida útil de diseño. Para el caso del factor de carga, el valor mínimo obtenido se encuentra en el chavetero (Figura 5.16), los resultados obtenidos comparan en la Tabla 5.7.

**Tabla 5.7.** Factor de seguridad a la fatiga mínimo: Análisis teórico vs SW Simulation.

Sección	FS Teórico	FS SW Simulation
1	6.6	4.5

Fuente: Elaboración propia.

El factor de seguridad a tener en cuenta en comparación con el obtenido en la simulación es derivado del análisis de fatiga. Como se observa, el valor del factor de seguridad es menor al calculado, esto se debe principalmente a que SolidWorks calcula el factor de seguridad a la fatiga a través de un esfuerzo equivalente y lo compara directamente con la resistencia a la fatiga, por otra parte, la determinación de los factores de concentración de esfuerzos a la fatiga pudo haber inducido un error en los cálculos teóricos.

### 5.2.2 Simulación mecánica del rodete.

Para esta simulación se analizarán los esfuerzos en el rodete y sus álabes generados por la fuerza hidráulica y tangencial ejercida por el agua por medio de un ensamble eje-rodete. Al igual que en el análisis del eje, la simulación se lleva a cabo en SolidWorks, utilizando el AEF para resolver el modelo matemático.

#### 1) Definición de cargas.

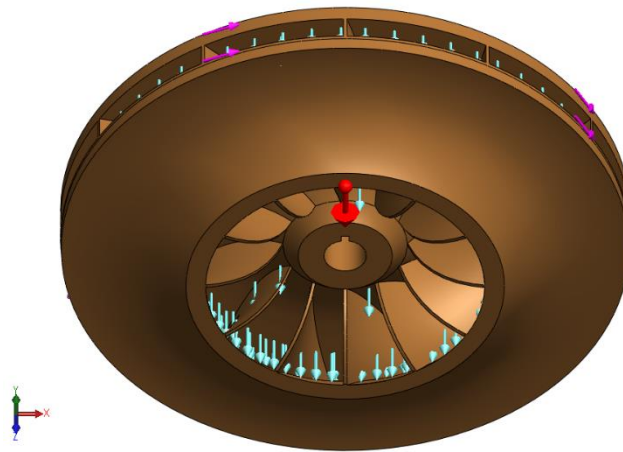
Nuevamente, para definir el modelo matemático, aplicamos al modelo el material seleccionado para el rodete en el Capítulo 3. En la Figura 5.17 se especifican las propiedades mecánicas del Bronce-Aluminio de acuerdo con la biblioteca de materiales de SolidWorks.

Property	Value	Units
Elastic Modulus	110000	N/mm <sup>2</sup>
Poisson's Ratio	0.3	N/A
Shear Modulus	43000	N/mm <sup>2</sup>
Mass Density	7400	kg/m <sup>3</sup>
Tensile Strength	551.485	N/mm <sup>2</sup>
Compressive Strength		N/mm <sup>2</sup>
Yield Strength	275.742	N/mm <sup>2</sup>

**Figura 5.17.** Propiedades del Bronce Aluminio en SolidWorks.

En el modelo geométrico se imponen las siguientes condiciones de frontera (Figura 5.18):

1. La fuerza hidráulica se aplica axialmente al rodete.
2. La fuerza tangencial se aplica a la entrada del rodete.
3. Velocidad angular de 70.21 rad/s y el peso debido al rodete.



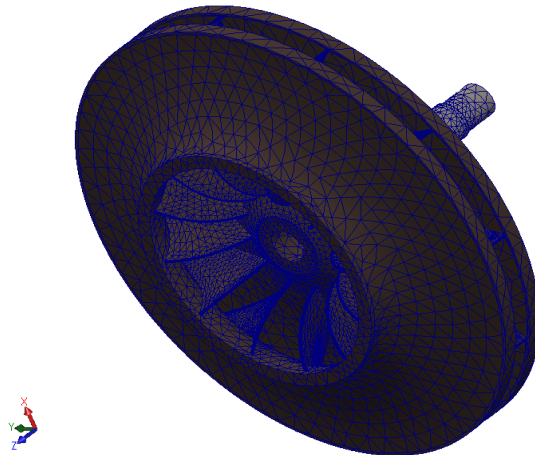
**Figura 5.18.** Condiciones de frontera para simulación del rodete.  
Fuente: Elaboración propia.

## 2) Mallado rodete.

Para la discretización del rodete se considera una malla fina de alta calidad basada en curvatura la cual permite el mallado de ensamblajes. Para el mallado del ensamble, al igual que en el eje, el software crea una malla híbrida basada en sólidos tetraédricos parabólicos y lineales por defecto.

En la Figura 5.19 se muestra el mallado final del rodete, la malla generada es no estructurada híbrida basada en sólidos tetraédrico como establecido inicialmente.

En la Figura 5.20 se muestran los detalles de la malla, la cual tiene un total de 133599 nodos.



**Figura 5.19.** Mallado del conjunto rodete.  
Fuente: Elaboración propia.

Mesh Details	
Study name	Static 1 (-Default-)
Mesh type	Solid Mesh
Mesher Used	Curvature-based mesh
Jacobian points for High quality mesh	16 points
Max Element Size	14.7306 mm
Min Element Size	2.94612 mm
Mesh quality	High
Total nodes	133599
Total elements	74491
Maximum Aspect Ratio	10,594
Percentage of elements with Aspect Ratio < 3	54
Percentage of elements with Aspect Ratio > 10	25.2
% of distorted elements (Jacobian)	0
Number of distorted elements	0
Remesh failed parts with incompatible mesh	Off
Time to complete mesh(hh:mm:ss)	00:00:26

**Figura 5.20.** Descripción de la malla del conjunto rodete.

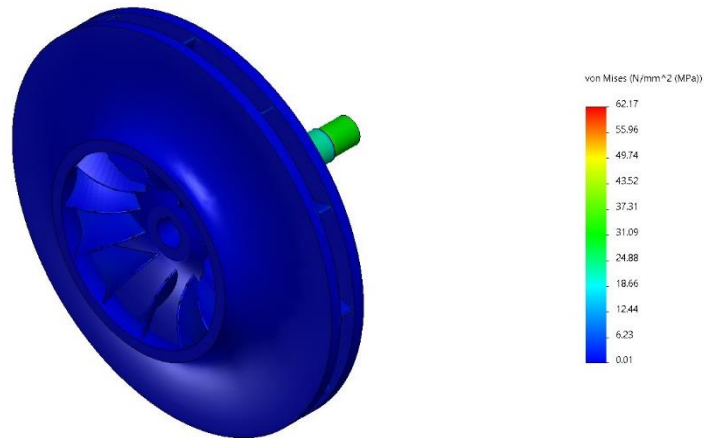
### 3) Resultados del análisis por elementos finitos.

Para determinar la vida a la fatiga del rodete se procede a realizar el análisis de esfuerzos utilizando elementos finitos para identificar los esfuerzos a los que está sometido el rodete.

A continuación, se presentan los resultados obtenidos para el análisis estático y de fatiga en el rodete.

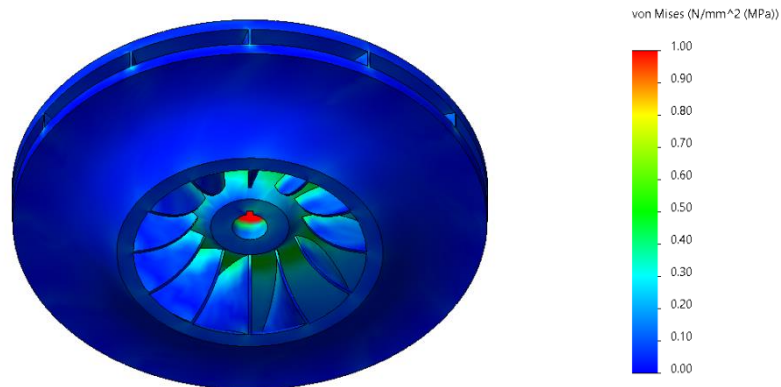
a) Distribución de esfuerzos.

La Figura 5.21 muestra los esfuerzos de Von Mises resultantes debido a la aplicación de la fuerza hidráulica y tangencial en el componente.



**Figura 5.21.** Simulación estática del rodete: Esfuerzos de Von Mises.  
Fuente: Elaboración propia.

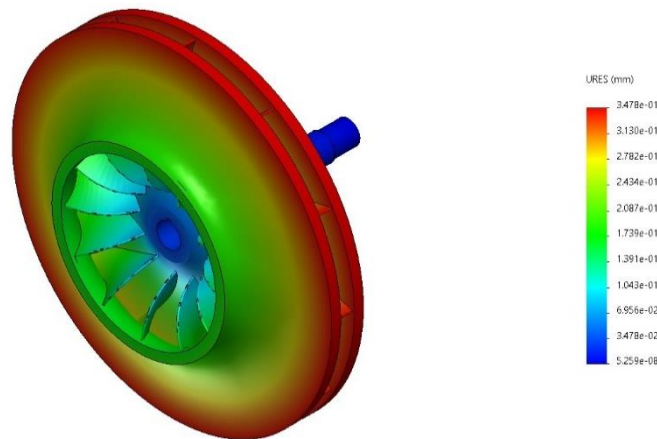
En una distribución de tensiones típica para rodetes de una TF, los máximos valores se presentan en la unión del álabe con la corona superior (Mirasso & Millán, 2003). Al reducir el intervalo de esfuerzos de 0 a 1 MPa, se observa en la Figura 5.22 que el valor máximo en el álabe es de aproximadamente 0.5 MPa, presentándose en la unión con la corona superior.



**Figura 5.22.** Detalle de los esfuerzos en el borde de salida del álabe del rodete.  
Fuente: Elaboración propia.

b) Desplazamiento.

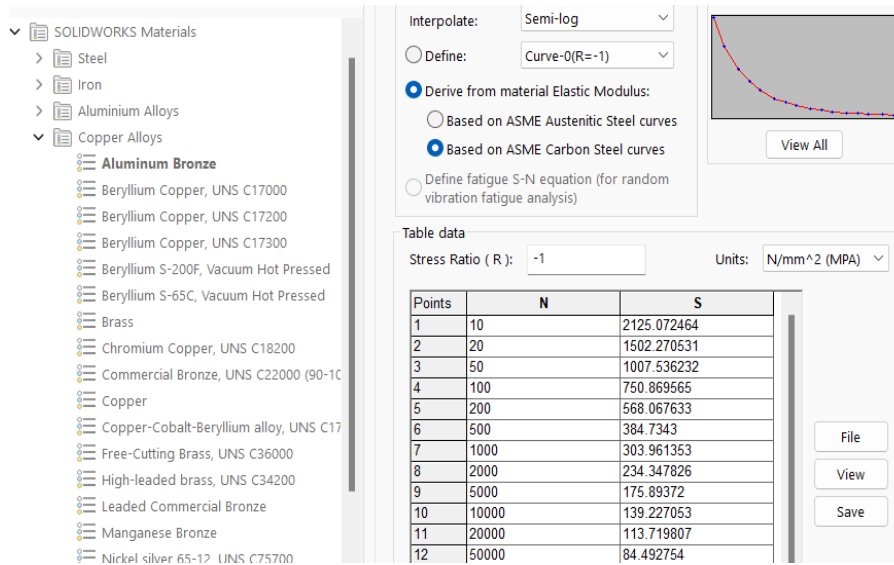
En la Figura 5.23 se muestran los valores de los desplazamientos inducidos por el fluido sobre el rodete en donde se observa que el desplazamiento máximo es 0.347 mm.



**Figura 5.23.** Simulación estática del rodete: Desplazamiento (URES).  
Fuente: Elaboración propia.

Una vez finalizado el análisis estático procedemos a crear un estudio de fatiga. Los parámetros y características por considerar son los siguientes:

1. La simulación se realiza en base al estudio estático de cargas combinadas.
2. Se simulará un evento de fatiga de amplitud constante para una carga alternante base 0 ( $LR=0$ ) con los valores detallados en el análisis estático previo para  $10^6$  ciclos.
3. El estudio se hace en base al esfuerzo equivalente alterno de von Mises utilizando el criterio de Goodman para  $10^{11}$  ciclos (vida infinita) y se toma un factor de resistencia a la fatiga de  $K_f = 1$ .
4. Se define la curva S-N para el Bronce-Aluminio en SolidWorks.

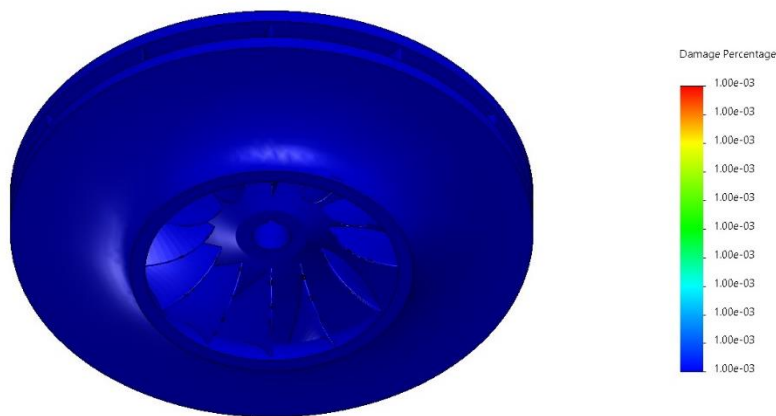


**Figura 5.24.** Curva S-N del Bronce Aluminio obtenida de SolidWorks.  
Fuente: Obtenido de SolidWorks.

Después de haber establecido los parámetros para el estudio de fatiga se procede a presentar los resultados del análisis por fatiga del rodete.

c) Daño acumulado.

Los resultados indican que para el evento especificado se consume alrededor del 0% de la vida del componente, por lo que se verifica que el rodete no sufre daño por fatiga aplicando la carga  $10^6$  ciclos.



**Figura 5.25.** Simulación por fatiga del rodete: Porcentaje de daño para  $10^6$  ciclos.  
Fuente: Elaboración propia.

d) Vida total.

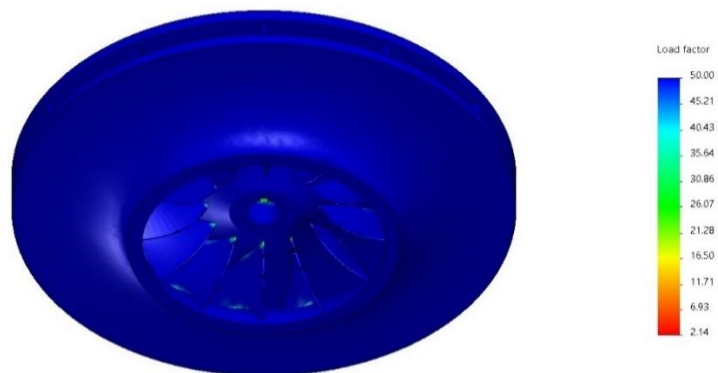
Del trazado de vida observamos que el rodete tiene una vida infinita puesto que tiene una vida total mayor a  $10^6$  ciclos.



**Figura 5.26.** Simulación por fatiga del rodete: Vida total.  
Fuente: Elaboración propia.

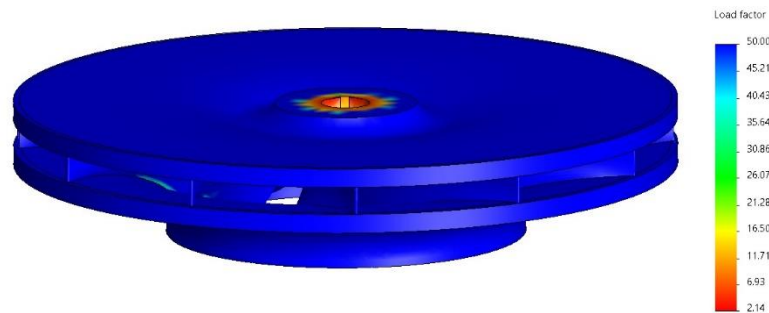
e) Factor de carga.

El trazado de factor de carga de la Figura 5.27 nos indica que el rodete presentará falla por fatiga si las cargas actuales se multiplican por 2.14 en la corona.



**Figura 5.27.** Simulación por fatiga del rodete: Factor de carga.  
Fuente: Elaboración propia.

De acuerdo con la Figura 5.28 observamos que el factor de carga mínimo obtenido se ubica en la corona, en donde se acopla el eje al rodete.



**Figura 5.28.** Factor de carga mínimo en el rodete.  
Fuente: Elaboración propia.

#### 4) Análisis de resultados.

Los resultados muestran que el rodete no sufre daño por fatiga, debido a que el esfuerzo alterno que experimenta el rodete no es superior 275.5 MPa, valor que corresponde al esfuerzo de fatiga, si se considera que los coeficientes adimensionales que afectan la resistencia a la fatiga son igual a la unidad. Este valor equivale al 50 % del esfuerzo último del material del que está construido el rodete de la turbina.

Por otra parte, el factor de carga mínimo obtenido es de 2.14 y se encuentra en la corona superior del rodete, en la sección donde el eje se acopla al mismo, esto debido a que es ahí donde se presentan los mayores esfuerzos.

Se concluye entonces que el rodete tiene un factor de seguridad a la fatiga aceptable y, además, está diseñado para vida infinita puesto que el porcentaje de daño del componente sometido a  $10^6$  ciclos es aproximadamente 0%.

## **CAPÍTULO 6. ESTADO DEL ARTE DE LA FABRICACIÓN ADITIVA.**

### **6.1 Fabricación aditiva o impresión 3D.**

En el presente capítulo se muestra el estado del arte de la Fabricación Aditiva (FA) precisando en las tecnologías disponibles a nivel nacional. Además, se plantea la posibilidad de reproducir mediante esta tecnología los modelos digitales de la TF elaborados en capítulos anteriores con el objetivo de mostrar las ventajas que dichas técnicas ofrecen en la optimización de la fabricación de estos elementos.

Existen diversas maneras convencionales de manufacturar componentes mecánicos, como fundiciones, mecanizados, entre otros. La tecnología ha ido en crecimiento a pasos agigantados, lo que ha permitido desarrollar un proceso de manufactura distinto que debido a los principios de funcionamiento que este tiene, exhibe muchas ventajas respecto a los métodos convencionales, así como facilidades en obtener precisión en la geometría que se desea manufacturar.

Se presenta la tecnología de Impresión 3D o FA como alternativa de proceso de fabricación de elementos de una TF desarrollados digitalmente. Esta tecnología puede complementarse con los procesos de manufactura convencional, logrando así aprovechar las bondades que cada uno ofrece con el único fin de alcanzar la mejor optimización de recursos y resultados que se buscan.

#### **6.1.1 Definición.**

La FA es un conjunto de procesos que producen objetos a través de la adición de material en capas que corresponden a las sucesivas secciones transversales de un modelo 3D. Los plásticos y las aleaciones de metal son los

materiales más usados para impresión 3D, pero se puede utilizar casi cualquier cosa, desde hormigón hasta tejido vivo. (AUTODESK, s.f.)

### **6.1.2 Antecedente histórico.**

El primer registro de solicitud de patente para una impresora 3D se origina en Japón, en 1981, presentada por el Dr. Hideo Kodama. Creó un producto que utilizaba luces ultravioletas para endurecer polímeros y crear objetos sólidos. Esto es un paso previo a la estereolitografía (SLA). En 1986, Charles Hull, conocido como Chuck Hull “padre de la impresión 3D”, quien en la actualidad es Cofundador de 3D Systems, desarrolló la SLA, un proceso de impresión que permite que un objeto en 3D se cree a partir de datos digitales. Se utiliza tecnología para crear un modelo 3D a partir de una imagen y permite que los usuarios prueben un diseño antes de que se invierta en la fabricación del modelo definitivo (Vitoria, 2024).

### **6.1.3 Ventajas y limitaciones.**

La FA ofrece numerosas ventajas, pero también presenta ciertas limitaciones. A continuación, se detallan ambos aspectos.

Ventajas:

- a) **Diseño y Flexibilidad:** con la FA es posible la creación de geometrías complejas que serían imposibles o muy costosas de fabricar mediante métodos tradicionales. Esto incluye estructuras internas, cavidades, etc. Además, facilita la producción de piezas personalizadas a bajo costo, ideal para aplicaciones médicas como implantes y prótesis a medida.

- b) Reducción de residuos: a diferencia de los métodos sustractivos, la FA sólo utiliza el material necesario para construir una pieza, reduciendo significativamente el desperdicio.
- c) Prototipado rápido: permite la rápida producción de prototipos para pruebas y validación, acelerando el ciclo de desarrollo de productos.
- d) Ahorro energético: la maquinaria consume menos energía que los métodos de fabricación convencionales y los productos son más ligeros.
- e) Digitalización: integra herramientas y recursos del Internet de las Cosas (IoT). La integración de IoT permite la automatización del inicio, monitoreo y finalización de los trabajos de impresión, mejorando la eficiencia y reduciendo la intervención manual. La combinación de IoT y FA encaja en el marco de la Industria 4.0 al digitalizar y automatizar los procesos de producción.

Limitaciones:

- a) Velocidad de producción: aunque es excelente para prototipos y producciones pequeñas, la FA suele ser más lenta que los métodos de producción masiva tradicionales, como el moldeo por inyección.
- b) Costo del material: Los materiales específicos para FA, especialmente los de alta calidad, pueden ser costosos comparados con los utilizados en la manufactura tradicional.
- c) Propiedades mecánicas: las piezas fabricadas aditivamente pueden tener propiedades mecánicas inferiores o inconsistentes en comparación con las fabricadas tradicionalmente. La anisotropía, o

variación de propiedades en diferentes direcciones, es una preocupación común.

- d) Postprocesamiento: muchas piezas impresas en 3D requieren postprocesamiento, como lijado, pulido o tratamiento térmico, lo que añade tiempo y costos adicionales.
- e) Limitaciones de tamaño: las impresoras 3D tienen un volumen de construcción limitado, lo que restringe el tamaño máximo de las piezas que se pueden producir en una sola operación.

#### **6.1.4 Principales tecnologías.**

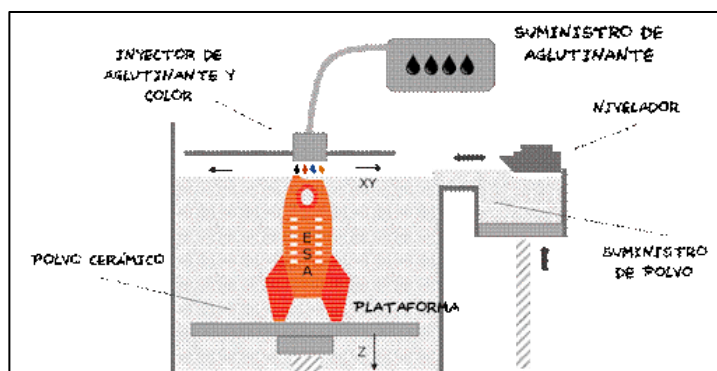
Entre las principales tecnologías de FA podemos listar las siguientes:

- 1) Inyección de aglutinante o Binder Jetting.

La inyección de aglutinante es una categoría de técnicas de FA que utilizan cabezales de impresión de inyección de tinta para depositar selectivamente un agente adhesivo líquido sobre material en polvo para formar objetos sólidos en 3D. Debido a que las moléculas de polvo se unen mediante una reacción química adhesiva en lugar de fundirse o sinterizarse a partir de la energía térmica aplicada, las técnicas de inyección de aglutinante son distintas de las técnicas de fusión de lecho de polvo (SIEMENS, s.f.).

La impresión por inyección de tinta se conoce comúnmente como un tipo de impresión 2D que recrea una imagen impulsando gotas de tinta sobre el papel. El proceso de inyección de aglutinante funciona de manera similar, pero utiliza adhesivo líquido en lugar de tinta y sustrato en polvo en lugar de papel. Primero, se extiende una fina capa de polvo sobre una plataforma de construcción. Siguiendo las instrucciones proporcionadas por un archivo CAD, el cabezal de impresión se mueve hacia adelante y hacia atrás sobre la plataforma y deposita

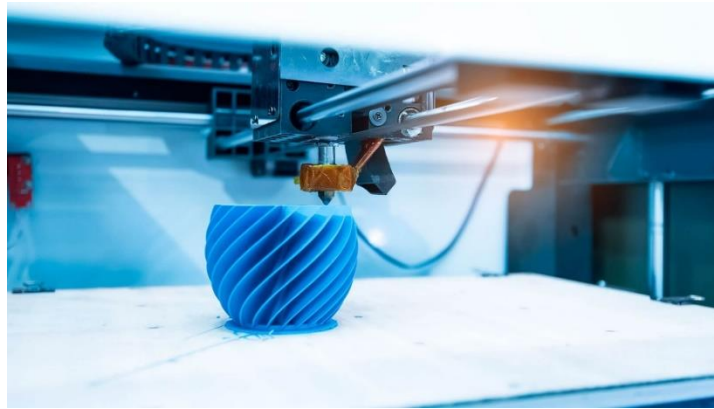
selectivamente gotas de material adhesivo para endurecer las áreas de polvo. A continuación, la base de impresión cambia de altura, se extiende otra capa de polvo por toda la sección terminada y el proceso se repite capa por capa hasta que el objeto está completamente impreso (SIEMENS, s.f.).



**Figura 6.1.** Esquema de funcionamiento de la tecnología de inyección de aglutinante.

## 2) Modelado por deposición fundida.

Es un sistema de FA donde un cabezal de extrusión controlado por ordenador extruye un hilo de material plástico. Se producen dos movimientos planos X e Y en una plataforma con movimiento vertical. El cabezal realiza la función de extrusor, calentando el filamento de material termoplástico, del que es alimentado, hasta derretirlo. La deposición del material sobre la base realiza la construcción de cada sección o capa de la pieza. Cada vez que se completa una capa, la mesa desciende para poder continuar con la siguiente. En las máquinas industriales, este proceso se produce en una cámara con temperatura y ambiente controlados. En las impresoras 3D más económicas, por el contrario, ese control no puede ser realizado de forma tan exhaustiva (INEO, 2024).

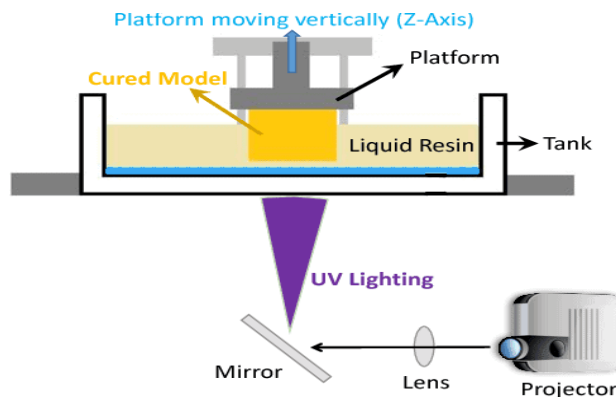


**Figura 6.2.** Modelo por deposición fundida.

### 3) Estereolitografía

La SLA es la primera tecnología de impresión 3D comercializada, creada por Chuck Hull, cofundador y director de Tecnología de 3D Systems, en 1980. Utiliza un láser ultravioleta para curar con precisión secciones transversales de fotopolímeros, convirtiéndolos de líquidos en sólidos. Las piezas se imprimen directamente desde los datos de CAD, capa por capa, para elaborar prototipos, patrones de microfusión, herramientas y piezas de uso final.

Una vez que el proceso de impresión por SLA está completo, se limpian las piezas de SLA en una solución solvente para eliminar la resina sin curar que queda en la superficie de la pieza, las piezas ya limpias se curan en un horno UV.



**Figura 6.3.** Proceso de impresión 3D SLA.

#### 4) Sinterizado directo de metal por láser.

El Sinterizado Directo de Metales por Láser (DMLS) es un proceso industrial de impresión 3D de metales que fabrica prototipos metálicos totalmente funcionales y piezas de producción en 7 días o menos. Una gama de metales produce piezas finales que pueden utilizarse para aplicaciones de uso final. La tecnología de impresión 3D en metal se utiliza habitualmente para creación de prototipos en materiales de grado de producción, geometrías completas, piezas funcionales de uso final, reducción de componentes metálicos en un ensamblaje.

Para iniciar la fabricación, la impresora 3D crea una atmósfera inerte en su cámara y la calienta a la temperatura óptima. Se deposita una fina capa de polvo de metal, generalmente de entre 20 y 60 micras de grosor, sobre la bandeja. Un láser de fibra óptica escanea la sección transversal de la pieza y funde las partículas metálicas según el modelo 3D. Una vez completada una capa, la bandeja desciende y se añade una nueva capa de polvo, repitiendo este proceso capa a capa hasta formar la pieza final. La fusión láser por lecho de polvo permite imprimir en 3D piezas de metal, concretamente de aluminio, titanio, Inconel, acero y cromo-cobalto, entre otros metales y aleaciones. En resumen, el proceso de impresión 3D DMLS es el siguiente:

1. Preparación del material: El material base es un polvo fino de metal, a menudo una aleación específica. Este polvo se almacena en una tolva y se introduce en la máquina de impresión.
2. Precalentamiento: Antes de imprimir, el polvo se precalienta a una temperatura ligeramente inferior a su punto de fusión. Esto garantiza que el material se solidifique rápidamente tras el paso del láser.

3. Aplicación con rodillo: Para cada capa de la impresión, se aplica una fina película de polvo a la bandeja de impresión mediante un rodillo.
4. Fusión: Un láser de alta potencia se dirige con precisión a la capa superior de polvo metálico. La intensidad del láser se ajusta para alcanzar la temperatura de fusión del material, haciendo que se funda y solidifique inmediatamente al enfriarse. Este paso se repite capa a capa hasta construir el objeto final.



**Figura 6.4.** Sinterizado directo de metal por láser.

**Tabla 6.1.** Comparativa de principales tecnologías de impresión 3D.

<b>Tecnología</b>	<b>Aplicación</b>	<b>Ventajas</b>	<b>Desventajas</b>
Inyección de aglutinante	Ideal para la fabricación de moldes de arena para fundación.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Alta precisión y capacidad para moldes grandes y complejos.</li> <li>- Reproduce fácilmente geometrías complejas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Poca resistencia mecánica.</li> <li>- No apto para pruebas funcionales.</li> </ul>
Modelado por deposición fundida	Adecuados para prototipos, modelos a escala y piezas no funcionales	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Bajo costo</li> <li>- Resistencia moderada.</li> <li>- Reproduce parcialmente las características físicas del ABS.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Superficie rizada.</li> <li>- Menor precisión y acabado superficial.</li> </ul>

Estereolitografía	Ideal para prototipos detallados y modelos de alta precisión.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Precios moderados.</li> <li>- Excelente acabado superficial.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Baja resistencia.</li> <li>- Validez limitada para pruebas funcionales.</li> <li>- La resina curada puede volverse quebradiza con el tiempo.</li> </ul>
Sinterizado directo de metal por láser	Óptimo para la producción de piezas metálicas funcionales	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Capaz de trabajar con casi cualquier aleación.</li> <li>- Alta resistencia y durabilidad de las piezas metálicas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Alto costo</li> </ul>

Fuente: Elaboración propia.

### 6.1.5 Materiales.

Existe una gran variedad de materiales usados para la impresión de objetos en tres dimensiones, desde materiales líquidos, sólidos, flexibles, transparentes, opacos, de colores, etc. Materiales que según sus propiedades pueden satisfacer las necesidades de las piezas u objetos creados a partir de ellos, ya que cada uno dispone de diferentes características y propiedades que permiten la creación de determinados objetos con una determinada resistencia o con una precisión mayor (Adeva, 2023).

#### a) Plásticos

Los plásticos para impresión 3D son materiales ligeros en formato filamento con una amplia gama de propiedades físicas, adecuados tanto para fines de creación de prototipos como para algunas aplicaciones funcionales. Los plásticos son termoplásticos, que suelen ser más adecuados para aplicaciones funcionales, o termoestables (con SLA o Material Jetting), que suelen ser más adecuados para aplicaciones que requieren una buena apariencia visual.

1. Filamento de Ácido Poliláctico (PLA): es el polímero de impresión 3D más común, presenta alta rigidez, buen acabado final y es asequible. El PLA es un termoplástico biodegradable para la creación de prototipos no funcionales de bajo coste. Mejor acabado que el ABS, pero más frágil. No es apto para altas temperaturas.
2. Filamento de Acrilonitrilo Butadieno Estireno (ABS): es un plástico común, con mejores propiedades mecánicas y térmicas que el PLA. El ABS es un termoplástico común con buenas propiedades mecánicas y excelente resistencia al impacto, superior al PLA, pero con detalles menos definidos.
3. Filamento de Nylon o Poliamida (PA): se utiliza para sustituir piezas funcionales moldeadas por inyección; dispone de buena resistencia química. El PA es un termoplástico con excelentes propiedades mecánicas, alta resistencia química y a la abrasión. Es perfecto para aplicaciones funcionales.

#### b) Metales

Al igual que el resto de los procesos de impresión 3D, las impresoras 3D de metal construyen las piezas añadiendo material capa a capa a partir de un diseño 3D digital, de ahí el término alternativo de FA. De este modo, se pueden construir piezas con geometrías imposibles de fabricar de tecnologías tradicionales sustractivas (mecanizado por Control Numérico por Computadora, también conocido como CNC) o formativas (fundición de metales), y sin necesidad de utillaje especializado (por ejemplo, un molde). Los metales de impresión 3D se utilizan principalmente en aplicaciones que requieren una alta resistencia, una alta dureza o resistencia térmica. Al imprimir en metal, la

optimización de la topología es fundamental para maximizar el rendimiento de la pieza y mitigar el alto coste de la tecnología.

### c) Polvos

Las impresoras 3D más modernas utilizan materiales en polvo para construir productos. Dentro de la impresora, el polvo se funde y se distribuye en capas hasta conseguir el grosor, la textura y los patrones deseados. Los polvos pueden proceder de diversas fuentes y materiales, pero los más comunes son:

1. Poliamida (Nylon): Gracias a su resistencia y flexibilidad, la poliamida permite un alto nivel de detalle en un producto impreso en 3D. El material es adecuado para unir piezas y encajar partes en un modelo impreso en 3D. La poliamida se utiliza para imprimir todo tipo de productos, desde cierres y asas hasta coches y figuras de juguete.
2. Alumide: Compuesto por una mezcla de poliamida y aluminio gris, el polvo de Alumide permite crear algunos de los modelos impresos en 3D más resistentes. Reconocido por su aspecto granulado y arenoso, el polvo es confiable para modelos y prototipos industriales.

En forma de polvo, materiales como el acero, el cobre y otros tipos de metal son más fáciles de transportar y moldear en las formas deseadas. Al igual que los distintos tipos de plástico utilizados en la impresión 3D, el polvo metálico debe calentarse hasta el punto en que pueda distribuirse capa por capa para formar una forma completa (Aula21, 2023).

**Tabla 6.2.** Características de materiales para impresión 3D.

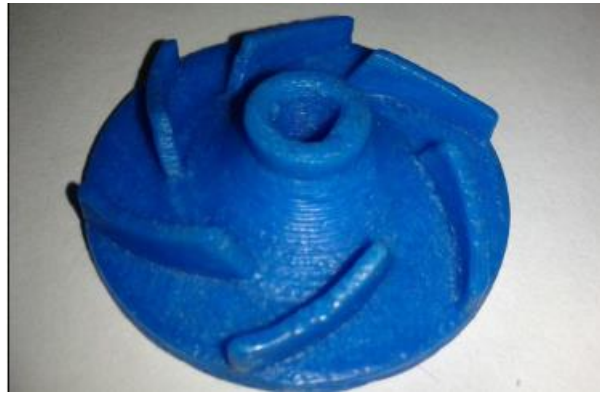
Tipo	Material	Características	Resistencia a la tensión	Proceso
METALES	Aluminium AISi10Mg	Aleación utilizada en procesos de fundición y moldeado a presión.	360 MPa	DMLS
	Inconel 718	Superaleación de níquel – cromo de alta resistencia a la corrosión.	960 MPa	DMLS
	Titane (Ti6Al4V)	Las propiedades mecánicas son comparables a las del titanio forjado en cuanto a resistencia a la tracción, alargamiento y dureza.	1200 MPa	DMLS
PLASTICOS	ABS-Like Grey (Accura Xtreme Grey)	Es un material estereolitográfico ideal por su durabilidad y tolerancia al calor.	40 MPa	SLA
	PA11 Vapour Smooth Black	Proporciona una excelente ductilidad y resistencia a la temperatura sin sacrificar la resistencia a la tracción	52 MPa	MFJ
	ABS-Like Black (Accura 7820)	El ABS-Like Black es un material duradero para la creación de prototipos.	55 MPa	SLA

Fuente: Elaboración propia.

## 6.2 Fabricación aditiva en El Salvador.

### a) Laboratorio de Nanotecnología UFG.

En el Instituto de Ciencia, Tecnología e Innovación de la Universidad Francisco Gavidia la primera impresora 3D comenzó operaciones en 2013, en el marco de un proyecto de investigación dedicado a la manufactura aditiva. La finalidad de este proyecto realizado en el Laboratorio de Nanotecnología fue adquirir los conocimientos necesarios para el manejo de las diferentes tecnologías implicadas y aplicarlos a la solución de diferentes problemáticas específicas de aplicación práctica. En el contexto del estudio anterior se realizaron los siguientes ejemplos de aplicación:



**Figura 6.5.** Propela de bomba de agua para motocicleta  
Fuente: (Christoph, Hernández, & Muñoz, 2016)

1. Repuesto de propela para bomba de agua de motocicleta. La manufactura aditiva puede utilizarse para la fabricación de repuestos a medida, como es el caso de una propela de agua para el motor de una motocicleta fabricada en el laboratorio con impresión 3D, el material utilizado es ABS cuyas propiedades lo hacen un material muy resistente y es muy utilizado en la industria automotriz, así como en otros usos. Impresa en ABS color azul, sus dimensiones son: 40mm de diámetro x 11mm de alto, para realizar esta pieza se partió de la propela original hecha por el fabricante, la cual tiene un costo elevado, la pieza original tenía graves daños en las aspás que la conforman, se procedió tomando medidas de todas sus dimensiones geométricas y luego al modelado en 3D para finalmente imprimirla con una impresora 3D Félix 2.0, tras varias pruebas con diferentes materiales se concluye que esta pieza impresa con ABS es de gran calidad y duración, su construcción toma 45 minutos y está compuesta por 150 capas.
2. Roscas, engranes y otras herramientas: En el laboratorio se está experimentando la fabricación de roscas y engranes que pueden ser

utilizados como repuestos económicos a las piezas originales, pero igualmente funcionales, fabricadas con plástico biodegradable PLA.



**Figura 6.6.** Herramientas impresas en PLA.  
Fuente: (Christoph, Hernández, & Muñoz, 2016)

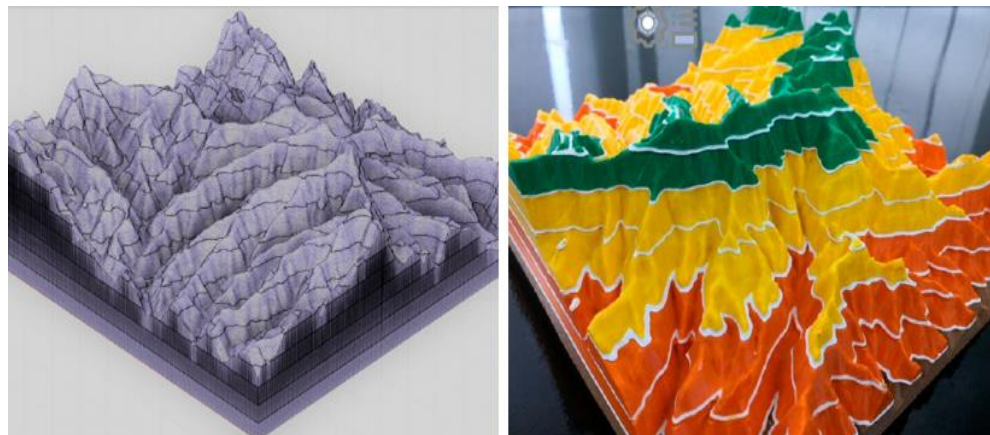
#### b) Laboratorio de Fabricación Digital.

El Laboratorio de Fabricación Digital (FIA LAB) surgió en la Escuela de Ingeniería Industrial, e inició operaciones en 2018, a raíz de la necesidad de innovar y desarrollar proyectos académicos, fundamentados en el diseño, la ingeniería y la manufactura asistida por computadora. Actualmente el FIA LAB cuenta con 7 años de servicio y ha apoyado en diferentes proyectos al sector docente y estudiantil de la Universidad de El Salvador. A continuación, se presentan algunos proyectos desarrollados por el FIA LAB:

##### 1. Impresión de cuenca para estudio hidrográfico.

Proyecto de un docente de la Escuela de Ingeniería Mecánica de la UES para la cátedra de Pequeñas Centrales Hidroeléctricas, pretende estudiar diversos puntos en la cuenca para ubicación de pequeñas centrales hidroeléctricas. El equipo del FIA LAB procesó el modelo del Sistema de Información Geográfica (GIS), realizó la segmentación y

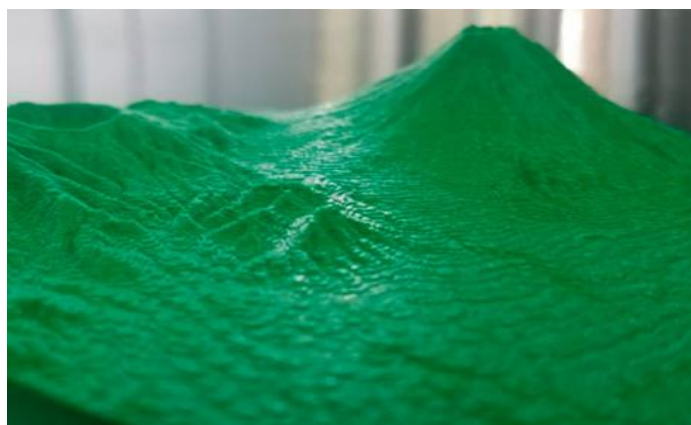
realizó la impresión 3D y postprocesado. El modelo mide 25 x 25 cm de base y está a una escala de 1:10,000.



**Figura 6.7.** Impresión de cuenca hidrográfica.

## 2. Impresión de complejo volcánico de El Salvador.

Proyecto de un docente de la Escuela de Geofísica de la UES en donde equipo del FIA LAB procesó el modelo GIS y realizó la impresión 3D.



**Figura 6.8.** Impresión de complejo volcánico de El Salvador.

## c) Proyecto de Ingeniería Mecánica, FIA - UES.

En los meses comprendidos entre agosto y noviembre de 2022, se desarrolló en la asignatura “Proyecto de Ingeniería Mecánica” el trabajo titulado “Impresión 3D en la elaboración de modelos de turbinas hidráulicas” en el cual los estudiantes de la Escuela de Ingeniería

Mecánica de la Facultad de Ingeniería y Arquitectura de la Universidad de El Salvador llevaron a impresión un rodete de una TF tomando como referencia la PCH de Río Sucio. Los parámetros de diseño y funcionamiento utilizados fueron de 10.51 m<sup>3</sup>/s y 31.5 m de carga neta, generando una potencia útil de 2,500 kW.



**Figura 6.9.** Impresión 3D de rodete Francis FIA-UES

### **6.2.1 Tecnologías disponibles en el mercado.**

Siendo la FA un proceso de fabricación relativamente nuevo en El Salvador, algunos talleres de impresión en como “Creativos 3D”, cuentan con el comercio de dispositivos de impresión 3d, siendo estos en su mayoría, importados. Estas impresoras cuentan con algunas tecnologías de impresión siendo la más común la Fabricación con Filamento Fundido (FFF)

#### 1) Fabricación con Filamento Fundido.

La FFF es el tipo de tecnología más común entre la mayoría de las impresoras, es un proceso de FA que deposita un material termoplástico capa por capa para construir una pieza. La tecnología FFF fabrica objetos fuertes, duraderos y dimensionalmente estables con una gran precisión. Entre las múltiples tecnologías de impresión 3D en el mercado, es la más difundida debido

a que tanto el hardware como el material son asequibles y requieren una inversión inicial baja, existe una amplia gama de materiales disponibles, por lo que la tecnología es adecuada para múltiples aplicaciones y mercados, además, la tecnología admite termoplásticos de calidad industrial como nylon, poliuretano termoplástico (TPU), ABS, entre otros (3Dprint.pe, 2018).



**Figura 6.10.** Impresora Creality-Ender 3 V3 KE 22 x 22 x 24 cm.  
Fuente: (Creality, n.d.)

### **6.3 Aplicaciones de la Fabricación Aditiva en la producción de turbomáquinas.**

La FA ha emergido como una tecnología crucial en la industria de la turbomaquinaria, ofreciendo ventajas significativas en términos de diseño, producción y rendimiento. A continuación, se detallan las principales aplicaciones de la FA en la producción de turbomáquinas:

- a) Prototipado rápido: la FA permite la creación rápida de prototipos funcionales para turbinas y compresores, facilitando pruebas y ajustes en las etapas iniciales del desarrollo. Así también, los ingenieros

pueden realizar múltiples iteraciones de diseño de manera ágil, optimizando componentes antes de la producción en masa.

- b) Producción de componentes complejos: permite la fabricación de álabes de turbinas con geometrías complejas permitiéndonos mejorar su eficiencia, por otra parte, componentes con formas intrincadas como boquillas y difusores también pueden ser producidos con precisión, optimizando el flujo de aire y combustible en la turbina.
- c) Optimización de peso y material: con la FA es posible la creación de estructuras ligeras pero robustas, reduciendo el peso total de turbomaquinaria y mejorando su eficiencia energética. Además, la capacidad de construir componentes capa por capa reduce el desperdicio de material y permite el uso de aleaciones avanzadas y materiales compuestos.
- d) Reparación y mantenimiento: la FA puede utilizarse para reparar componentes desgastados o dañados. La producción rápida de piezas de repuesto garantiza un tiempo de inactividad mínimo y una mayor disponibilidad de equipos.
- e) Producción de herramientas y moldes: es ideal para crear moldes de alta precisión utilizados en la fundición de metales, produciendo componentes con geometrías complejas, además, permite la fabricación de herramientas específicas para la producción y montaje de componentes, mejorando la eficiencia del proceso.
- f) Innovación y experimentación: la FA facilita la experimentación con nuevos materiales y diseños innovadores que serían difíciles o imposibles de producir con métodos tradicionales. Los ciclos de prueba

y error se aceleran, permitiendo una innovación continua y rápida implementación de mejoras tecnológicas.

La FA ofrece una gama amplia de aplicaciones en la producción de turbomaquinaria, permitiendo a los fabricantes optimizar el diseño, reducir costos y tiempos de producción, y mejorar el rendimiento y la eficiencia de sus productos. A continuación, se enumeran algunas aplicaciones prácticas y exitosas en la industria de las turbomáquinas:

1) Álabes de Turbina de Gas.

A principios de 2017, Siemens, alcanzó las primeras pruebas exitosas en turbinas de carga completa para álabes de turbina de gas completamente producidas usando fabricación aditiva. Se utilizó SLM para diseñar los álabes de las turbinas de gas impresas en 3D. Los álabes han sido probados e instalados con éxito en una turbina de gas industrial con una capacidad de 13 MW (Energía estratégica, 2017).

2) Turbinas Hidráulicas.

La empresa alemana Voith utiliza la FA para fabricar componentes de turbinas hidráulicas, incluyendo álabes guía y piezas del sistema de control de flujo. Estos componentes impresos en 3D han demostrado una excelente resistencia a la erosión y un rendimiento superior en condiciones operativas desafiantes. Actualmente, el ORNL (Laboratorio Nacional de Oak Ridge) está apoyando a VOITH para producir componentes de turbinas que pesan 35 toneladas utilizando un proceso de FA híbrido. (ENERGY EFFICIENCY & RENEWABLE ENERGY, 2024)

### 3) Componentes de motores de avión.

General Electric Aviation, fabricante de motores a reacción, producía motores que incorporaban hasta 19 boquillas de inyección de combustible, las cuales se producían a partir de 20 piezas soldadas. En la actualidad, la FA permitió la producción de este componente del motor en una sola pieza, haciéndola más económica y duradera (García, 2021).

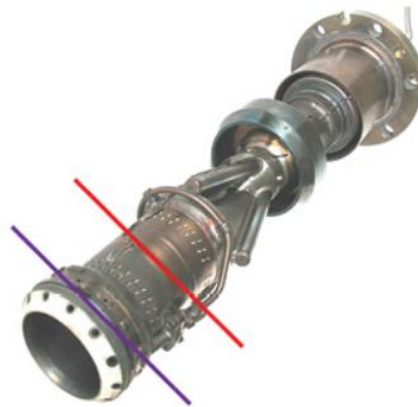
### 4) Turbinas de Vapor.

Además de imprimir piezas de turbomáquinas en 3D, Siemens también ha desarrollado una forma de reparar componentes dañados. Un ejemplo del proceso es el procedimiento de reparación de la punta del quemador. La punta del quemador está expuesta al gas caliente y a la radiación de calor dentro de la cámara de combustión, lo que significa que se desgasta rápidamente y es necesario reemplazarlo. Siemens pudo desarrollar una máquina SLM personalizada, estableciendo un procedimiento de reparación más rápido y económico. Desde la introducción del SLM para reparación en 2013, Siemens ha reparado más de 2000 quemadores. Además de SLM, Siemens también ha calificado el proceso LMD, que se utiliza para reparar palas y paletas, reemplazando así las tecnologías de soldadura convencionales (Manufacturing, 2020).

### 5) Bombas.

La empresa de ingeniería de fluidos, Sulzer, combinó la impresión 3D de metal y el mecanizado en un proceso híbrido para producir impulsores cerrados de bombas que, tradicionalmente, se fabricaban

por fundición. Para acelerar el proceso, Sulzer ideó un enfoque híbrido, en el que la Fabricación Aditiva (FA) y Sustractiva (FS) se combinan en una sola máquina herramienta. El proceso para un impulsor cerrado comienza con un pequeño tocho forjado. Cuando se termina el núcleo del impulsor, la geometría restante para el impulsor final se construye radialmente con la ayuda del proceso LMD, produciendo dicho impulsor en un plazo de 48 horas (Manufacturing, 2020).



**Figura 6.11.** Reparación de quemadores de turbinas de gas.  
Fuente: (Manufacturing, 2020)

#### 6) Turbinas de centrales nucleares.

Hydro Inc., la empresa de servicios e ingeniería de bombas, utilizó ingeniería inversa para diseñar e imprimir en 3D un molde de arena para un impulsor utilizado en una instalación nuclear. Luego, el molde se envió a una fundición, donde vertieron el metal para crear el componente.

Asimismo, el ORNL está implementando impresión 3D para desarrollar el núcleo de un reactor nuclear como parte de su programa Transformational Challenge Reactor (TCR).

Estas aplicaciones muestran cómo la FA está transformando la producción y el mantenimiento de turbomáquinas, ofreciendo ventajas en términos de diseño, eficiencia, costo y durabilidad.

#### **6.4 Propuesta para la fabricación del rodete mediante Fabricación Aditiva.**

De los elementos de una TF diseñados en capítulos anteriores, el rodete es el más adecuado para fabricarse con las tecnologías de FA descritas anteriormente, puesto que por su geometría compleja y específica aprovecha los beneficios y ventajas que cada una ofrece. A continuación, se presenta la secuencia de pasos a seguir de propuestas para la fabricación del rodete según el tipo de tecnología:

##### a) Sinterizado Directo de Metales por Láser

La primera propuesta de fabricación es la impresión directa de un prototipo del rodete de la TF mediante el uso de la tecnología DMLS con el fin de obtener una pieza funcional y resistente mecánicamente mediante el uso de metales aleados como material de fabricación.

##### 1) Diseño del rodete

- Diseño CAD: Crear un modelo CAD detallado en 3D del rodete considerando dimensiones, geometría según requisitos hidráulicos y material de fabricación.
- Simulaciones: Realizar simulaciones para asegurar una buena fluidez del metal y evitar defectos en la pieza final.

##### 2) Preparación para impresión

- Preparación del archivo: Exportar el modelo en formato adecuado (comúnmente .STL), verificar la malla y realizar ajustes para el control de calidad.

- Selección de material: Elegir una aleación metálica tales como acero inoxidable, aleaciones de níquel, broce-aluminio entre otros; según los requerimientos de resistencia mecánica.
- Parámetros: Ajustar parámetros de impresión como potencia del láser, velocidad, espesor de capa y temperatura de la cama.

### 3) Impresión 3D

- Construcción y monitoreo: iniciar el proceso de sinterizado directo por láser supervisando parámetros y proceso constantemente a fin de asegurar los resultados deseados.

### 4) Post-Procesamientos

- Tratamientos térmicos y acabado: aplicar tratamientos térmicos según requerimientos de resistencia y realizar trabajos de acabado superficial.

#### b) Inyección de aglutinante

La segunda propuesta de fabricación es la impresión de un molde mediante el uso de la tecnología de inyección de aglutinante para la posterior fabricación del rodete mediante fundición. Se describe a continuación los pasos que engloba el proceso de impresión de molde:

#### 1) Diseño del Molde

- Diseño CAD: Crear un modelo CAD detallado del molde considerando el proceso de fundición, dimensiones y geometría según requisitos hidráulicos.
- Simulaciones: Realizar simulaciones para asegurar una buena fluidez del metal y evitar defectos en la pieza final.

#### 2) Preparación para impresión

- Preparación del archivo: Exportar el modelo en formato adecuado (comúnmente .STL), verificar la malla y realizar ajustes para el control de calidad.
- Materiales y parámetros: seleccionar material polvo base y aglutinante a utilizar para creación del molde. Ajustar parámetros de impresión como velocidad, espesor de capa y temperatura y presión de inyección.

### 3) Impresión 3D

- Construcción y monitoreo: iniciar el proceso de depósito de aglutinante líquido sobre las capas de material. Supervisar parámetros y proceso constantemente a fin de asegurar los resultados deseados.

### 4) Post-Procesamientos

- Tratamientos térmicos: curado del molde a fin de asegurar resistencia en fundición.
- Fundición: Realizar proceso de fundición del material que se fabricará el rodete en el molde obtenido.

## CONCLUSIONES

1. En el presente trabajo de grado, se diseñaron el eje, el rodete y el tubo de aspiración para una TF de 5kW con un punto de operación de 2.5 m<sup>3</sup>/min y 14.40 m para el Banco de Pruebas de Pequeña Central Hidroeléctrica de la Escuela de Ingeniería Mecánica de la Universidad de El Salvador.
2. A partir de las metodologías de diseño del eje, rodete y tubo de aspiración de la turbina fue posible determinar las características geométricas de los componentes, permitiendo el desarrollo de modelos CAD.
3. La simulación CFD del rodete reveló que el rodete diseñado; resultante de la metodología propuesta, presenta pérdidas de energía debido a formación de vórtices y desprendimiento de líneas de corriente, esto puede deberse a que la geometría del rodete no es la más óptima, por otra parte, las pérdidas de energía en el sistema impidieron que la presión redujera como se esperaba de acuerdo a los cálculos teóricos.
4. La simulación CFD del tubo de aspiración permitió visualizar con gran exactitud fenómenos desarrollados en su interior, como lo es el efecto vórtice que se genera en cargas parciales, el efecto de succión debido a la baja presión en la entrada del tubo y la reducción de velocidad del flujo de agua a la salida, con lo que se complementa y valida el conocimiento teórico sobre el comportamiento del fluido a través de este elemento.
5. Los resultados del AEF del eje resultaron ser satisfactorios, demostrando que el componente; sometido a las cargas resultantes de la fuerza ejercida por el impacto del agua en el rodete, tiene un factor de seguridad estático de 6.35 en su sección más crítica y tiene una vida infinita. Asimismo, el rodete presentó un esfuerzo máximo de 0.5 MPa, un valor que está muy por debajo del esfuerzo de fluencia del bronce aluminio en la sección del

álabe que se une con la corona superior. El componente mostró un factor de seguridad mínimo a la fatiga de 2.14 y los resultados indicaron que tiene vida infinita, por lo que se verifica que el componente no presentará falla.

6. La revisión del estado del arte de la Fabricación Aditiva permitió identificar las tecnologías existentes que pueden ser aplicadas en la impresión del rodete de una TF, con el fin de optimizar el proceso de fabricación.
7. De acuerdo a las tecnologías presentadas las propuestas de fabricación del rodete empleando FA son: a) DMLS para la creación de un prototipo funcional y b) inyección por aglutinante para creación de moldes para fabricar el rodete mediante fundición.
8. La FA es una tecnología emergente en El Salvador, por lo que se requiere mayor inversión y estudio para poder implementar este proceso de fabricación a niveles industriales que permitan desarrollar máquinas eficientes.

## RECOMENDACIONES

1. Desarrollar unidades de estudio centradas en el conocimiento de herramientas de simulación CFD y AEF en la Escuela de Ingeniería Mecánica. La enseñanza de estas herramientas es esencial en la formación de ingenieros mecánicos, dotándoles de criterios técnicos para abordar desafíos modernos en diseño, análisis y optimización de sistemas y componentes. Estas herramientas no solo mejorarán la competencia técnica de los estudiantes, sino que también los capacitarán para contribuir de manera significativa en la industria y la investigación.
2. Para abordar los problemas detectados en el análisis CFD del rodete, es recomendable revisar detalladamente el diseño de los álabes para asegurarse que han sido diseñados correctamente para garantizar un flujo suave sin desprendimiento. Un enfoque sistemático para identificar y corregir cada este aspecto puede ayudar a mejorar la precisión de la simulación y resolver los problemas identificados.
3. En futuros trabajos, se recomienda diseñar todos los componentes de la TF para realizar una simulación considerando todos los elementos que la componen, de manera que los resultados obtenidos sean más precisos. Por otra parte, se sugiere realizar un estudio con un modelo transitorio en lugar de uno estacionario, aunque esto requeriría mayores recursos computacionales, ofrecería una mayor fiabilidad en los resultados.
4. Incentivar a nivel académico, el estudio de las tecnologías de FA con el fin de generar interés en el desarrollo e implementación de estas como parte de los procesos de fabricación utilizados a niveles industriales.

## BIBLIOGRAFÍA

- [1]. 3Dprint.pe. (25 de julio de 2018). *3Dprint.pe*. Obtenido de Introducción a la tecnología FFF y sus parámetros más importantes. : <https://3dprint.pe/introduccion-a-la-tecnologia-fff-y-sus-parametros-mas-importantes/>
- [2]. Adeva, R. (9 de Marzo de 2023). *ADSL Zone*. Obtenido de ADSL Zone: <https://www.adslzone.net/reportajes/tecnologia/impresion-3d/>
- [3]. Ardón, H., & Menjívar, J. (2020). *Desarrollo de una propuesta de guía metodológica para estudios de prefactibilidad de Pequeñas Centrales Hidroeléctricas en El Salvador*. Ciudad Universitaria: Universidad de El Salvador.
- [4]. Armah, S. K. (2018). *Preliminary Design of a Power Transmission Shaft under Fatigue Loading Using ASME Code*. Greensboro, NC: American Journal of Engineering and Applied Sciences.
- [5]. Aula21. (3 de mayo de 2023). *Centro de Formación Técnica para la Industria*. Obtenido de Qué es la impresión 3D, importancia y cómo funciona la fabricación aditiva.: <https://www.cursosaula21.com/que-es-la-impresion-3d/>
- [6]. *AUTODESK*. (s.f.). Obtenido de <https://www.autodesk.com/mx/solutions/3d-printing>
- [7]. Bovet, M. T. (1961). Contribution à l'étude du tracé d'aubage d'une turbine à réaction du type francis. En M. T. Bovet. New York: Informations Techniques Charmilles N°9.

- [8]. Budynas, R. G., & Nisbett, J. K. (2021). *Diseño en ingeniería mecánica de Shigley* (9 ed.). México, D.F: McGraw Hill.
- [9]. BUN-CA. (2018). *Pequeñas Centrales Hidroeléctricas*. San José.
- [10]. Camerer, R. (1924). *Vorlesungen über Wasserkraftmaschinen*. Leipzig.
- [11]. Canales, A., & Mariona, J. (2014). *Métodos de diseño hidráulico de turbinas Francis para Pequeñas Centrales Hidroeléctricas*. Antigua Cuscatlán: UCA.
- [12]. Capital, F. (s.f.). Obtenido de <https://fastercapital.com/es/tema/ventajas-de-la-impresi%C3%B3n-3d-para-la-producci%C3%B3n-a-gran-escala.html>
- [13]. CECSA. (2023). *Compañía Eléctrica Cucumacayán, S.A. de C.V.* Obtenido de Compañía Eléctrica Cucumacayán: <https://cecsa.com.sv/>
- [14]. Cengel, Y. A. (2019). *Termodinámica - Apendice I*. Mexico, D.F.: Mc Graw Hill.
- [15]. CEUPE. (s.f.). *Turbinas Hidráulicas*. Obtenido de CEUPE Magazine: <https://www.ceupe.com/blog/turbinas-hidraulicas.html>
- [16]. Christoph, R., Hernández, A., & Muñoz, R. (2016). *Manufactura Aditiva*. San Salvador: UFG.
- [17]. Creality. (s.f.). *Ender-3 V3 KE*. Recuperado el 1 de julio de 2024, de <https://www.creality.com/products/creality-ender-3-v3-ke>
- [18]. CRIE. (02 de Marzo de 2022). RESOLUCIÓN CRIE-24-2022 COMISIÓN REGIONAL DE INTERCONEXIÓN ELÉCTRICA. 18. Ciudad de Guatemala: CRIE.

- [19]. Cruz, C. (30 de enero de 2024). *Tecno.CruzFierro.com*. Obtenido de <https://cruzfierro.com/cursos/2024a/bmcm/>
- [20]. De Siervo, D. L. (1976). Modern trends in selecting and designing Francis Turbines. *Water power and dam construction*, 8.
- [21]. DGEHM. (31 de diciembre de 2023). *DGEHM*. Obtenido de Matriz de Generación: <https://estadisticas.cne.gob.sv/>
- [22]. Díaz, A., & Nuño, L. (2000). *Métodos de mallado y algoritmos adaptativos en dos y tres dimensiones para la resolución de problemas electromagnéticos cerrados mediante el método de elementos finitos*. Valencia: Universidad Politécnica de Valencia.
- [23]. Dynapro3D. (3 de Noviembre de 2020). *Dynapro3D*. Obtenido de Dynapro3D: <https://dynapro3d.com/funciona-escaner-3d/>
- [24]. Energía estratégica. (febrero de 2017). *Desarrollo tecnológico: Siemens imprime en 3D álabes para sus turbinas de gas* . Obtenido de <https://www.energiaestrategica.com/salvador-lanzara-una-subasta-energias-renovables-diciembre-enero/>
- [25]. ENERGY EFFICIENCY & RENEWABLE ENERGY. (16 de Febrero de 2024). *Innovative Large Parts Manufacturing to Revolutionize America's Clean Energy Future*. Obtenido de <https://www.linkedin.com/feed/update/urn:li:activity:7165803652568350721/>
- [26]. Fab Lab ESAN | Universidad ESAN. (25 de junio de 2024). *Qué es la tecnología FDM?* Obtenido de Fab Lab ESAN: <https://fablab.esan.edu.pe/blog/que-es-la-tecnologia-fdm>

- [27]. Fernández Díez, P. (2009). *TURBINAS HIDRÁULICAS*. Cantabria: UNIVERSIDAD DE CANTABRIA.
- [28]. García, J. (11 de enero de 2021). *IMPACTO DE LA FABRICACION ADITIVA EN LA COMPLEJIDAD DE LA CADENA DE SUMINISTRO*. Obtenido de <https://www.linkedin.com/pulse/impacto-de-la-fabricacion-aditiva-en-complejidad-legarreta-garcia/>
- [29]. Gjørseter, K. (2011). *Hydraulic Design of Francis Turbine Exposed to Sediment Erosion*. Trondheim: Norwegian University of Science and Technology.
- [30]. Grupo de investigación Xué. (2020). *Pequeñas Centrales Hidroeléctricas*. Bogotá: UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS.
- [31]. Henao, E. (2015). *PEQUEÑAS CENTRALES HIDROELÉCTRICAS (PCHs)*. Cundinamarca: ACIEM.
- [32]. Hothersall, R. (2004). *Hydrodynamic design guide for small Francis and propeller turbines*. Viena, Austria: UNIDO.
- [33]. IEEE. (10 de March de 1988). *IEEE Guide for Control of Small Hydroelectric Power Plants*. New York, USA.
- [34]. INEO. (8 de abril de 2024). *INEO*. Obtenido de Fabricación aditiva - Modelado por deposición fundida (FDM): <https://www.ineo.es/es/tecnologias/modelado-deposicion-fundida-fdm#:~:text=%C2%BFQu%C3%A9%20es%20el%20modelado%20por,con%20temperatura%20y%20ambiente%20controlados.>

- [35]. Ivanov. (25 de Abril de 1984). *Elementos de Máquinas*. Moscú: Vischaya Schkola.
- [36]. JICA, & CNE. (2012). *Plan Maestro para el Desarrollo de Energía Renovables*. San Salvador: Consejo Nacional de Energía.
- [37]. Jones, G. M., Sanks, R. L., Tchobanoglous, G., & Bosserman II, B. E. (2006). *Pumping Station Design* (Tercera ed.). California: ELSEVIER.
- [38]. Lara Chavarro, J. D. (s.f.). *Modelo y simulación en CFD de una turbina Kaplan*. Bogotá: Departamento de Ingeniería Química, Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia. Obtenido de <https://repositorio.uniandes.edu.co/bitstream/handle/1992/39412/u821414.pdf?sequence=1>
- [39]. Manufacturing, A. (6 de febrero de 2020). *AMFG/Autonomous Manufacturing*. Obtenido de <https://amfg.ai/2020/02/06/application-spotlight-3d-printing-for-turbine-parts/>
- [40]. Marchegiani, A. R. (2006). *Cavitación*. Universidad Nacional del Comahue.
- [41]. Mataix, C. (1975). *Turbomáquinas Hidráulicas* (Tercera ed.). Madrid, España: ICAI.
- [42]. Mataix, C. (1986). *Mecánica de Fluidos y Máquinas Hidráulicas*. Madrid, España: Ediciones del Castillo, S. A.
- [43]. Megyesy, E. F. (1992). *Manual de recipientes a presión*.

- [44]. Mirasso, A., & Millán, L. (2003). *Aplicación del MEF en la determinación de las caudas de fisuración de un rodete Francis*. Bahía Blanca, Argentina: Industrias Metalurgicas Pescarmona S.A.
- [45]. Mott, R. L. (2006). *Diseño de Elementos de Máquinas* (4a ed.). México: Pearson Education, Inc.
- [46]. Nechleba, M. (1957). *Hydraulic Turbines. Their Design and Equipment*. Praga: Constable & CO LTD.
- [47]. Norton. (2011). *Diseño de máquinas* (Cuarta ed.). México: Pearson Educación.
- [48]. OLADE. (1985). *Manual de Diseño de Pequeñas Centrales Hidroeléctricas*. Colombia: BID.
- [49]. Orozco, Á. (1995). *Guía para el Diseño de Turbinas Hidráulicas*. Cali: Universidad Autoónoma de Occidente.
- [50]. Ospina, D., Díaz, J., Echavarría, A., Agudelo, S., & Toro, A. (2014). *Evaluación de materiales para componentes críticos de operación de turbinas en condiciones de corrosión/erosión y cavitación*. Antioquia: Revista Colombiana de Materiales (5).
- [51]. Pantigozo, W., & Jaimes, J. (2019). *Diseño y construcción de un modelo de turbina Francis a partir de un prototipo de 200 kW de potencia usando la teoría de la semejanza hidráulica*. Cusco: Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco.
- [52]. Paz, C., Suárez, E., Concheiro, M., & Conde, M. (2019). *Turbomáquinas hidráulicas*. Vigo: Universidad de Vigo.

- [53]. Polo Encinas, M. (1989). *Turbomáquinas hidráulicas*. México: Limusa.
- [54]. Rainer Christoph, A. H. (Marzo de 2016). *UFG*. Obtenido de Nanotecnia: [https://nanotecnialab.ufg.edu.sv/frm/newsletters/Nanoboletin\\_Marzo-2016.pdf](https://nanotecnialab.ufg.edu.sv/frm/newsletters/Nanoboletin_Marzo-2016.pdf)
- [55]. Rapiddirect. (26 de Enero de 2022). *Rapiddirect*. Obtenido de 3D Printing Techniques: Different Types of 3D Printing - Rapiddirect: <https://www.rapiddirect.com/es/blog/types-of-3d-printing/>
- [56]. Rebellon, M., & Urrutia, J. E. (1985). *Diseño de turbinas hidráulicas Francis y Kaplan*. Cali: Corporación Universitaria Autónoma de Occidente .
- [57]. Romero, J. (19 de Julio de 2023). *Sicnova*. Obtenido de Beneficios de la impresión 3D por los que las empresas están adoptando esta tecnología: <https://sicnova3d.com/blog/experiencias-3d/6-beneficios-de-la-impresion-3d-por-los-que-las-empresas-estan-adoptando-esta-tecnologia/>
- [58]. Sánchez Vázquez, J. (2004). *Simulación numérica directa en paralelo de las ecuaciones de navier-stokes en flujos con capa límite desprendida. aplicaciones en instalaciones deportivas con gradas cubiertas*. Sevilla: Universidad de Sevilla.
- [59]. SIEMENS. (s.f.). *Siemens Digital Industries Software*. Obtenido de Inyección aglutinante | Siemens Software: <https://www.sw.siemens.com/es-ES/technology/binder-jetting/>

- [60]. Sierra del Río, J. A. (2017). *Simulación hidrodinámica de una turbina tipo Hélice de 2 kW de potencia*. Medellín: Instituto Tecnológico Metropolitano.
- [61]. SIGET. (2022). *Boletín de Estadísticas Eléctricas*. San Salvador.
- [62]. Sobachkin, A., & Dumnov, G. (2014). *Solidworks*. Obtenido de [https://www.solidworks.com/sw/docs/flow\\_basis\\_of\\_cad\\_embedded CFD\\_whitepaper.pdf](https://www.solidworks.com/sw/docs/flow_basis_of_cad_embedded CFD_whitepaper.pdf)
- [63]. UNIDO. (julio de 2018). *United Nations Industrial Development Organization*. Obtenido de UNIDO Web Site: [http://www.unido.or.jp/en/technology\\_db/5926/](http://www.unido.or.jp/en/technology_db/5926/)
- [64]. Vitoria, U. F. (2024). *Universidad Francisco de Vitoria*. Obtenido de <https://www.ufv.es/cetys/blog/quien-invento-la-impresora-3d/>
- [65]. Water Power Magazine. (2005). *Simulation software*. Obtenido de <https://www.waterpowermagazine.com/analysis/simulation-software/?cf-view>
- [66]. Zapata, I. J. (2013). *Diseño de elementos de máquinas I*. Piura.

## APENDICES

### Apéndice A. Punto de operación de la bomba.

a) Cálculo del punto de operación (H, Q,  $n$ ,  $\eta$ )

Tabla A- 1. Cálculo del punto de operación.

<b>Parámetro por determinar:</b>		<b>Puntos de referencia para la Ec. de energía:</b>	
Altura de la Bomba		Punto 1: Superficie del depósito inferior Punto 2: Salida del inyector	
<b>Datos del sistema (Unidades SI):</b>			
Flujo volumétrico, Q:	0.042 m <sup>3</sup> /s	Elevación Punto 1, H1:	0 m
Presión punto 1, P1:	0 kPa	Elevación Punto 2, H2:	1 m
Presión punto 2, P2:	120 kPa	Punto 1 espejo de agua; Punto 2 en la tubería	
Velocidad punto 1, V1:	0 m/s	Carga de velocidad en 1:	0 m
Velocidad punto 2, V2:	2.35 m/s	Carga de velocidad en 2:	0.28 m
<b>Propiedades del fluido*</b>			
Peso específico, $\gamma$ :	9.789 kN/m <sup>3</sup>		
Viscosidad cinemática, $\nu$ :	1.01E-06 m <sup>2</sup> /s	*Agua a 20 C	
<b>Tubería 1 (succión)</b>		<b>Tubería 2 (descarga)</b>	
Diámetro, D:	0.15 m	Diámetro, D:	0.15 m
Rugosidad, $\epsilon$ :	4.0E-05 m	Rugosidad, $\epsilon$ :	4.6E-05 m
Longitud, L:	0.70 m	Longitud, L:	2.30 m
Área, A:	0.018 m <sup>2</sup>	Área, A:	0.018 m <sup>2</sup>
L/D:	4.67	L/D:	15.33
Velocidad de flujo, Vs:	2.35 m/s	Velocidad de flujo, Vs:	2.35 m/s
Carga de velocidad:	0.120	Carga de velocidad:	0.120
Número de Reynolds, Re:	3.5+05	Número de Reynolds, Re:	3.5E+05
Factor de fricción, f:	0.017	Factor de fricción, f:	0.017
<b>Pérdidas de energía en la tubería 1:</b>		<b>Pérdidas de energía en la tubería 2:</b>	
Tubería, $K1=f(L/D)$ :	0.08	Cant	
Válvula de pie (vástago), K2:	0.80	1	Pérdida de energía, hL1: 0.02 m
Codo a 90 (R normal), K3:	0.51	1	Pérdida de energía, hL2: 0.22 m
		1	Pérdida de energía, hL3: 0.14 m
Tubería, $K1=f(L/D)$ :	0.26	1	Pérdida de energía, hL4: 0.07 m
Codo a 90 (R corto), K4:	0.51	1	Pérdida de energía, hL5: 0.14 m
Medidor de flujo	-	1	Pérdida de energía, hL6: -
Codo a 90 (R normal), K3:	0.51	2	Pérdida de energía, hL7: 0.28 m
Medidor de presión:	-	1	Pérdida de energía, hL8: -
Conector flexible con bridas	-	1	Pérdida de energía, hL9: -

<b>Resultados:</b>	Pérdida total de energía, hLt:	0.89	m
	Carga total sobre la bomba, H <sub>B</sub>	14.40	m
	Caudal suministrado, Q	0.042	m <sup>3</sup> /s

Fuente: Elaboración propia.

Calculando el valor de  $H_B$  para diferentes caudales obtenemos la ecuación general del sistema:

$$H_{sist} = 0.1784Q^2 + 0.0256Q + 13.257$$

De la ficha técnica de la bomba que muestra el manual se han extraído ciertos puntos para plotear la curva de la bomba y así poder obtener la ecuación de la bomba trazando una línea de tendencia sabiendo que la ecuación de la bomba viene dada por la siguiente ecuación general:

$$H_B = -AQ^2 + BQ + C$$

La ecuación de la bomba a 1800 rpm viene dada por:

$$H_B = -0.482Q^2 + 0.281Q + 27.695$$

Con el fin de obtener la potencia fijada de 5 kW se ha seleccionado una velocidad de rotación de 1405 rpm para así obtener un punto de operación que nos suministre la potencia deseada y que, además, garantice que la bomba operará a alta eficiencia y estará libre de cavitación.

**Tabla A-2.** Determinación de H<sub>B</sub> a n<sub>1</sub> y n<sub>2</sub>.

Q (m <sup>3</sup> /min)	H <sub>sist</sub> (m)	Q' (m <sup>3</sup> /min)	H <sub>B</sub> ' (m)	Q'' (m <sup>3</sup> /min)	H <sub>B</sub> ''@n <sub>1</sub> (m)	H <sub>B</sub> @n <sub>2</sub> (m)
0	13.26	0	27.60	0	27.70	16.87
1.20	13.54	1.01	27.60	1.20	27.34	16.44
2.40	14.35	2.00	26.40	2.40	25.59	14.62
3.60	15.67	4.02	20.90	3.60	22.46	11.42
4.80	17.50	5.90	12.60	4.80	17.94	6.82
6.00	19.84	6.43	9.60	6.00	12.03	0.84

Fuente: Elaboración propia.

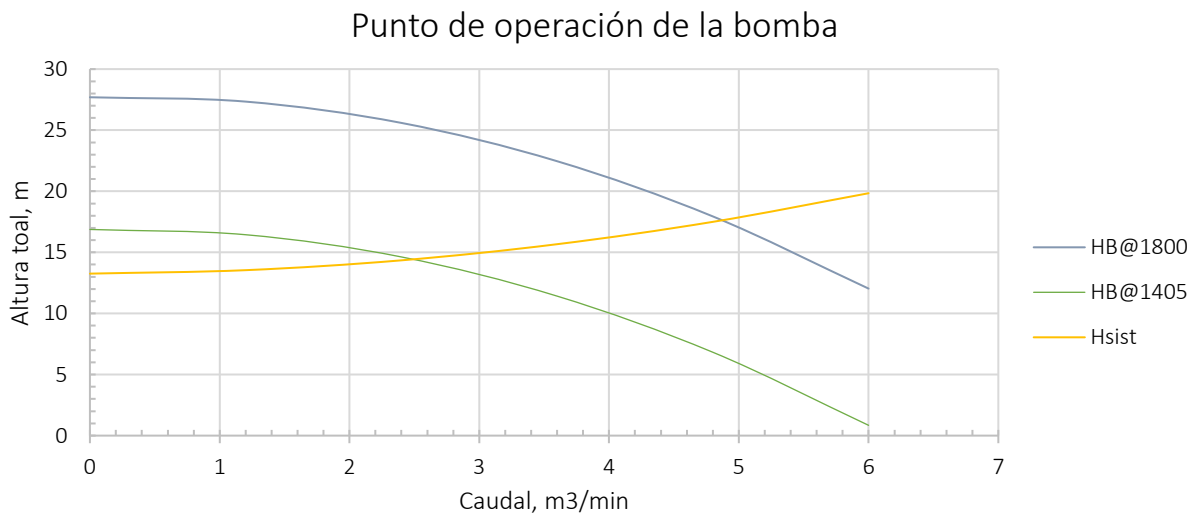
Haciendo uso de las leyes de afinidad, la tabla a continuación muestra la obtención de los coeficientes A, B y C para cuando la bomba opera a 1405 rpm.

**Tabla A- 3.** Determinación de la curva de la bomba a  $n_2$ .

Curvas de la bomba a diferentes RPM		Ecuación general de la bomba @ $n_2$ rpm	
Revoluciones por min, $n_1$ :	1800 RPM	$H = -AQ^2 + BQ + C$	
Revoluciones por min, $n_2$ :	1405 RPM	$H = -0.4819Q^2 + 0.2193Q + 16.8736$	
Altura para $Q=0$ , $H_{P01}$ :	27.70 m	<b>Cálculo de coeficientes @<math>n_2</math> rpm</b>	
Altura para $Q=0$ , $H_{P02}$ :	16.87 m		
Altura 1 @1800 RPM, $H_1$ :	25.59 m	Coeficiente A*:	-0.482
Caudal 1 @1800 RPM, $Q_1$ :	2.40 m <sup>3</sup> /min	Coeficiente B:	0.219
Altura 2 @ $n_2$ RPM, $H_2$ :	15.59 m	Coeficiente C:	16.874
Caudal 2 @ $n_2$ RPM, $Q_2$ :	1.87 m <sup>3</sup> /min		

Fuente: Elaboración propia.

El punto de operación se determina gráfica y analíticamente mediante la gráfica que se muestra a continuación:



**Gráfica A- 1.** Punto de operación de la bomba.

Fuente: Elaboración propia.

Punto de operación:

- $Q = 2.50 \text{ m}^3/\text{s}$
- $H = 14.40 \text{ m}$

Trazando la curva de eficiencia mediante los datos obtenidos de la ficha técnica de la bomba a 1800 rpm y, realizando una regresión cuadrática podemos, podemos estimar la eficiencia de la bomba en el punto de operación a 1405 rpm sabiendo que esta tiene la forma general:

$$\eta = EQ^2 + DQ$$

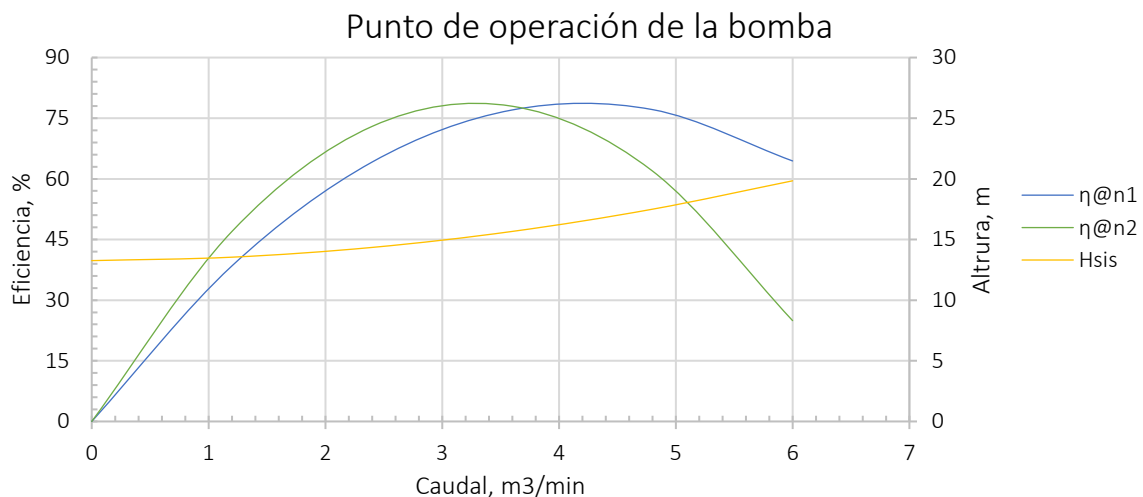
En la tabla siguiente se muestra el cálculo de los coeficientes D y E para cuando la bomba opera a 1405 rpm.

**Tabla A- 4.** Cálculo de coeficientes E y D a 1045 rpm.

<b>Curvas de la bomba a diferentes RPM</b>			<b>Coeficientes E y D @n1</b>	
Revoluciones por min, n1:	1800	RPM	Coeficiente E:	-4.44
Revoluciones por min, n2:	1405	RPM	Coeficiente D:	37.39
<b>Cálculo de coeficientes @n2</b>			<b>Ecuación general de eficiencia@n2</b>	
Coeficiente, $\alpha=n_2/n_1$ :	0.78	-	$\eta = EQ^2 + DQ$	
Coeficiente E @n2:	-7.291	-	$\eta = -7.291Q^2 + 47.903Q$	
Coeficiente D @n2:	47.903	-		

Fuente: Elaboración propia.

La gráfica 2 muestra el trazado de las curvas de eficiencia a 1800 rpm y 1405 rpm, en donde para el punto de operación se obtiene que  $\eta=74\%$ .



**Gráfica A- 2.** Eficiencia del punto de operación.  
Fuente: Elaboración propia.

b) Determinación de la Altura de Aspiración Neta Positiva Disponible (NPSHA)

El NPSH disponible en la instalación es calculado con la ecuación:

$$NPSHD = H_{bar} + h_s - H_{vap} - h_{fs} - \Sigma h_m - FS$$

Donde:

- $H_{bar}$ : presión barométrica al nivel del mar.
- $h_s$ : altura estática de la superficie de agua al eje del impulsor. Si la superficie del agua está por debajo del eje  $h_s$  es negativa.
- $H_{vap}$ : presión de vapor del fluido a la máxima temperatura esperada.
- $h_{fs}$ : pérdidas primarias en la tubería de succión.
- $\Sigma h_m$ : pérdidas secundarias en la tubería de succión.
- $FS$ : factor de seguridad por incerteza en los cálculos (Tomar  $FS=1.5$ ).

$$NPSHD = 10.41 - 0.7 - 0.02 - 0.36 - 1.5 = 7.83 \text{ m}$$

El NPSH requerido se calcula de la siguiente forma:

$$NPSHR = \frac{H_t K n_q^{4/3}}{10^6}$$

En donde  $n_q$  es la velocidad específica adimensional en función del caudal y viene dada por:

$$n_q = \frac{nQ^{1/2}}{H_t^{3/4}}$$

Donde:

- $H_t$ : altura total de bomba en m.
- $K$ : constante en función de la eficiencia de la bomba.
- $n$ : velocidad de rotación en rpm.

-  $Q$ : caudal en  $m^3/s$ .

Sustituyendo,

$$n_q = \frac{(1405)(0.0417)^{1/2}}{(14.4)^{3/4}} = 38.81$$

El valor  $K$  se obtiene interpolando de la Tabla A-5 según la eficiencia de la bomba.

**Tabla A- 5.** Valores de  $K$  para la ecuación de NPSHR.

Pump efficiency (%)	SI units <sup>b</sup>	U.S. customary units <sup>c</sup>
70	1726	8.99
80	1210	6.30
90	796	4.14

<sup>a</sup>For double suction pumps, use the same formula with  $Q$  equal to half of the actual value.

<sup>b</sup>Use with  $n_q$  values in  $m^3/s$ ,  $m$ , and  $rev/min$ .

<sup>c</sup>Use with  $N_s$  values in  $gal/min$ ,  $ft$ , and  $rev/min$ .

Fuente: Pumping Station Design. (Jones, Sanks, Tchobanoglous, & Bosserman II, 2006)

Sustituyendo,

$$NPSHR = \frac{(14.43)(1519.6)(38.66)^{4/3}}{10^6} = 2.88$$

Dado que  $NPSHA > NPSHR$  la bomba estará libre de cavitación.

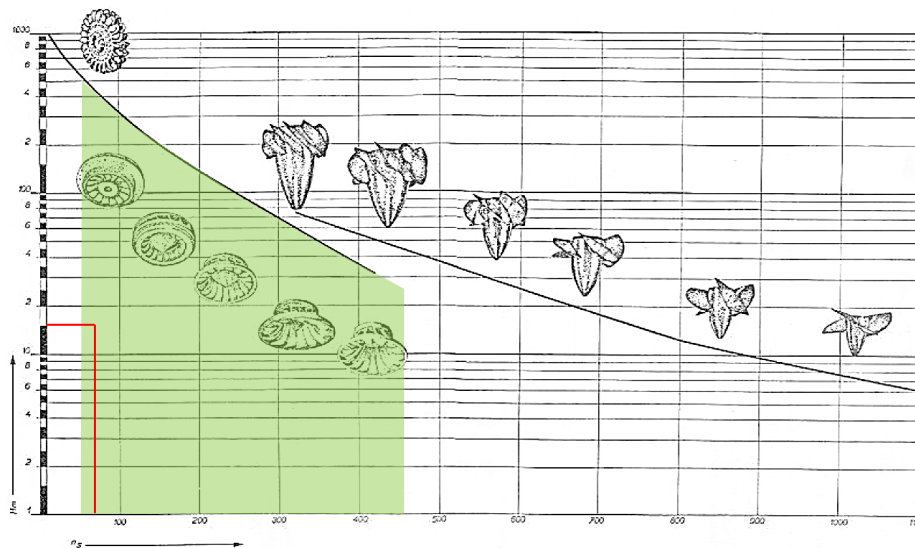
## Apéndice B. Selección de turbina a diseñar.

- Definición del tipo de turbina a diseñar

Partiendo de la ecuación de la velocidad específica, se introducen las variables considerando un factor de conversión de 1.341 CV/kW para la potencia que debe ser expresada en Caballos de Vapor, tenemos:

<b>Cálculo de la velocidad específica</b>		$n_s = \frac{n \sqrt{P_a (1.341 \text{ CV/kW})}}{(H)^{\frac{5}{4}}}$
Velocidad de rotación, n:	680 rpm	
Eficiencia de la T, $\eta$ :	85 %	
Potencia en el eje, Pa:	5.00 kW	
Potencia en el eje, Pa:	6.70 CV	
Altura neta, H:	14.40 m	
<b>Velocidad específica</b>	<b>62.80</b>	

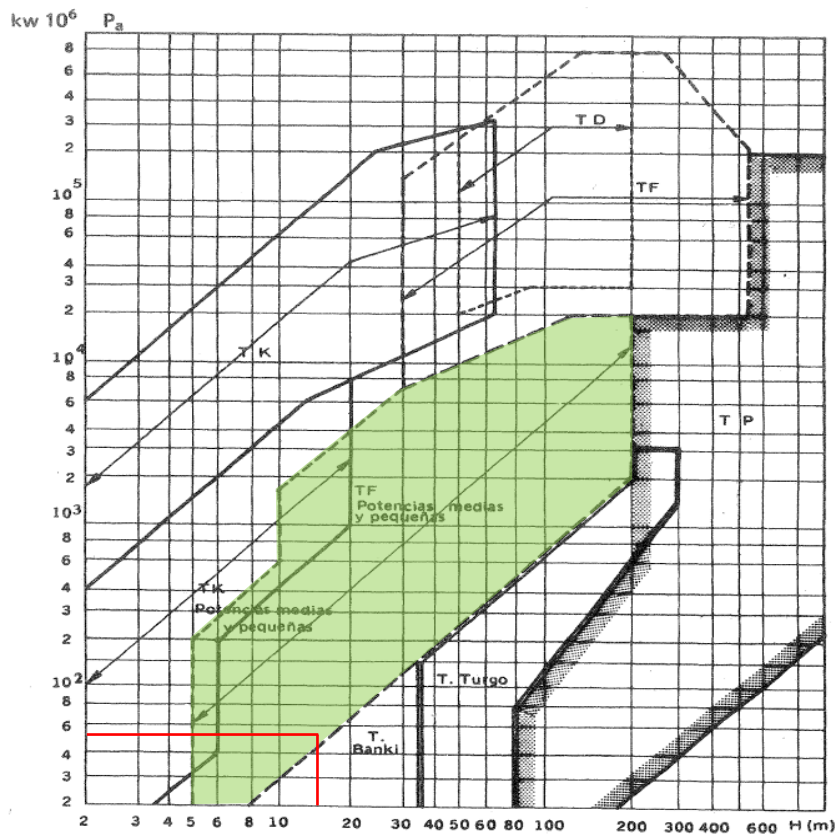
Con el dato de velocidad específica obtenido, se ingresa a la Figura B-1, donde se visualiza el rango de velocidades correspondiente al tipo de turbinas Francis, e interceptamos con la recta correspondiente a la altura neta H:



**Figura B- 1.** Altura Neta versus Velocidad Específica.  
Fuente: Elaboración propia.

El punto de intersección está dentro del área sombreada correspondiente al rango de la TF.

De igual manera, en la Figura B-2, se visualiza el área entre curvas sombreada correspondiente a las Turbinas Francis. Al interceptar las rectas generadas según los valores de Potencia y Altura Neta, se obtiene un punto dentro del área sombreada:



**Figura B- 2.** Potencia (kW) vs Altura Neta (m).  
Fuente: Elaboración propia.

En conclusión, utilizando ambas gráficas podemos verificar que, según los datos de Potencia, Altura Neta y Velocidad Específica, el tipo de turbina a seleccionar es una Turbina Francis Lenta.

## Apéndice C. Generación de perfil hidráulico del álabe.

- Diseño del perfil hidráulico del rodete.

De las ecuaciones que definen las curvas  $i$  y  $e$  del perfil hidráulico, se obtienen las siguientes coordenadas paramétricas respecto a  $\rho_{2e}$ , del perfil hidráulico del rodete:

**Tabla C- 1.** Coordenadas paramétricas del perfil hidráulico.

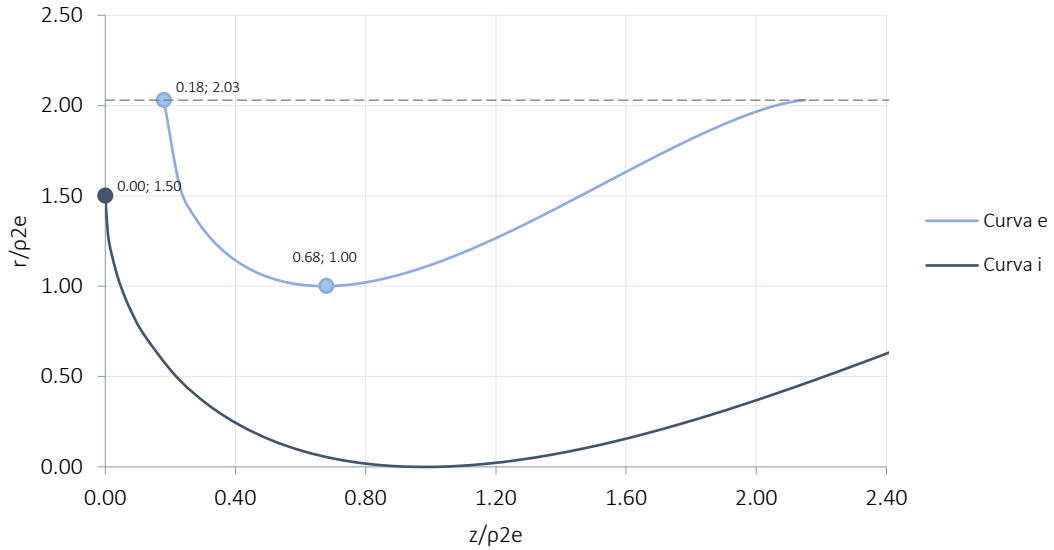
Ye	Ze	Re	Yi	Zi	Ri
0.0000	0.1791	2.0372	0.00	3.9166	1.5038
0.3157	0.1990	1.7214	0.0047	3.8770	1.4991
0.4397	0.2189	1.5975	0.0132	3.8374	1.4906
0.5302	0.2388	1.5069	0.0241	3.7978	1.4797
0.6027	0.2587	1.4344	0.0369	3.7582	1.4669
0.6633	0.2786	1.3739	0.0513	3.7186	1.4525
0.7151	0.2985	1.3221	0.0671	3.6790	1.4368
0.7600	0.3184	1.2772	0.0840	3.6394	1.4198
0.7993	0.3383	1.2379	0.1021	3.5999	1.4017
0.8339	0.3582	1.2033	0.1212	3.5603	1.3826
0.8644	0.3780	1.1727	0.1411	3.5207	1.3627
0.8914	0.3979	1.1457	0.1619	3.4811	1.3419
0.9153	0.4178	1.1219	0.1834	3.4415	1.3204
0.9363	0.4377	1.1008	0.2056	3.4019	1.2982
0.9548	0.4576	1.0823	0.2285	3.3623	1.2753
0.9710	0.4775	1.0661	0.2519	3.3227	1.2519
0.9851	0.4974	1.0521	0.2758	3.2831	1.2280
0.9971	0.5173	1.0400	0.3003	3.2435	1.2036
1.0071	0.5366	1.0300	0.3251	3.2040	1.1787
1.0157	0.5565	1.0214	0.3504	3.1644	1.1534
1.0227	0.5764	1.0144	0.3761	3.1248	1.1277
1.0283	0.5962	1.0089	0.4020	3.0852	1.1018
1.0324	0.6161	1.0047	0.4283	3.0456	1.0755
1.0352	0.6360	1.0019	0.4549	3.0060	1.0489
1.0368	0.6559	1.0004	0.4817	2.9664	1.0222
1.0372	0.6664	1.0000	0.5086	2.9268	0.9952
1.0370	0.6863	1.0002	0.5358	2.8872	0.9680

1.0357	0.7062	1.0015	0.5631	2.8476	0.9407
1.0334	0.7261	1.0038	0.5905	2.8081	0.9133
1.0301	0.7460	1.0071	0.6181	2.7685	0.8858
1.0259	0.7659	1.0113	0.6456	2.7289	0.8582
1.0208	0.7858	1.0164	0.6732	2.6893	0.8306
1.0148	0.8057	1.0223	0.7009	2.6497	0.8030
1.0081	0.8256	1.0291	0.7285	2.6101	0.7753
1.0005	0.8455	1.0366	0.7560	2.5705	0.7478
0.9923	0.8653	1.0449	0.7835	2.5309	0.7203
0.9834	0.8852	1.0538	0.8109	2.4913	0.6929
0.9738	0.9051	1.0634	0.8382	2.4517	0.6656
0.9635	0.9250	1.0736	0.8653	2.4122	0.6385
0.9527	0.9449	1.0845	0.8923	2.3726	0.6115
0.9412	0.9648	1.0959	0.9191	2.3330	0.5847
0.9293	0.9847	1.1079	0.9456	2.2934	0.5582
0.9168	1.0046	1.1204	0.9719	2.2538	0.5319
0.9038	1.0245	1.1334	0.9980	2.2142	0.5058
0.8903	1.0444	1.1469	1.0237	2.1746	0.4801
0.8763	1.0642	1.1608	1.0491	2.1350	0.4547
0.8620	1.0841	1.1752	1.0742	2.0954	0.4296
0.8472	1.1040	1.1900	1.0989	2.0558	0.4049
0.8320	1.1239	1.2051	1.1232	2.0163	0.3806
0.8165	1.1438	1.2206	1.1470	1.9767	0.3568
0.8006	1.1637	1.2365	1.1704	1.9371	0.3334
0.7844	1.1836	1.2527	1.1933	1.8975	0.3105
0.7679	1.2035	1.2692	1.2157	1.8579	0.2881
0.7511	1.2234	1.2860	1.2375	1.8183	0.2663
0.7341	1.2433	1.3031	1.2588	1.7787	0.2450
0.7167	1.2631	1.3204	1.2794	1.7391	0.2244
0.6992	1.2830	1.3380	1.2994	1.6995	0.2044
0.6814	1.3029	1.3557	1.3188	1.6599	0.1850
0.6635	1.3228	1.3737	1.3374	1.6204	0.1664
0.6453	1.3427	1.3918	1.3553	1.5808	0.1486
0.6270	1.3626	1.4101	1.3723	1.5412	0.1315
0.6086	1.3825	1.4286	1.3886	1.5016	0.1152
0.5900	1.4024	1.4472	1.4040	1.4620	0.0998
0.5713	1.4223	1.4658	1.4185	1.4224	0.0853
0.5525	1.4422	1.4846	1.4321	1.3828	0.0718
0.5337	1.4620	1.5035	1.4446	1.3432	0.0592

0.5148	1.4819	1.5224	1.4561	1.3036	0.0477
0.4958	1.5018	1.5413	1.4666	1.2640	0.0372
0.4768	1.5217	1.5603	1.4759	1.2245	0.0280
0.4579	1.5416	1.5793	1.4839	1.1849	0.0199
0.4389	1.5615	1.5983	1.4908	1.1453	0.0130
0.4200	1.5814	1.6172	1.4963	1.1057	0.0075
0.4011	1.6013	1.6361	1.5004	1.0661	0.0034
0.3823	1.6212	1.6549	1.5031	1.0265	0.0008
0.3635	1.6411	1.6736	1.5042	0.9869	-0.0004
0.3449	1.6609	1.6923	1.5037	0.9473	0.0001
0.3264	1.6808	1.7108	1.5014	0.9077	0.0024
0.3080	1.7007	1.7291	1.4974	0.8681	0.0064
0.2898	1.7206	1.7473	1.4915	0.8286	0.0124
0.2718	1.7405	1.7653	1.4835	0.7890	0.0203
0.2541	1.7604	1.7831	1.4733	0.7494	0.0305
0.2365	1.7803	1.8007	1.4608	0.7098	0.0430
0.2192	1.8002	1.8179	1.4459	0.6702	0.0579
0.2022	1.8201	1.8350	1.4283	0.6306	0.0756
0.1855	1.8400	1.8517	1.4078	0.5910	0.0961
0.1691	1.8598	1.8680	1.3841	0.5514	0.1197
0.1532	1.8797	1.8840	1.3571	0.5118	0.1467
0.1376	1.8996	1.8996	1.3264	0.4722	0.1774
0.1225	1.9195	1.9147	1.2915	0.4327	0.2123
0.1078	1.9394	1.9294	1.2521	0.3931	0.2517
0.0937	1.9593	1.9435	1.2074	0.3535	0.2964
0.0801	1.9792	1.9570	1.1568	0.3139	0.3470
0.0672	1.9991	1.9700	1.0993	0.2743	0.4046
0.0549	2.0190	1.9822	1.0335	0.2347	0.4703
0.0435	2.0389	1.9937	0.9575	0.1951	0.5463
0.0328	2.0587	2.0043	0.8685	0.1555	0.6353
0.0232	2.0786	2.0139	0.7618	0.1159	0.7420
0.0147	2.0985	2.0225	0.6279	0.0763	0.8760
0.0076	2.1184	2.0296	0.4424	0.0368	1.0614
0.00E+00	2.1537	2.0372	0.0000	0.0000	1.5038

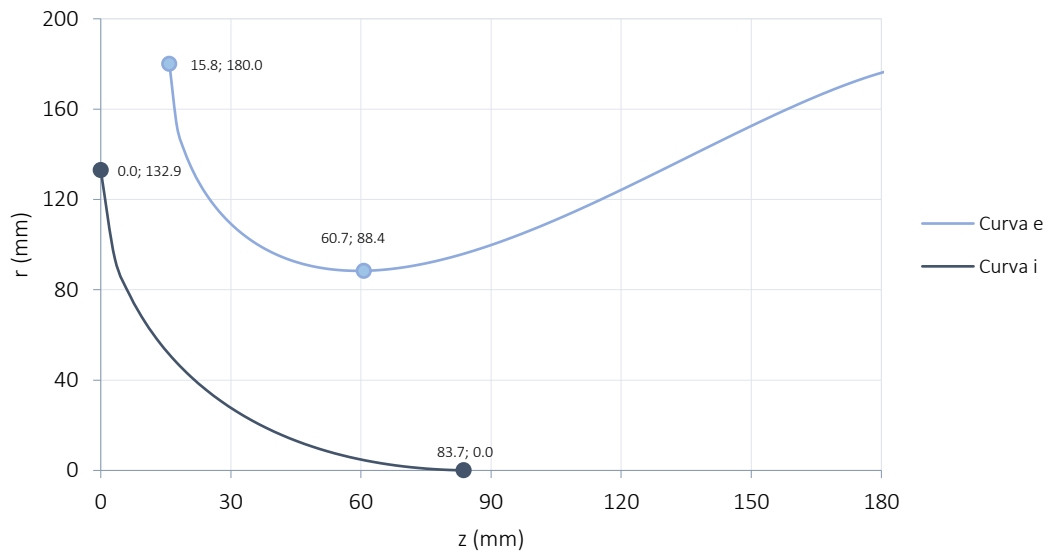
Fuente: Elaboración propia.

Graficando las coordenadas presentadas en la tabla anterior se obtiene la siguiente gráfica:



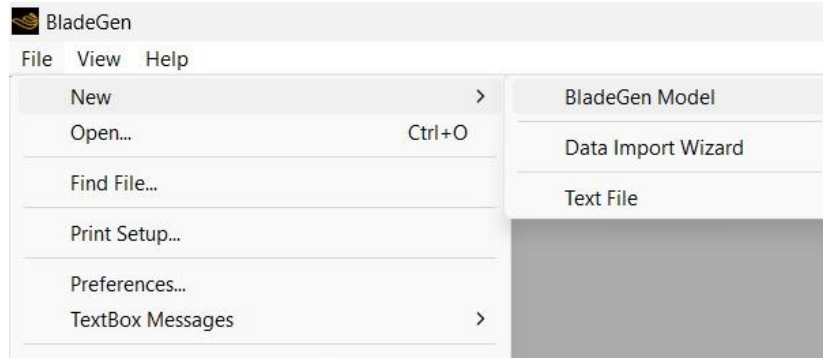
**Gráfica C- 1.** Trazado del perfil hidráulico paramétrico.  
Fuente: Elaboración propia.

Multiplicando por el valor de  $\rho_{2e} = 88.38 \text{ mm}$  se puede obtener el perfil hidráulico real del rodete en diseño. El gráfico del perfil hidráulico real se presenta a continuación:



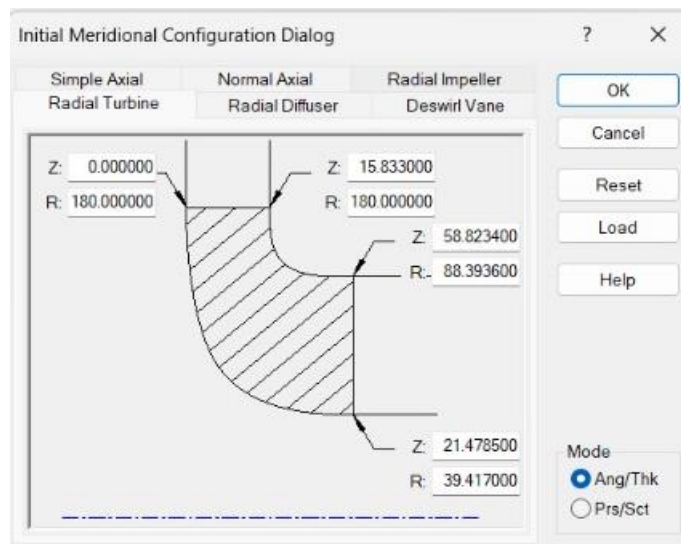
**Gráfica C- 2.** Trazado del perfil hidráulico real.  
Fuente: Elaboración propia.

Con el uso del programa Ansys, en su módulo BladeGen se genera tanto el perfil del álabe como la geometría 3D y la matriz circular con el número indicado de álaves que posee el rodete. Se genera un nuevo proyecto con dicho modulo para genera el modelo.



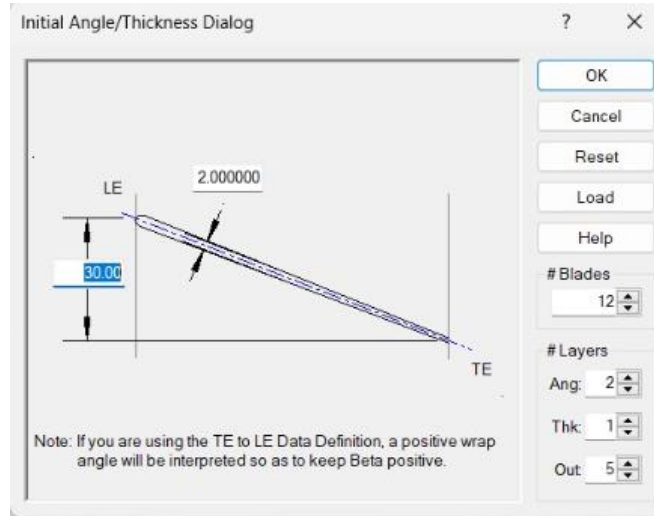
**Figura C- 1.** Creación de un nuevo modelo en BladeGen.

En la ventana emergente se ingresan las coordenadas principales del perfil del álabe:



**Figura C- 2.** Ingreso de las coordenadas principales del álabe obtenidas del Método de Bovet.

Se definen también el espesor del álabe, el ángulo que ocupa en el rodete y el número de álabes requeridos:



**Figura C- 3.** Ingreso del espesor y ángulo ocupado por el álabe.

Las líneas de corriente o turbinas parciales se obtienen mediante el programa computacional CFX-BladeGen, para ello establecemos un total de 7 líneas. Sus coordenadas  $r$ ,  $Z$  (en milímetros) se presentan a continuación:

**Tabla C- 2.** Trazado de líneas de corriente.

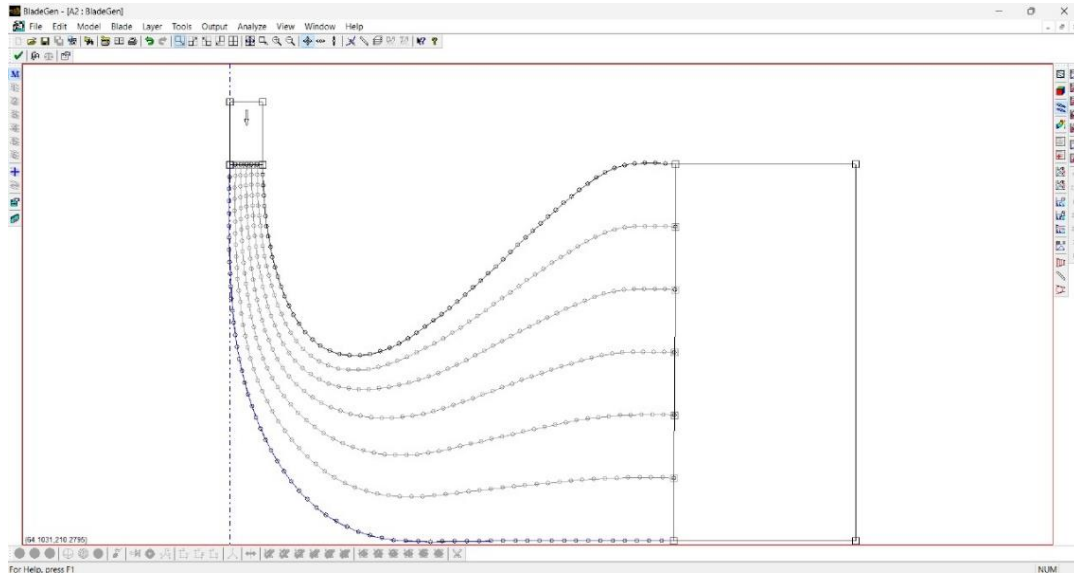
Línea i		Línea I		Línea II		Línea III		Línea IV		Línea V		Línea e	
0.00	180.00	2.64	180.00	5.28	180.00	7.92	180.00	10.56	180.00	13.19	180.00	15.83	180.00
0.00	136.80	2.70	177.63	5.38	177.69	8.04	177.78	10.67	177.88	13.26	178.00	15.83	178.13
0.02	134.41	2.76	175.28	5.49	175.41	8.17	175.58	10.79	175.79	13.35	176.03	15.84	176.29
0.06	132.01	2.82	172.92	5.60	173.12	8.31	173.38	10.93	173.70	13.45	174.07	15.88	174.46
0.12	129.61	2.89	170.57	5.72	170.84	8.46	171.19	11.07	171.62	13.56	172.10	15.92	172.62
0.19	127.21	2.96	168.22	5.85	168.55	8.61	168.99	11.23	169.53	13.68	170.14	15.99	170.78
0.29	124.81	3.04	165.87	5.98	166.27	8.78	166.79	11.40	167.44	13.82	168.17	16.07	168.95
0.41	122.42	3.12	163.52	6.12	163.98	8.95	164.60	11.58	165.36	13.98	166.21	16.17	167.12
0.56	120.02	3.20	161.16	6.26	161.70	9.14	162.41	11.77	163.27	14.14	164.25	16.28	165.28
0.73	117.63	3.28	158.81	6.41	159.41	9.33	160.21	11.97	161.19	14.33	162.29	16.41	163.45
0.93	115.24	3.37	156.46	6.57	157.13	9.52	158.02	12.18	159.11	14.52	160.33	16.56	161.62
1.14	112.85	3.45	154.11	6.72	154.85	9.73	155.83	12.41	157.03	14.73	158.37	16.72	159.79
1.37	110.46	3.54	151.76	6.88	152.56	9.94	153.64	12.64	154.95	14.95	156.42	16.90	157.96

1.60	108.08	3.62	149.41	7.04	150.28	10.16	151.45	12.88	152.87	15.18	154.46	17.10	156.14
1.85	105.69	3.71	147.05	7.21	148.00	10.38	149.26	13.13	150.79	15.43	152.51	17.31	154.31
2.11	103.30	3.80	144.70	7.39	145.72	10.62	147.07	13.40	148.71	15.69	150.56	17.54	152.49
2.39	100.92	3.90	142.35	7.57	143.44	10.86	144.88	13.67	146.64	15.96	148.61	17.79	150.67
2.69	98.54	4.01	140.00	7.76	141.16	11.12	142.69	13.96	144.57	16.25	146.66	18.05	148.85
3.01	96.16	4.13	137.65	7.97	138.88	11.39	140.51	14.26	142.50	16.56	144.71	18.33	147.04
3.36	93.79	4.26	135.30	8.19	136.60	11.67	138.33	14.58	140.43	16.88	142.77	18.63	145.22
3.74	91.42	4.40	132.95	8.42	134.32	11.97	136.14	14.91	138.36	17.22	140.83	18.95	143.42
4.16	89.06	4.56	130.60	8.67	132.05	12.28	133.97	15.27	136.30	17.58	138.90	19.28	141.61
4.61	86.70	4.74	128.26	8.93	129.77	12.62	131.79	15.64	134.24	17.95	136.96	19.63	139.81
5.09	84.35	4.94	125.91	9.22	127.50	12.97	129.62	16.02	132.18	18.35	135.03	20.01	138.01
5.60	82.01	5.16	123.57	9.53	125.24	13.34	127.45	16.44	130.13	18.76	133.11	20.40	136.21
6.15	79.67	5.41	121.23	9.87	122.97	13.74	125.28	16.87	128.08	19.20	131.19	20.81	134.43
6.73	77.35	5.68	118.89	10.22	120.71	14.16	123.12	17.32	126.04	19.66	129.27	21.25	132.64
7.34	75.03	5.97	116.56	10.60	118.45	14.60	120.96	17.80	124.00	20.14	127.37	21.70	130.86
7.99	72.72	6.29	114.23	11.00	116.20	15.06	118.81	18.29	121.97	20.64	125.46	22.18	129.09
8.67	70.42	6.62	111.90	11.42	113.95	15.54	116.66	18.81	119.94	21.16	123.56	22.69	127.32
9.38	68.13	6.96	109.57	11.85	111.70	16.04	114.52	19.35	117.91	21.71	121.67	23.22	125.57
10.13	65.85	7.32	107.24	12.30	109.46	16.56	112.38	19.90	115.90	22.28	119.79	23.78	123.81
10.92	63.58	7.69	104.92	12.76	107.22	17.10	110.24	20.48	113.89	22.87	117.91	24.36	122.07
11.74	61.33	8.07	102.60	13.24	104.98	17.65	108.11	21.09	111.88	23.49	116.04	24.98	120.34
12.60	59.09	8.48	100.28	13.75	102.75	18.24	105.99	21.72	109.89	24.14	114.18	25.62	118.62
13.48	56.86	8.92	97.97	14.29	100.52	18.85	103.88	22.38	107.90	24.82	112.34	26.30	116.92
14.40	54.64	9.38	95.66	14.85	98.31	19.49	101.77	23.07	105.92	25.54	110.50	27.02	115.23
15.34	52.43	9.88	93.36	15.44	96.10	20.16	99.67	23.79	103.96	26.28	108.68	27.77	113.55
16.30	50.23	10.41	91.07	16.07	93.90	20.86	97.59	24.55	102.01	27.07	106.87	28.55	111.89
17.29	48.05	10.97	88.78	16.73	91.70	21.61	95.51	25.34	100.07	27.89	105.08	29.38	110.25
18.30	45.87	11.56	86.50	17.43	89.52	22.38	93.45	26.17	98.15	28.75	103.31	30.25	108.63
19.34	43.71	12.19	84.24	18.16	87.36	23.19	91.41	27.04	96.25	29.64	101.56	31.16	107.04
20.40	41.56	12.86	81.98	18.93	85.20	24.04	89.38	27.95	94.36	30.58	99.83	32.11	105.47
21.48	39.42	13.55	79.73	19.73	83.06	24.93	87.36	28.90	92.49	31.56	98.12	33.11	103.93
21.48	39.42	14.29	77.50	20.57	80.93	25.86	85.37	29.89	90.65	32.59	96.44	34.16	102.42
23.51	36.35	15.06	75.27	21.45	78.82	26.83	83.39	30.92	88.83	33.67	94.80	35.27	100.95
23.89	35.74	15.87	73.06	22.37	76.72	27.85	81.44	32.01	87.04	34.80	93.19	36.43	99.53
24.23	35.20	16.72	70.87	23.35	74.65	28.92	79.52	33.15	85.29	36.00	91.62	37.66	98.17
24.83	34.31	17.61	68.69	24.37	72.60	30.04	77.62	34.35	83.57	37.25	90.10	38.96	96.87
25.88	32.84	18.55	66.53	25.44	70.58	31.22	75.76	35.61	81.90	38.58	88.65	40.33	95.64
27.09	31.21	19.53	64.39	26.56	68.58	32.45	73.94	36.94	80.28	39.97	87.25	41.76	94.50
28.42	29.45	20.55	62.27	27.73	66.62	33.75	72.16	38.33	78.72	41.42	85.93	43.27	93.45

29.76	27.79	21.61	60.17	28.95	64.68	35.10	70.42	39.78	77.21	42.95	84.68	44.83	92.49
31.12	26.19	22.71	58.09	30.21	62.77	36.51	68.72	41.29	75.76	44.53	83.51	46.46	91.63
33.99	23.05	23.84	56.03	31.52	60.89	37.96	67.08	42.86	74.38	46.17	82.43	48.13	90.87
37.01	20.05	25.01	53.98	32.87	59.05	39.47	65.47	44.49	73.06	47.87	81.43	49.85	90.22
40.19	17.19	26.21	51.96	34.26	57.23	41.03	63.91	46.17	71.81	49.62	80.52	51.60	89.67
41.83	15.82	27.43	49.95	35.69	55.44	42.63	62.40	47.89	70.63	51.40	79.69	53.38	89.21
43.51	14.50	28.70	47.96	37.16	53.69	44.27	60.94	49.66	69.51	53.22	78.94	55.18	88.85
45.22	13.22	29.99	46.00	38.67	51.97	45.96	59.52	51.47	68.45	55.08	78.27	57.00	88.58
46.97	11.99	31.31	44.05	40.21	50.28	47.69	58.16	53.31	67.45	56.96	77.69	58.82	88.40
48.75	10.81	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	58.82	88.40
50.56	9.68	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	62.59	89.18
52.39	8.61	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	66.34	89.93
54.26	7.60	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	70.02	90.84
56.15	6.65	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	73.61	91.92
58.07	5.77	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	77.12	93.16
60.02	4.95	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	80.54	94.56
61.99	4.20	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	83.89	96.13
63.98	3.53	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	87.15	97.86
66.00	2.91	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	90.37	99.78
68.05	2.37	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	93.52	101.85
70.10	1.89	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	96.59	104.05
72.18	1.46	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	99.61	106.36
74.26	1.09	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	102.57	108.75
78.47	0.50	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	105.49	111.21
82.72	0.08	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	111.21	116.26
86.99	0.06	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	116.83	121.36
91.28	0.06	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	122.41	126.52
95.56	0.04	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	133.42	136.88
104.12	0.03	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	144.41	147.31
112.64	0.01	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	149.96	152.48
129.63	0.09	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	155.57	157.58
138.13	0.16	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	161.94	163.16
146.65	0.15	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	168.43	168.62

Fuente: Obtenido de Ansys.

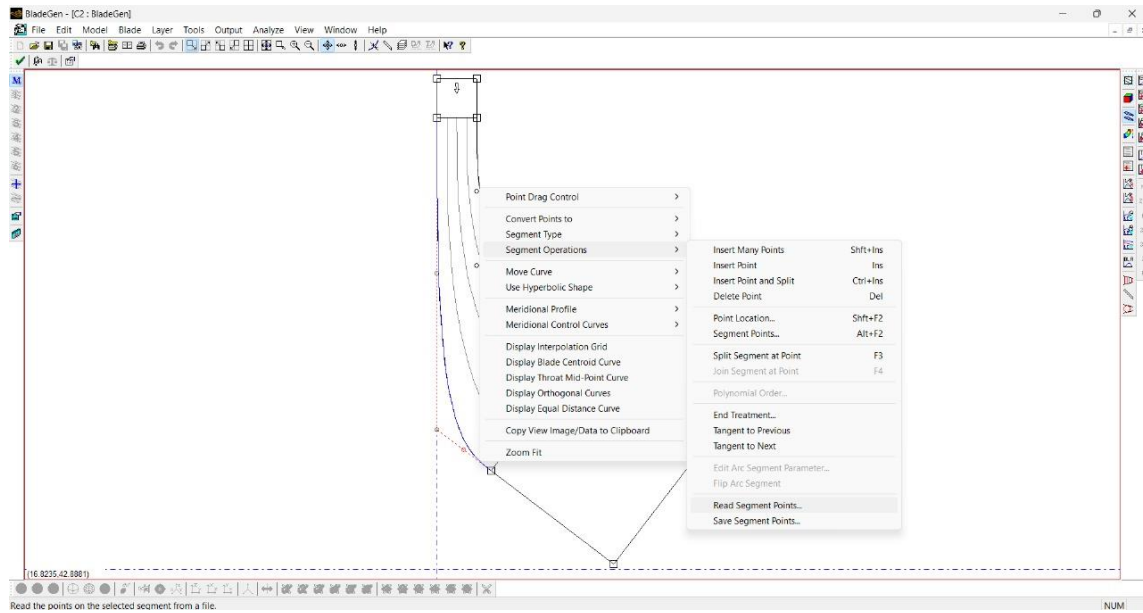
Las líneas de corriente del perfil hidráulico se encuentran ploteadas en la siguiente gráfica:



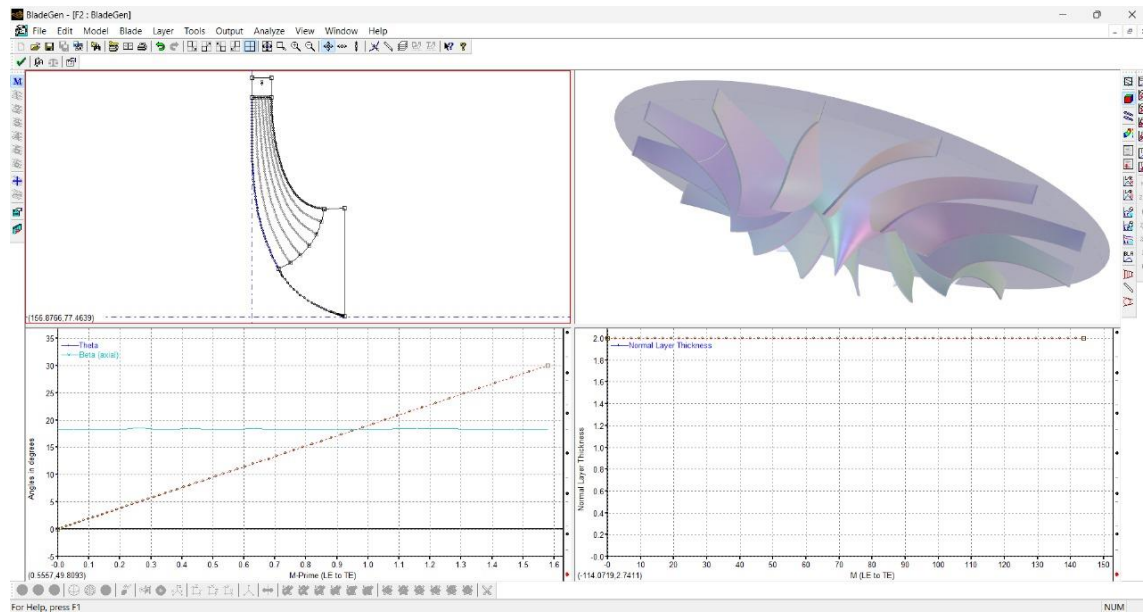
**Gráfica C- 3.** Líneas de corriente o turbinas parciales generadas en BladeGen.  
Fuente: Obtenido de Ansys.

Una vez obtenida la proyección meridional de álabes a partir del trazado del perfil hidráulico mediante el método de las aproximaciones sucesivas en el Capítulo 2, creamos un nuevo modelo en BladeGen e ingresamos nuevamente las coordenadas principales del perfil del álabes de los puntos 1i, 1e, 2i y 2e. Posteriormente, creamos 7 líneas de corriente e ingresamos las coordenadas obtenidas para cada línea mediante las listas emergentes seleccionando primero Segment Operations y por último Read Segment points (Figura C-4).

BladeGen genera 4 ventanas, una correspondiente a la proyección meridional del álabes, una vista en isométrico del rodete, la variación del ángulo  $\theta$  en función del álabes y por último el espesor del álabes con respecto a la arista de entrada y a la de salida.



**Figura C- 4.** Ingreso de coordenadas del álabe para las 7 líneas de corriente.  
Fuente: Obtenido de Ansys.



**Figura C- 5.** Obtención del perfil del álabe en BladeGen.  
Fuente: Obtenido de Ansys.

## Apéndice D. Cálculo de altura de aspiración

Para calcular la altura de aspiración del tubo es necesario encontrar los datos que involucra la Ecuación 2.76.

- Presión atmosférica: interpolamos en el intervalo de valores donde se encuentra el valor de la presión atmosférica de donde se encuentra instalado el banco de pruebas (coordenadas: 13.721222, -89.201319) el cual es 658 msnm.

**Tabla D- 1.** Identificación de intervalo para interpolación.

Altitud sobre el nivel del mar (metros)	Presión atmosférica		Pérdidas de carga (metros)
	mm de Hg	metros c.a.	
0	760	10,33	0,00
100	751	10,21	0,12
200	742	10,08	0,25
300	733	9,96	0,37
400	724	9,83	0,50
500	716	9,71	0,62
600	707	9,58	0,75
700	699	9,46	0,87
800	690	9,34	0,99
900	682	9,22	1,11
1000	674	9,11	1,22

Se obtiene un valor de:

$$p_{atm} = 702.36 \text{ mmHg} = 93.64 \text{ kPa}$$

- Altura de presión: de la primera curva de Rogers y Moody, interceptamos la línea que pertenece a las turbinas Francis y obtenemos los siguientes valores para una velocidad específica  $n_s = 62.8$ :

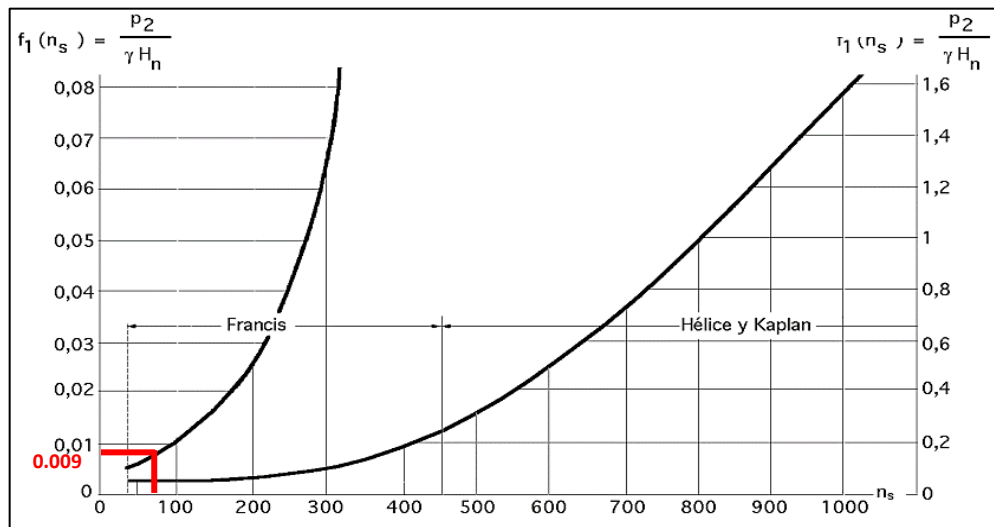


Figura D- 1. Determinación de  $f_1(n_s)$  de la curva de Rogers y Moody.

$$f_1(n_s) = \frac{p_2}{\gamma H_n} = 0.009 \rightarrow \frac{p_2}{\gamma} = 0.009(14.4)$$

$$\frac{p_2}{\gamma} = 0.13 \text{ mca}$$

- Altura dinámica: de la segunda curva de Rogers y Moody, interceptamos la línea que pertenece a las TF y obtenemos los siguientes valores para una velocidad específica  $n_s = 62.8$ :

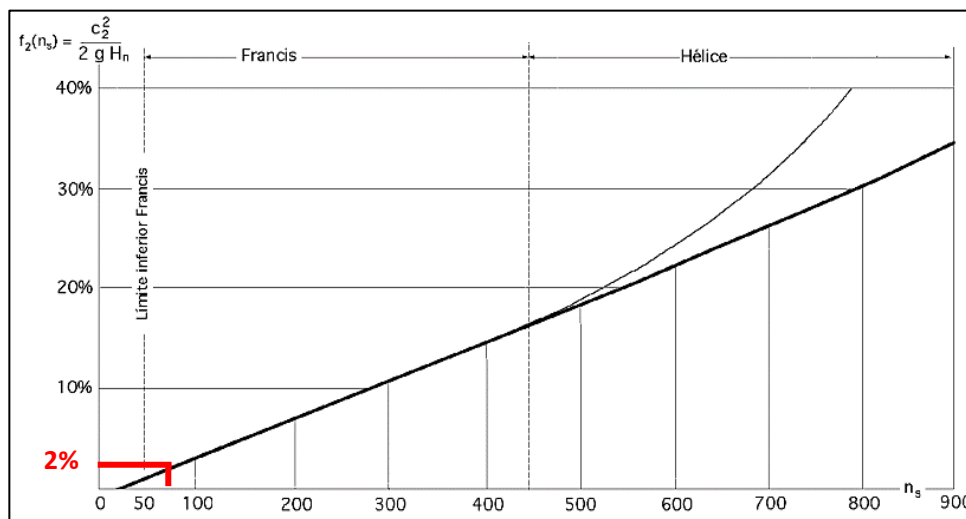


Figura D- 2. Determinación de  $f_2(n_s)$  de la curva de Rogers y Moody.

$$f_2(n_s) = \frac{c_2^2}{2gH_n} = 2\% \rightarrow \frac{c_2^2}{2g} = 0.02(14.4)$$

$$\frac{c_2^2}{2g} = 0.29 \text{ mca}$$

- Coeficiente de pérdidas en la sección acodada: al tratarse de una sección de acodada de 90° utilizamos la Tabla 2.5 para encontrar el coeficiente de pérdidas en dicha sección:

$\alpha(^{\circ})$	10	15	22.5	30	45	60	90
$\xi_k$	0.044	0.062	0.154	0.165	0.320	0.684	1.265

Obtenemos:

$$\xi_k = 1.265$$

Para efectos de cálculos, se multiplican las alturas de presión y dinámica por el peso específico del agua a 20 °C para obtener los valores de presión y velocidad en el punto 2 y se introducen los valores a una hoja de cálculo:

**Tabla D- 2.** Cálculo de altura de aspiración.

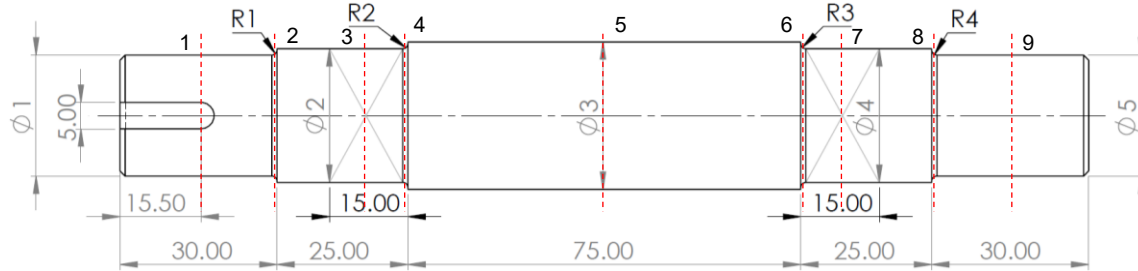
Parámetro por determinar	Puntos de referencia Ec. De Bernoulli	
Altura de aspiración	Punto 2: Salida del rodete Punto 3: Salida del tubo de aspiración	
Datos de entrada (Unidades SI)		
Altura neta, H:	14.43	m
Presión Atmosférica, $P_{atm}$ :	93.64	kPa
Presión punto 2, $P_2$ :	1.27	kPa
Velocidad punto 2, $C_2$ :	2.37	m/s
Rendimiento del tubo, $\eta_d$ :	50%	-
Peso específico del agua, $\gamma$ :	9.789	kN/m <sup>3</sup>
Coeficiente de pérdida de codo, $\xi_k$ :	1.265	-
<b>Resultado</b>		
$H_s \leq \frac{P_{atm} - p_2}{\gamma} - \frac{c_2^2}{2g} \eta_d - h_k$	$H_s = 8.93 \text{ m}$	

Fuente: Elaboración propia.

Por lo tanto, la altura de aspiración tiene un valor de:

$$H_s \leq 8.93 \text{ m}$$

## Apéndice E. Análisis Estático y de Fatiga: Eje de transmisión



**Figura E- 1.** Identificación de secciones críticas para cálculo de esfuerzos.  
Fuente: Elaboración propia.

a) Concentradores de esfuerzos en flexión y torsión y esfuerzo de fluencia:

Relaciones de gráficas (Apéndice G)	
Relación D/d:	1.1
Relación r/d:	0.05

Concentradores de esfuerzos (Apéndice G)	
kt-f	1.88
kts	1.3

Esfuerzo a fluencia	
Sy (MPa)	390

b) Resultados del análisis estático:

**Tabla E- 1.** Análisis estático.

Sección	M.Flector, Nm	M.Torsor, Nm	$\sigma$ vonMises, MPa	ny
1 - $\phi 27$	0	70.81	51.28	7.6
2 - $\phi 27$	12.25	70.81	42.94	9.1
3 - $\phi 30$	22.47	70.81	24.64	15.8
4 - $\phi 30$	20.6	70.81	33.44	11.7
5 - $\phi 33$	11.23	70.81	17.67	22.1
6 - $\phi 30$	1.87	70.81	22.88	17.0
7 - $\phi 30$	0	70.81	23.11	16.9
8 - $\phi 27$	0	70.81	41.21	9.5
9 - $\phi 27$	0	70.81	31.70	12.3

Fuente: Elaboración propia.

c) Resultados del análisis de resistencia a la fatiga:

**Tabla E- 2.** Análisis de resistencia a la fatiga.

Sección	Esf. Equivalente Alterno $\sigma'_{ea}$ , MPa	Esf. Equivalente Medio $\sigma'_{em}$ , MPa	nf	$\sigma'$ von Mises, MPa	ny
1 - $\varnothing 27$	0	51.28	9.2	51.28	7.6
2 - $\varnothing 27$	10.14	38.99	6.6	40.29	8.7
3 - $\varnothing 30$	8.48	23.11	9.4	24.61	14.2
4 - $\varnothing 30$	12.43	28.42	6.9	31.02	11.3
5 - $\varnothing 33$	3.18	17.36	17.1	17.65	19.8
6 - $\varnothing 30$	0.53	28.42	15.6	28.43	12.3
7 - $\varnothing 30$	0.00	23.11	20.3	23.11	15.1
8 - $\varnothing 27$	0.00	38.99	12.1	38.99	9.0
9 - $\varnothing 27$	0.00	31.70	14.8	31.70	11.0

Fuente: Elaboración propia.

## Apéndice F. Determinación curva S-N Acero AISI 1020 CD.

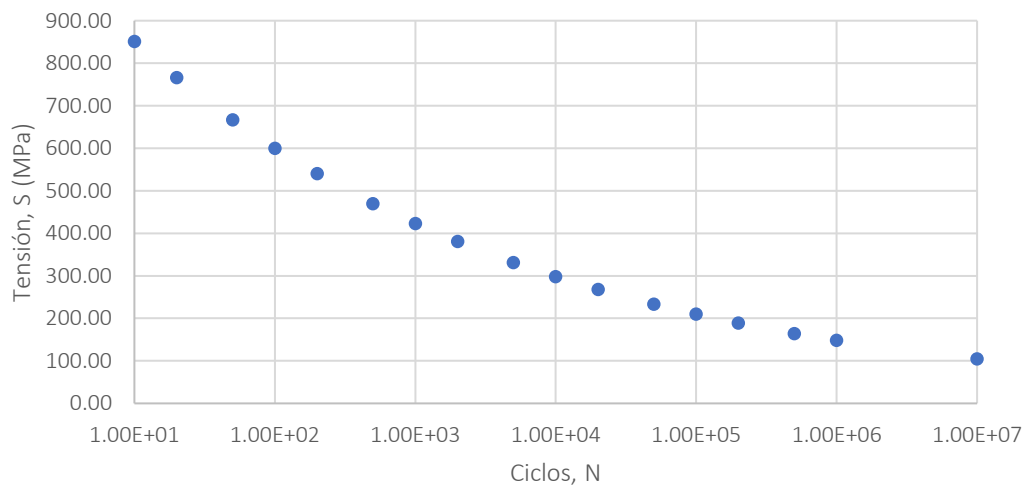
Factor de concentración de esfuerzos a la fatiga, K			
Factor e	e	4.51	MPa
Exponente f	f	-0.265	-
Esf. Último	Sut	470	MPa
Superficie	Ka	0.88	-
Tamaño	Kb	0.88	-
Carga	Kc	1	-
Confiabilidad	Ke	0.81	-
Temperatura	Kf	1	-
Efectos varios	Km	1	-
	K	0.630	-
Cálculo S			
Límite R. a la fatiga	Se	148.13	MPa
Factor R. a la fatiga	f	0.9	
Factor a	a	1207.9	MPa
Exponente b	b	-0.152	-

Ciclos, N	S, MPa
10	851.39
20	766.31
50	666.74
100	600.12
200	540.14
500	469.96
1E+03	423.00
2E+03	380.73
5E+03	331.26
1E+04	298.16
2E+04	268.36
5E+04	233.49
1E+05	210.16
2E+05	189.16
5E+05	164.58
1E+06	148.13
1E+07	104.42
1E+08	73.60
1E+09	51.88

Ecuación de la curva

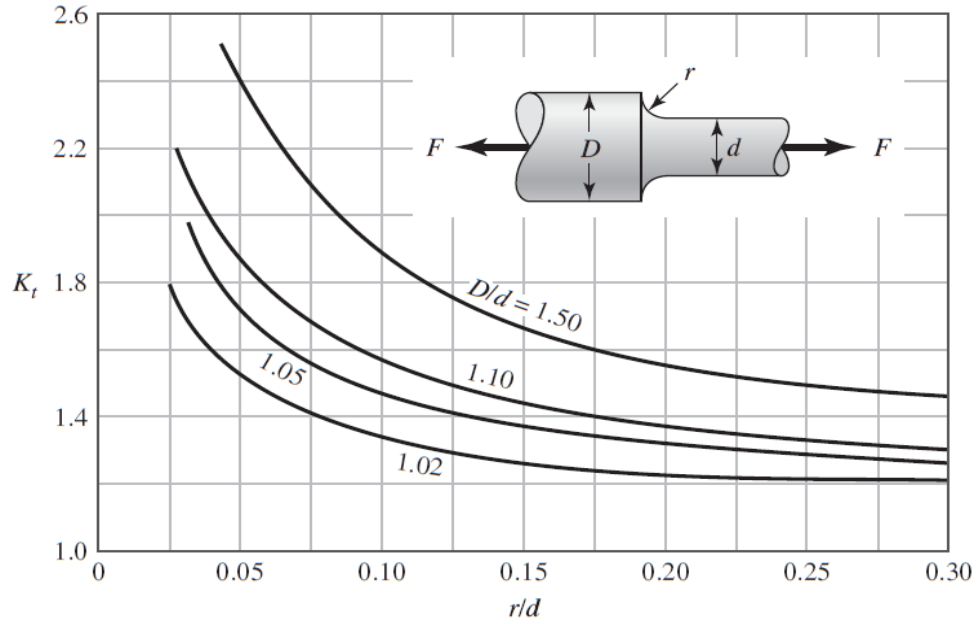
$$S = aN^b$$

Gráfica S-N

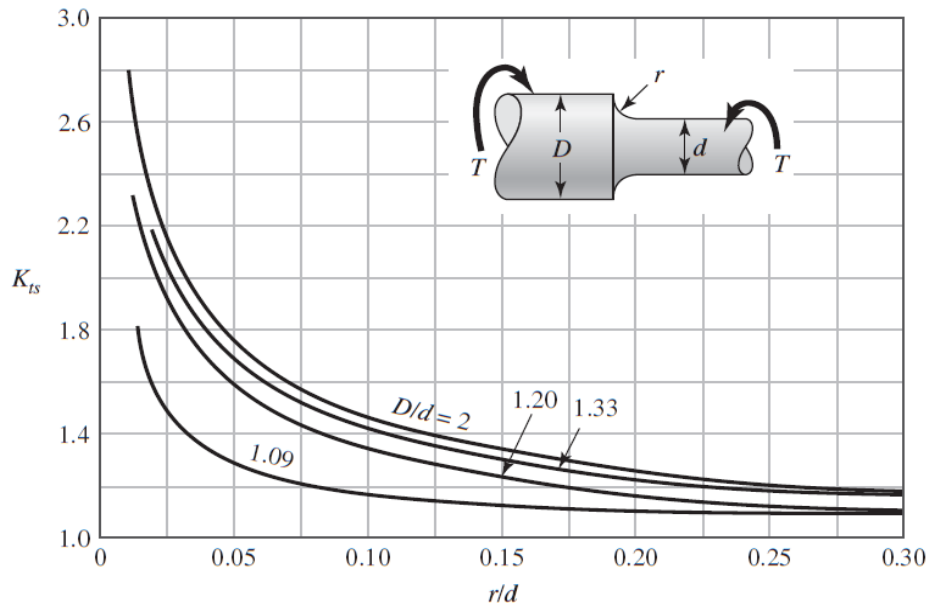


**Gráfica F- 1.** Curva S-N acero AISI 1020 CD.  
Fuente: Elaboración propia.

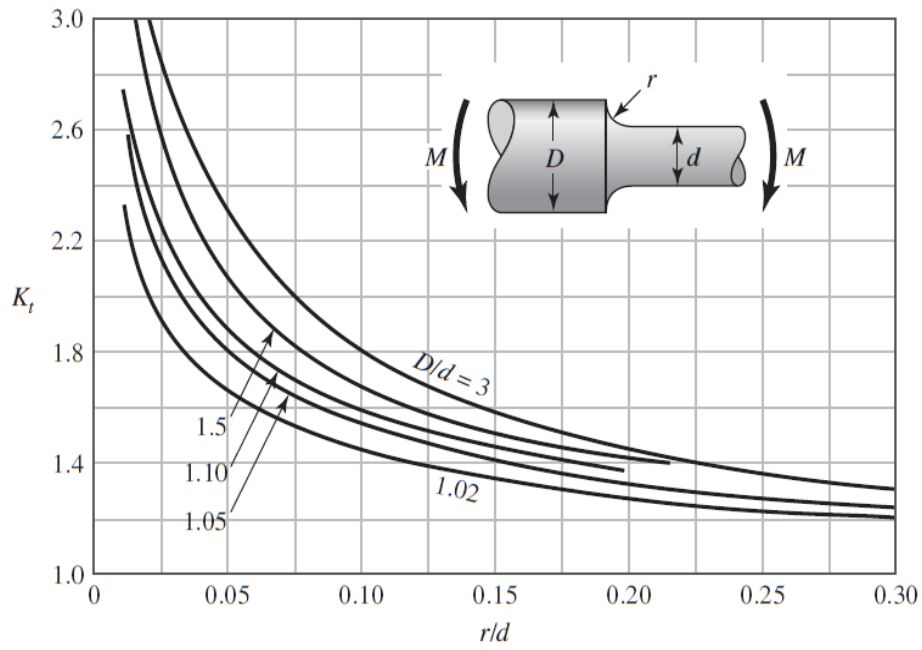
## Apéndice G. Gráficas y tablas útiles



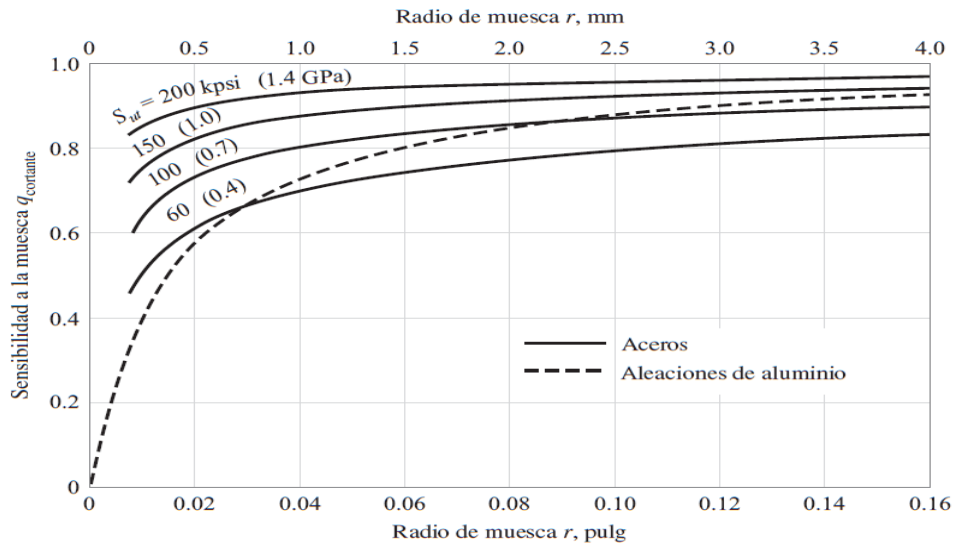
**Gráfica G- 1.** Eje redondo con filete en el hombro en tensión.  
Fuente: (Budynas & Nisbett, 2021, p. 992)



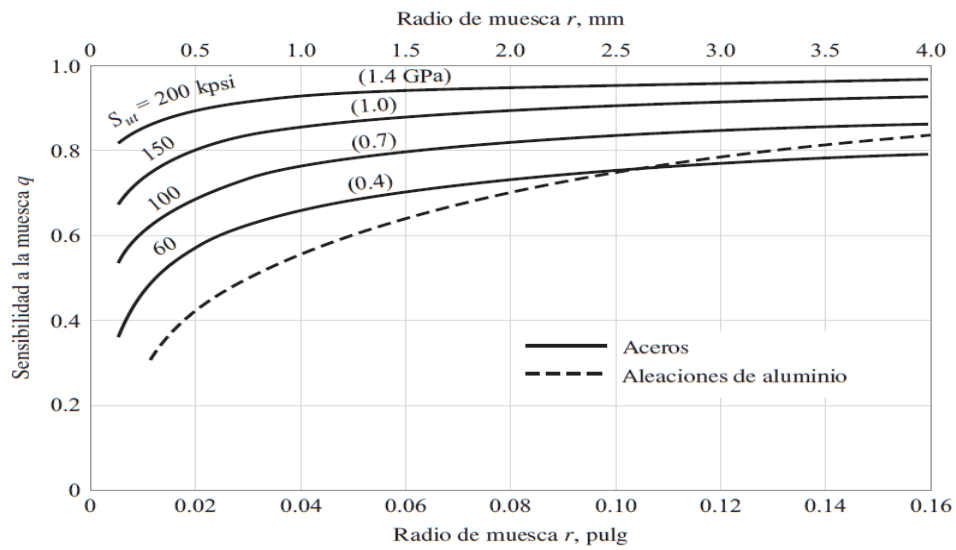
**Gráfica G- 2.** Eje redondo con filete en el hombro en torsión.  
Fuente: (Budynas & Nisbett, 2021, p. 992)



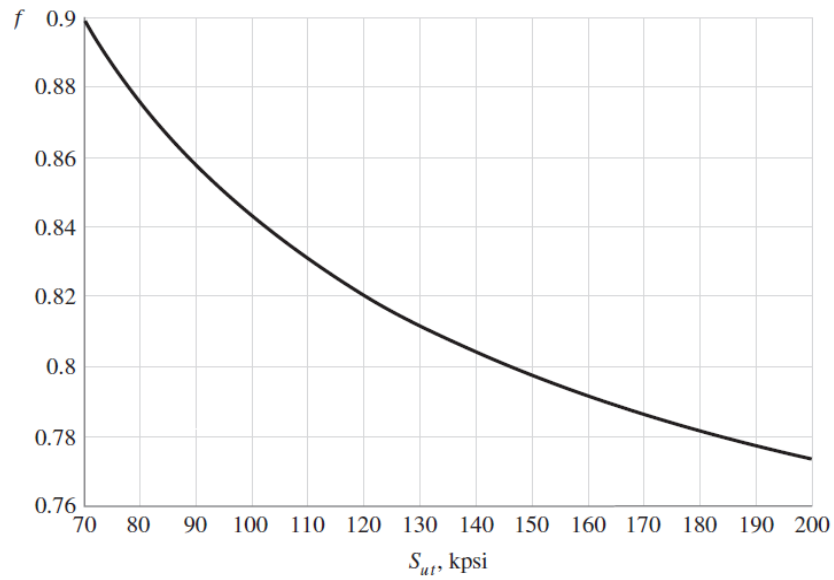
**Gráfica G- 3.** Eje redondo con filete en el hombro en flexión.  
*Fuente:* (Budynas & Nisbett, 2021, p. 992)



**Gráfica G- 4.** Sensibilidad a la muesca de materiales sometidos a torsión inversa.  
*Fuente:* (Budynas & Nisbett, 2021, p. 282)



**Gráfica G- 6.** Sensibilidad a la muesca de materiales sometidos a flexión inversa de cargas axiales inversas.  
Fuente: (Budynas & Nisbett, 2021, p. 282)



**Gráfica G- 5.** Fracción de resistencia a la fatiga.  
Fuente: (Budynas & Nisbett, 2021)

**Tabla G- 1.** Estimaciones de primera iteración de los factores de concentración del esfuerzo  $K_t$  y  $K_{ts}$ .

	Flexión	Torsión	Axial
Filete de hombro: agudo ( $r/d = 0.02$ )	2.7	2.2	3.0
Filete de hombro: bien redondeado ( $r/d = 0.1$ )	1.7	1.5	1.9
Cuñero fresado ( $r/d = 0.02$ )	2.14	3.0	—
Cuñero de patín o trapezoidal	1.7	—	—
Ranura para anillo de retención	5.0	3.0	5.0

Los valores faltantes en la tabla no pueden obtenerse con facilidad.

Fuente: (Budynas & Nisbett, 2021, p. 356)

**Tabla G- 2.** Vida de diseño recomendada

Aplicación	Vida de diseño (h)
Electrodomésticos	1000-2000
Motores de avión	1000-4000
Automotriz	1500-5000
Equipo agrícola	3000-6000
Elevadores, ventiladores industriales, transmisiones de usos múltiples	8000-15 000
Motores eléctricos, sopladores industriales, maquinaria industrial en general	20 000-30 000
Bombas y compresores	40 000-60 000
Equipo crítico en funcionamiento continuo durante 24 h	100 000-200 000

Fuente: (Mott, 2006, p. 396)

## Apéndice H. Fichas técnicas

### 32006 X

Rodamiento de una hilera de rodillos cónicos



#### Descripción general

##### Dimensiones

Diámetro interno	30 mm
Diámetro exterior	55 mm
Ancho total	17 mm
Ancho del aro interior	17 mm
Ancho del aro exterior	13 mm
Ángulo de contacto	16°

##### Rendimiento

Capacidad de carga dinámica básica	43.9 kN
Capacidad de carga estática básica	44 kN
Velocidad de referencia	10 000 r/min
Velocidad límite	12 000 r/min
Clase de rendimiento SKF	SKF Explorer

Figura H- 1. Rodamiento de una hilera cónico 32006X.  
Fuente: SKF.

### 6006

Rodamiento rígido de bolas



#### Descripción general

##### Dimensiones

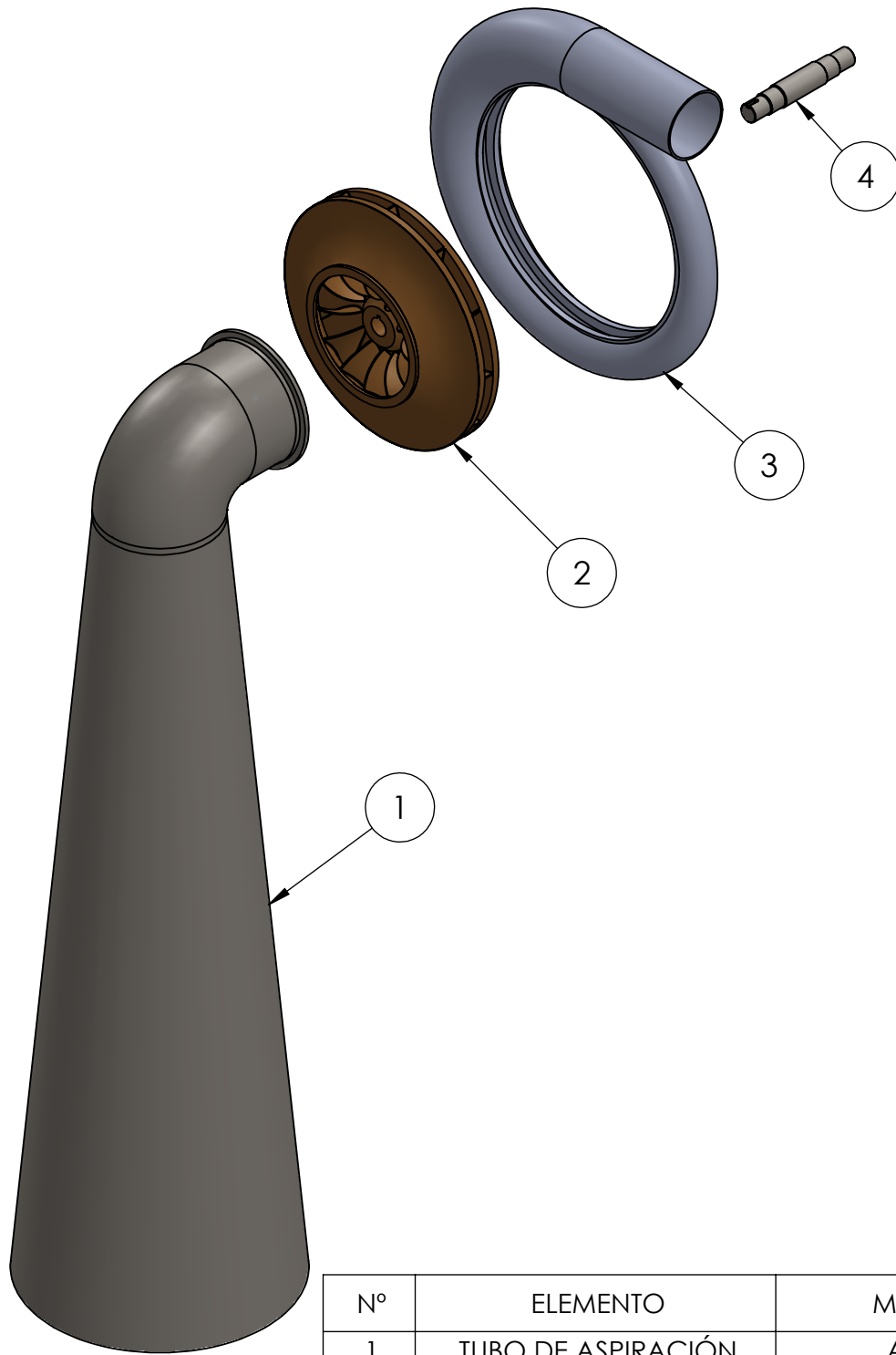
Diámetro interno	30 mm
Diámetro exterior	55 mm
Ancho	13 mm

##### Rendimiento

Capacidad de carga dinámica básica	13.8 kN
Capacidad de carga estática básica	8.3 kN
Velocidad de referencia	28 000 r/min
Velocidad límite	17 000 r/min
Clase de rendimiento SKF	SKF Explorer

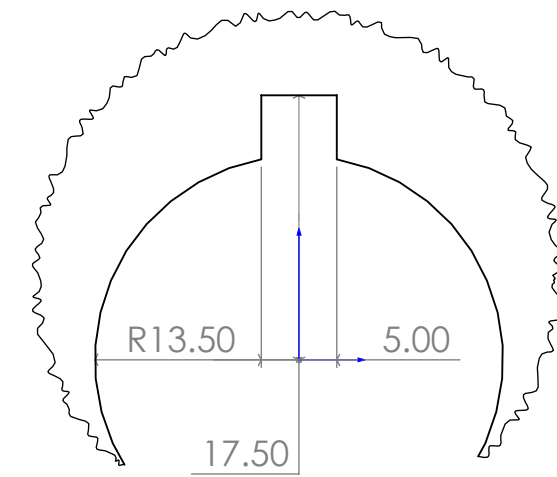
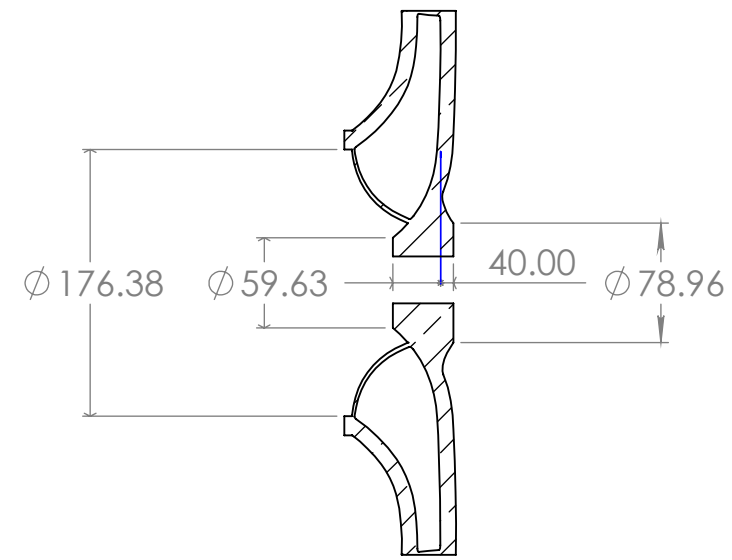
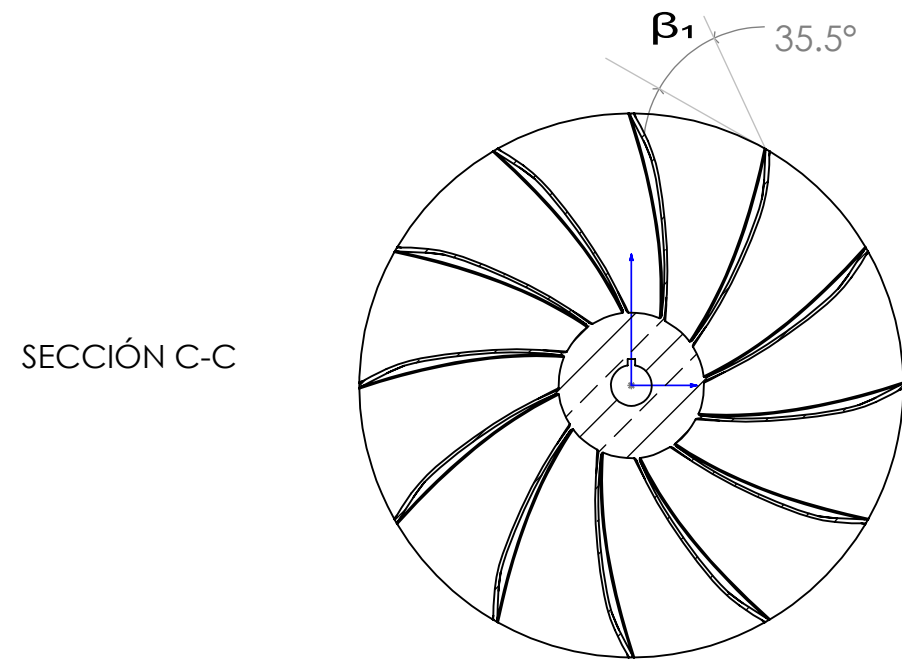
Figura H- 2. Rodamiento rígido de bolas 6006.  
Fuente: SKF.

# PLANOS

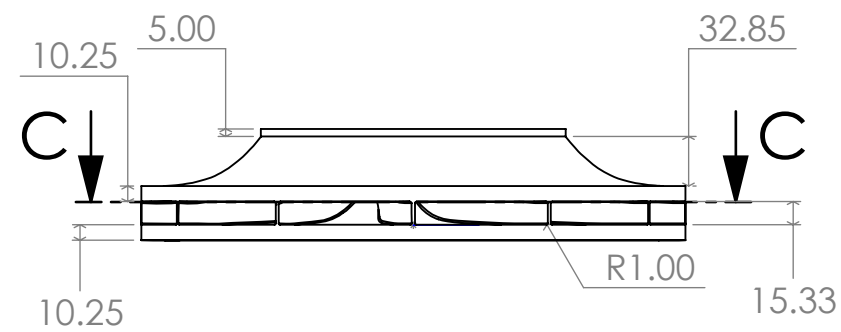


Nº	ELEMENTO	MATERIAL
1	TUBO DE ASPIRACIÓN	AISI 304
2	RODETE	BRONCE-ALUMINIO
3	CÁMARA ESPIRAL	N/A
4	EJE DE TRANSMISIÓN	AISI 1020 CD

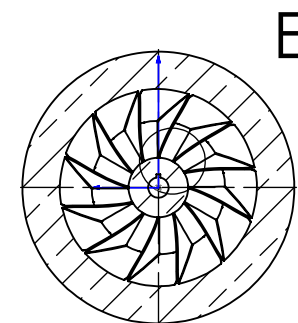
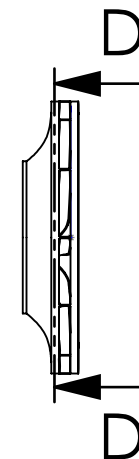
	FECHA	TEMA	 UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR FACULTAD DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA TRABAJO DE GRADUACIÓN
DIBUJADO	16/09/24	DISEÑO DE EJE, RODETE Y TUBO DE ASPIRACION DE UNA TURBINA FRANCIS	
REVISADO			
ESCALA 1:5	<h1>PLANO EXPLOSIONADO</h1>		 PLANO 1/4



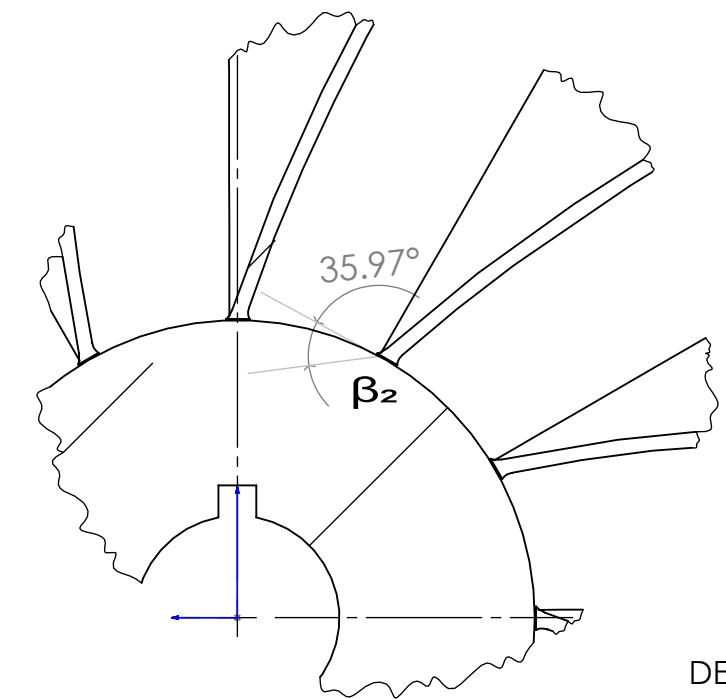
DETALLE B  
ESCALA 2 : 1



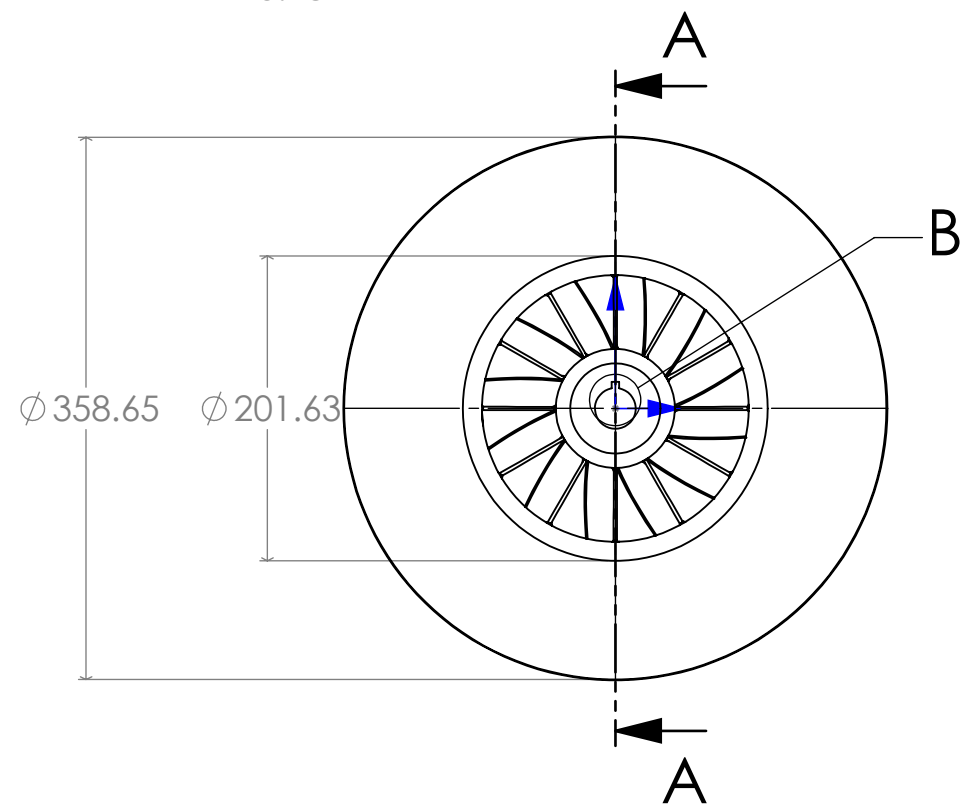
SECCIÓN A-A



SECCIÓN D-D  
ESCALA 1 : 10

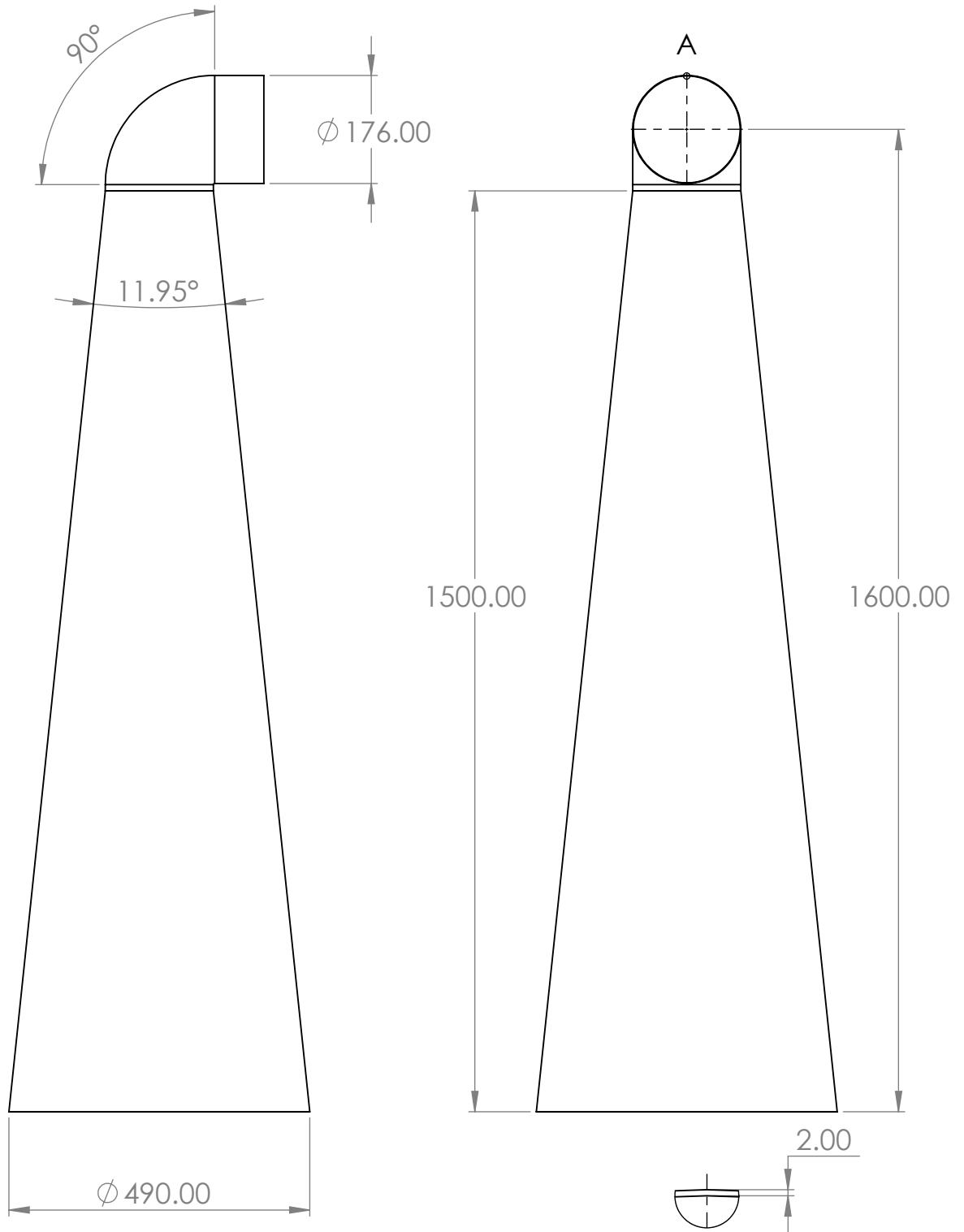


DETALLE E  
ESCALA 1 : 1



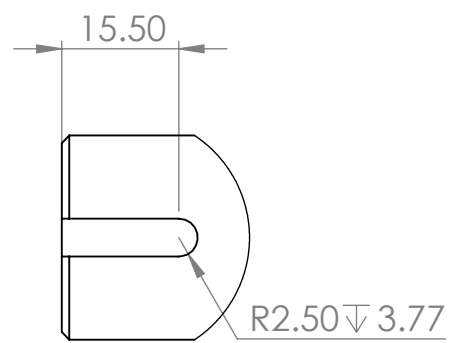
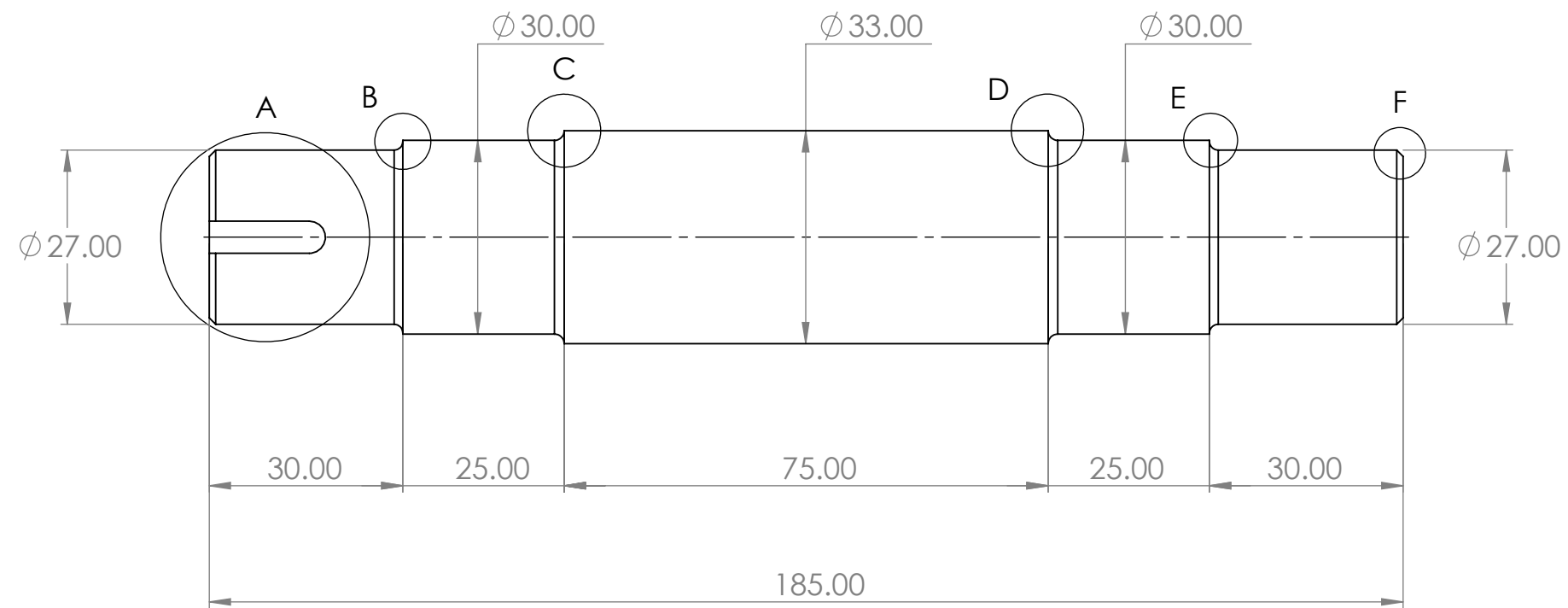
Unidades en mm

	FECHA	TEMA	 UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR FACULTAD DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA TRABAJO DE GRADUACIÓN
DIBUJADO	16/09/24	DISEÑO DE EJE, RODETE Y TUBO DE ASPIRACION DE UNA TURBINA FRANCIS	
REVISADO			
ESCALA 1:5	<b>RODETE</b>		 PLANO 2/4

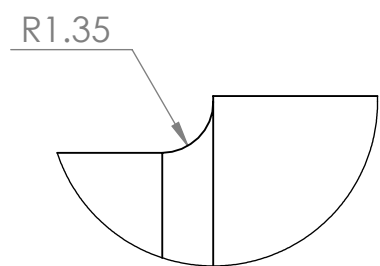


DETALLE A  
 ESCALA 1:1      Unidades en mm

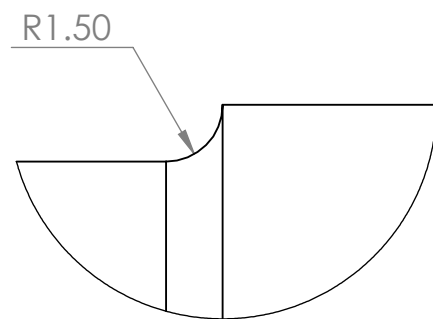
	FECHA	TEMA	 UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR FACULTAD DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA TRABAJO DE GRADUACIÓN
DIBUJADO	16/09/24	DISEÑO DE EJE, RODETE Y TUBO DE ASPIRACION DE UNA TURBINA FRANCIS	
REVISADO			
ESCALA 1:10	TUBO DE ASPIRACIÓN		 PLANO 3/4



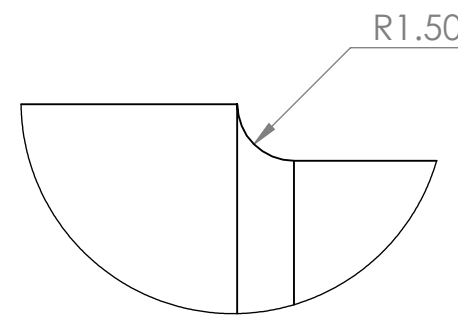
DETALLE A  
ESCALA 1 : 1



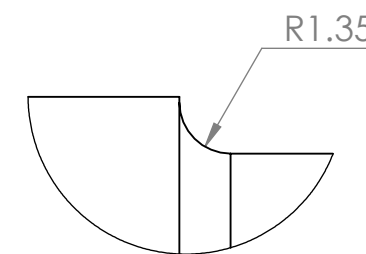
DETALLE B  
ESCALA 5 : 1



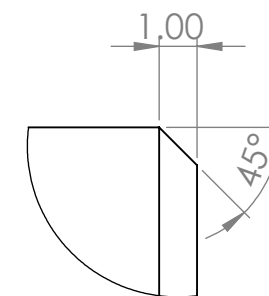
DETALLE C  
ESCALA 5 : 1



DETALLE D  
ESCALA 5 : 1



DETALLE E  
ESCALA 5 : 1



DETALLE F  
ESCALA 5 : 1

Unidades en mm

	FECHA	TEMA	 UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR FACULTAD DE INGENIERÍA Y ARQUITECTURA ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA TRABAJO DE GRADUACIÓN
DIBUJADO	16/09/24	DISEÑO DE EJE, RODETE Y TUBO DE ASPIRACION DE UNA TURBINA FRANCIS	
REVISADO			
ESCALA 1:1	EJE DE TRANSMISIÓN		 PLANO 4/4