UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR

FACULTAD MULTIDISCIPLINARIA ORIENTAL

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES PLANES COMPLEMENTARIOS

SECCIÓN EDUCACIÓN

INFORME FINAL DEL CURSO DE ESPECIALIZACIÓN:

CURSO DE ESPECIALIZACIÓN: CURSO DE ESPECIALIZACIÓN AL ALGEBRA LINEAL, CALCULO AVANZADO Y RECURSOS DIDACTICOS PARA LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

TÍTULO DEL INFORME FINAL:

IMPLEMENTACIÓN DEL CONTENIDO DE LA DIVISIÓN DEL 3, EN LOS NÚMEROS NATURALES EN EL PROGRAMA DE ESTUDIO DE CUARTO GRADO, CON EL USO DE LA PLATAFORMA WORDWALL

PARA OPTAR AL GRADO ACADÉMICO DE:

LICENCIATURA EN EDUCACIÓN, ESPECIALIDAD MATEMÁTICA.

PRESENTADO POR:

DENNIS ABRAHAM FLORES MACHUCA N° CARNET FM22054

DORONY ALEXI ORTIZ PORTILLO N° CARNET OP22015

GUILLERMO ANTONIO PARADA GONZALEZ N° CARNET PG22059

YOHANA IVETH QUINTANILLA HERNÁNDEZ N° CARNET QH22003

DOCENTE ASESOR:

ERICK YOVANI HERNÁNDEZ PEREZ.

SEPTIEMBRE DE 2024

SAN MIGUEL, EL SALVADOR, CENTROAMÉRICA

UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR

AUTORIDADES

M.SC. JUAN ROSA QUINTANILLA

RECTOR

DRA. EVELYN BEATRIZ FARFÁN MATA

VICERRECTOR ACADÉMICO

M.SC. ROGER ARMANDO ARIAS ALVARADO

VICERRECTOR ADMINISTRATIVO

LIC. PEDRO ROSALÍO ESCOBAR CASTANEDA

SECRETARIO GENERAL

LCDA. ANA RUTH AVELAR VALLADARES

DEFENSOR DE LOS DERECHOS UNIVERSITARIOS

LIC. CARLOS AMILCAR SERRANO RIVERA

FISCAL GENERAL

FACULTAD MULTIDISCIPLINARIA ORIENTAL

AUTORIDADES

MSC. CARLOS IVÁN HERNÁNDEZ FRANCO

DECANO

DRA. NORMA AZUCENA FLORES RETANA

VICEDECANO

LIC. CARLOS DE JESÚS SÁNCHEZ

SECRETARIO

MSC. EVER ANTONIO PADILLA LAZO

DIRECTOR GENERAL DE PROCESOS DE GRADO

LIC. BALMORE ALEXIS RODRIGUEZ OCHOA

DIRECTOR DE LA ESCUELA O JEFE DE DEPARTAMENTO

DR. ONEYDA YASMIN VELASQUEZ DE SERPAS

COORDINADOR GENERAL DE PROCESOS DE GRADO

LIC. KALLY JISSELL ZULETA PAREDES

COORDINADORA GENERAL DE PLANES COMPLEMENTARIOS

ÍNDICE

ÍNDICE DE TABLAS.

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES.

RESUMEN

El objetivo de la propuesta didáctica es abordar las reglas y propiedades que permiten calcular la divisibilidad de los números naturales, enfocándose principalmente en el criterio de divisibilidad por tres. Según este criterio, un número es divisible por tres si la suma de sus dígitos también es divisible por tres. Se presentan múltiples lemas y teoremas que respaldan esta afirmación. Una indica que la unidad seguida de ceros es igual a un múltiplo de 3 más uno, mientras que otra afirma que un número entero se puede representar como un múltiplo de tres más la suma de los valores absolutos de sus cifras. De esta manera, el número original también será múltiplo de tres si esa suma es múltiplo de tres. En esta propuesta se busca, que los estudiantes de cuarto grado aprendan a dividir números naturales, enfocándose en la divisibilidad por tres. Se espera que utilicen este conocimiento en situaciones y problemas matemáticos cotidianos mientras se mejora la práctica pedagógica y aumenta la motivación y participación de los estudiantes. La división se presenta como una habilidad fundamental que fomenta el razonamiento lógico y el pensamiento crítico de los estudiantes, sentando las bases para conceptos matemáticos más complejos. Se propone la implementación de actividades interactivas a través de la plataforma Wordwall como una forma de hacer el aprendizaje más atractivo y efectivo, aprovechando la capacidad de los estudiantes para manejar la tecnología.

Palabras claves: Criterio; Divisibilidad; Lemas; Teoremas; Propiedades; Razonamiento Lógico; Pensamiento Crítico; Múltiplo; Pedagogía.

ABSTRACT.

The objective of the didactic proposal is to address the rules and properties that allow calculating the divisibility of natural numbers, focusing mainly on the criterion of divisibility by three. According to this criterion, a number is divisible by three if the sum of its digits is also divisible by three. Multiple lemmas and theorems are presented to support this statement. One states that the unit followed by zeros is equal to a multiple of 3 plus one, while another states that an integer can be represented as a multiple of three plus the sum of the absolute values of its digits. In this way, the original number will also be a multiple of three if that sum is a multiple of three. This proposal aims for fourth grade students to learn to divide natural numbers, focusing on divisibility by three. They are expected to use this knowledge in everyday mathematical situations and problems while improving pedagogical practice and increasing student motivation and engagement. Division is presented as a fundamental skill that encourages students' logical reasoning and critical thinking, laying the foundation for more complex mathematical concepts. The implementation of interactive activities through the Wordwall platform is proposed to make learning more attractive and effective, taking advantage of students' ability to handle technology.

Keywords: Criterion; Divisibility; Mottos; Theorems; Properties; Logical Reasoning; Critical Thinking; Multiple; pedagogy.

1. INTRODUCCIÓN.

En la presente propuesta se trabajará con las relaciones de divisibilidad entre los números naturales, la divisibilidad por 3 es una propiedad que puede ser verificada de manera sencilla: un número es divisible por 3 si la suma de sus dígitos es divisible por 3.

La enseñanza de la divisibilidad es un componente fundamental en el desarrollo de habilidades matemáticas en los estudiantes y sobre todo en los primeros años de educación, es por lo que se quiere afianzar y fortalecer estas habilidades. En cuarto grado, uno de los conceptos fundamentales que los estudiantes deben adquirir es la divisibilidad por 3 en los números naturales. Este concepto nos ayuda a que los estudiantes tengan una idea de los múltiplos y factores, así como también sienta las bases para la comprensión de operaciones más complejas en matemáticas.

Para hacer que el aprendizaje de la divisibilidad por 3 sea más atractivo y efectivo en los estudiantes del cuarto grado del Complejo Educativo “Santiago Orellana Zelaya” ubicado en el departamento de Usulután, Municipio de Concepción Batres, se hará uso de la plataforma Wordwall, la cual es una plataforma que contiene recursos interactivos y dinámicos los cuales aprovecharemos para consolidar el aprendizaje por medio de prácticas que ayudarán a obtener una comprensión de manera lúdica.

Utilizando esta plataforma abordaremos estrategias para crear actividades que refuercen la comprensión del concepto de la divisibilidad por 3, así como métodos para evaluar el proceso de aprendizaje de los estudiantes de manera efectiva. A través de esta metodología, buscamos no solo transmitir el conocimiento teórico, sino también fomentar una experiencia de aprendizaje participativa, dinámica y significativa que inspire a los estudiantes a explorar la matemática con entusiasmo y confianza.

2. JUSTIFICACIÓN.

En el actual programa de estudios para cuarto grado, la enseñanza de la divisibilidad por 3 en los números naturales no es abordada y se considera un componente esencial para desarrollar habilidades matemáticas básicas. La divisibilidad numérica del 3 en los números naturales se basa en el criterio de divisibilidad del 3. Según este criterio, un número es divisible por 3 si la suma de sus dígitos es divisible por 3. Sin embargo, con los métodos tradicionales en la mayoría de las ocasiones no se logra obtener el interés de todos los estudiantes para el desarrollo de estos temas.

Es por lo que para mejorar la comprensión y el interés de los estudiantes en este concepto se hace uso de herramientas digitales que logren captar la atención del estudiante, en este caso una plataforma interactiva Wordwall ya que nos ofrece recursos para que los estudiantes puedan interactuar de distinta manera con la matemática.

Las actividades interactivas proporcionadas por la plataforma interactiva Wordwall no solo captura el interés y la atención de los estudiantes, sino que también facilitan una comprensión más profunda del concepto de la divisibilidad. La plataforma permite adaptar los ejercicios a las necesidades específicas de cada estudiante y ofrece una forma dinámica de practicar y consolidar el conocimiento.

La evidencia sugiere que el uso de medios tecnológicos puede mejorar significativamente la motivación y el rendimiento académico de los estudiantes en el proceso de aprendizaje ya que esta más de acorde a la actualidad.

3. COMPETENCIA

3.1 Competencia general.

Desarrolla habilidades para realizar operaciones de división en números naturales específicamente enfocándose en las divisibilidad por 3 para aplicar este conocimiento en situaciones cotidianas y problemas matemáticos utilizando la plataforma interactiva de Worldwall.

3.2 Competencias específicas.

1. Resuelve operaciones de división por 3 con y sin resto utilizando métodos eficiente y estrategias de verificación.
2. Identifica los números naturales que son divisibles por 3 y los que no lo son.
3. Determina si un número es divisible por tres, haciendo uso del criterio de divisibilidad por 3.

4. MARCO TEÓRICO.

Glosario:

Propiedades: Las propiedades de los conceptos primitivos y de los conceptos definibles forman, por decirlo así, toda la armazón teórica de la ciencia matemática y se enuncian en forma, de proposiciones lógicas, evidentes o no. Estas propiedades son los postulados y los teoremas. (Baldor, Aritmetica, 2002, pág. 11)

Teorema: Hay otras propiedades que han ido surgiendo a partir de un corto número de propiedades intuitivas. Es muy deductivo, lo que significa que necesitan razonamiento lógico, es decir, pruebas, para que puedan ser aceptados como verdades absolutas.

Son los teoremas. El teorema es, pues, una verdad no evidente, pero si demostrable. (Baldor, Aritmetica, 2002, pág. 11.)

Lema: Es un teorema que debe ponerse por encima de otro dado que es necesario para evidenciar de este último.

Corolario: Es una verdad que se surge a partir de un teorema.

Escolio: Es una aviso o una observación sobre un problema matemático.

La divisibilidad es un concepto fundamental en teoría de números, es una de las rama de las matemáticas que se ocupa de las propiedades de los números enteros. En otras palabras, o matemáticamente hablando, nos dice que un número entero A es divisible por otro número entero B, donde $\mathrm{B} \neq 0$, sí al dividir el número entero A entre el número entero B, el residuo es cero.

Un número entero es un tipo de número que incluye tanto los números naturales positivos, sus opuestos negativos, como el cero, los cuales se representan de manera matemática de la siguiente forma $\mathbb{N}$.

Los números enteros forman el conjunto $\mathbb{Z}$, que se define matemáticamente hablando como:

$$\mathbb{Z} = \{\dots, \mathbf{-4}, \mathbf{-3}, \mathbf{-2}, \mathbf{-1}, \mathbf{0}, \mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}, \mathbf{4}, \dots\}$$

4.1 Principios fundamentales de la divisibilidad.

Teorema 1: Todo número que divide a otros varios divide a su suma.

Sea el número 5, que divide a $10, 15, 20$ (hipótesis).

Vamos a probar que 5 divide a $10 + 15 + 20 = 45$, o sea que $10 + 15 + 20$ es $\mathbf{m}.$ de 5.

En efecto:

$$10 = 5 \times 2;\ 15 = 5 \times 3;\ 20 = 5 \times 4$$

Sumando miembro a miembro estas igualdades, según la ley de uniformidad de la suma, tenemos: (Baldor, Aritmetica, 2002, pág. 164)

$$10 + 15 + 20 = 5 \times 2 + 5 \times 3 + 5 \times 4.$$

Sacando el factor común 5 en el segundo miembro de esta última igualdad tenemos:

$$10 + 15 + 20 = 5 \times (2 + 3 + 4)$$

O sea $10 + 15 + 20 = 5 \times 9$

Lo que nos dice que la suma $10 + 15 + 20$, o sea 45, contiene a 5 nueve veces; luego, 5 divide a la suma $10 + 15 + 20$, que era lo que queríamos demostrar.

Demostración General.

Sea el número n que divide a los números a, b y c (hipótesis). Vamos a probar que n divide a la suma $a + b + c$.

En efecto:

Sea q el cociente de dividir a entre n, q' el cociente de dividir b entre q'' el cociente de dividir c entre n. Como el dividendo es el producto del divisor por el cociente, tendremos: (Baldor, Aritmetica, 2002, pág. 165)

$$a = nq$$

$$b = nq'$$

$$c = nq''$$

Sumando miembro a miembro estas igualdades, tenemos:

$$a + b + c = nq + nq' + nq''$$

Sacando n como factor común:

$$a + b + c = n(q + q' + q'')$$

Lo que nos dice que $a + b + c$ contiene a n un número exacto de veces, $q + q' + q''$ veces, o sea que n divide a la suma $a + b + c$, que era lo que queríamos demostrar. (Baldor, Aritmetica, 2002, pág. 165)

Teorema 2: Todo número que no divide a otros varios divide a su suma, si la suma de los residuos que resulta de dividir estos entre el número que no los divide, es divisible por este número. (Baldor, Aritmetica, 2002, pág. 165)

Sea el número 7 que no divide a 15, ni a 37, ni a 46, pero el residuo de dividir 15 entre 7 es 1, el de dividir 37 a 7 es 2 y el de dividir a 46 entre 7 es 4 y la suma de estos residuos, 1 + 2 + 4 = 7, es divisible por 7 (hipótesis)

Vamos a probar que 7 divide a 15+37+46 = 98 (tesis)

En efecto: $15 = 7 \times 2 + 1$

$$37 = 7 \times 5 + 2$$

$$46 = 7 \times 6 + 4$$

Sumando estas igualdades:

$$15 + 37 + 46 = (7 \times 2 + 7 \times 5 + 7 \times 6) + (1 + 2 + 4)$$

Sacando el factor común 7:

$$15 + 37 + 46 = 7 \times (2 + 5 + 6) + (1 + 2 + 4)$$

O sea $15 + 37 + 46 = 7 \times (13) + 7$.

Ahora bien, en el segundo miembro, 7 divide a 7 por 13 porque es un múltiplo de 7 y divide a 7, porque todo número es divisible por sí mismo; luego 7 divide a su suma 15 + 37 + 46 o sea a 98, porque según el teorema anterior todo número que divide a otros divide a su suma, que era lo que queríamos demostrar.

Demostración general

Sea el número n que no divide a los números a, b ni c.

Sea r el residuo de dividir a entre n; r' el residuo de dividir b entre n, r'' el residuo de dividir c entre n y la suma $\mathrm{r} + \mathrm{r}' + \mathrm{r}''$ divisible por n (hipótesis).

Vamos a probar que n divide a $\mathrm{a} + \mathrm{b} + \mathrm{c}$ (tesis).

En efecto:

Siendo q el cociente de dividir a entre n, q' el de dividir b entre n y q'' el de dividir c entre n, tendremos:

$$a = nq + r$$

$$b = nq' + r'$$

$$c = nq'' + r''$$

Porque en toda división que su residuo no es igual a cero el dividendo es igual al producto del divisor por el cociente, más el residuo.

Sumando miembro a miembro estas igualdades, tenemos:

$$a + b + c = (nq + nq' + nq'') + (r + r' + r'').$$

Sacando n como factor común:

$$a + b + c = n \times\ (q + q' + q'') + (r + r' + r'').$$

Ahora bien: n divide al sumando $n\,(q + q' + q'')$ porque este número es múltiplo de n y divide al sumando $(r + r' + r'')$ porque en la hipótesis hemos puesto que la suma de los residuos era divisible por n; luego, si n divide a estos dos sumando, tiene que dividir a su suma, que es $a + b + c$, porque según el teorema anterior, todo número que divide a varios sumandos divide a su suma (4.1.2 Teorema 2). Luego, n divide a $a + b + c$, que era lo que queríamos demostrar.

Teorema 3: Si un número divide a todos los sumandos de una suma, menos a uno de ellos, no divide a la suma, y el residuo que se obtiene al dividir la suma entre el número, es el mismo que se obtiene dividiendo el sumando no divisible entre dicho número. (Baldor, Aritmetica, 2002, pág. 166)

Sea el número 5, que divide a 10 y a 15 pero no divide a 22 siendo 2 el residuo de dividir a 22 entre 5 (hipótesis).

Vamos a demostrar que 5 no divide a 10 + 15 + 22 = 47 y que el residuo de dividir 47 entre 5 es 2, igual al residuo de dividir 22 entre 5 (tesis).

$$10 = 5 \times 2$$

$$15 = 5 \times 3$$

$$22 = 5 \times 4 + 2$$

Sumando estas tres igualdades, según la ley de uniformidad, tenemos:

$$10 + 15 + 22 = 5 \times 2 + 5 \times 3 + 5 \times 4 + 2$$

Sacando el factor común 5 en el segundo miembro, tenemos:

$$10 + 15 + 22 = 5 \times (2 + 3 + 4) + 2$$

O sea $10 + 15 + 22 = 5 \times 9 + 2$

Y esta última igualdad demuestra el teorema, pues ella nos dice que el número 5 está contenido en la suma 9 veces, pero no exactamente, pues sobre el residuo 2, luego 5 no divide a 10 + 15 + 22 además ella nos dice que el residuo de dividir 10 + 15 + 22 entre 5 es 2, igual al residuo de dividir 22 entre 5.

Demostración general

Sea el número n que divide a a y a b pero no divide a c; sea r el residuo de dividir c entre n (hipótesis).

Demostraremos que n no puede dividir a $a + b + c$ y que el resultado de dividir la suma $a + b + c$ entre n es el mismo que el resultado de dividir c entre n, o sea r.

En efecto:

Llamemos q al cociente de dividir a entre n; q' al cociente de dividir b entre n; q'' al cociente de dividir c entre n siendo r el residuo de esta división.

Tendremos:

$$\mathrm{a} = \mathrm{nq}$$

$$\mathrm{b} = \mathrm{nq}'$$

$$\mathrm{c} = \mathrm{nq}'' + \mathrm{r}$$

Sumando miembro a miembro estas igualdades, tenemos:

$$a + b + c = nq + nq' + nq'' + r$$

O sea,

$$a + b + c = n(q + q' + q'') + r$$

Y esta última igualdad demuestra el teorema, pues en ella nos indica que el numero n no está contenido en la suma $a + b + c$ un número exacto de veces, pues está contenido en ella $q + q' + q''$ veces, pero sobra el residuo r; luego, n no divide a $a + b + c$.

Además, ella nos dice que el residuo de dividir $a + b + c$ entre n es r, que es el mismo residuo que resulta de dividir c entre n. Luego queda demostrado lo que nos proponíamos. (Baldor, Aritmetica, 2002, pág. 167)

Teorema 4: Todo número que divide a otro divide a sus múltiplos.

Sea el número 5, que divide a 10 (hipótesis).

Vamos a probar que 5 divide a cualquier múltiplo de 10; por ejemplo, a $10 \times 4 = 40$ (tesis).

En efecto:

$10 \times 4 = 10 + 10 + 10 + 10.$

Ahora bien, 5 divide a todos los sumandos 10 del segundo miembro por hipótesis; dividirá a su suma que es $\mathbf{10} \times 4$ o sea 40, porque hay un teorema

(4.1.1 Teorema 1) que dice que todo número que divide a varios sumandos divide a su suma; luego, 5 divide a 40, que era lo que queríamos demostrar.

Demostración General.

Sea el número n que divide al numero a (hipótesis).

Vamos a probar que n divide a cualquier múltiplo de a, por ejemplo, a ab (tesis).

En efecto:

$\mathrm{ab} = \mathrm{a} + \mathrm{a} + \mathrm{a} + \mathrm{a} \ldots \ldots \ldots \mathrm{b\ veces}.$

Ahora bien, n divide a todos los sumandos a del segundo miembro por hipótesis; luego, dividirá a su suma, que es ab, porque hay un teorema (4.1.1 Teorema 1) que dice que todo número que divide a varios sumandos divide a su suma; luego, n divide a ab, que era lo que queríamos demostrar.

Teorema 5: Todo número que divide a otros dos divide a su diferencia. (Baldor, Aritmetica, 2002, pág. 168)

Sea el número 3, que divide a $18 \text{ y a } 12$ (hipótesis).

Vamos a probar que 3 divide a la diferencia $18 - 12 = 6$ (tesis).

En efecto:

$$18 = 3 \times 6$$

$$12 = 3 \times 4$$

Restando miembro a miembro estas igualdades, tenemos:

$$18 - 12 = 3 \times 6 - 3 \times 4$$

Sacando 3 como factor común en el segundo miembro de la igualdad, tenemos:

$$18 - 12 = 3 \times (6 - 4)$$

O sea

$$18 - 12 = 3 \times 2$$

Lo que nos dice que la diferencia $18 - 12$, o sea 6, contiene a 3 dos veces, o sea, que 3 divide a $18 - 12$, que era lo que queríamos demostrar.

Demostración General.

Sea el número n que divide a a y a b siendo $\mathrm{a} > \mathrm{b}$ (hipótesis).

Vamos a probar que n divide a $\mathrm{a} - \mathrm{b}$ (tesis).

En efecto:

Sea q el cociente de dividir a entre n y q' el cociente de dividir b entre n. Como en toda división exacta el dividendo es igual al producto del divisor por el cociente, tenemos: (Baldor, Aritmetica, 2002, pág. 168)

$$a = nq$$

$$b = nq'$$

Restando miembro a miembro estas igualdades, según la ley de uniformidad de la resta, tenemos:

$$a - b = n(q - q')$$

Lo que nos dice que la diferencia $a - b$ contiene a n un número exacto de veces $q - q'$ veces; luego, n divide a la diferencia $a - b$, que era lo que queríamos demostrar.

Teorema 6: Todo número que no divide a otros dos divide a su diferencia si los residuos por defecto que resultan de dividir estos dos números entre el número que no los divide son iguales. (Baldor, Aritmetica, 2002, pág. 168)

Sea el número 5, que no divide a 28 ni a la 13, pero el residuo por defecto de dividir 28 entre 5 es 3 y el residuo de dividir 13 entre 5 también es 3 (hipótesis).

Vamos a probar que 5 divide a la diferencia $28 - 13 = 15$ (tesis).

En efecto:

$$28 = 5 \times 5 + 3$$

$$13 = 5 \times 2 + 3$$

Restando miembro a miembro estas igualdades, tenemos:

$$28 - 13 = 5 \times 5 + 3 - (5 \times 2 + 3)$$

$$28 - 13 = 5 \times 5 + 3 - 5 \times 2 - 3$$

Sacando 5 como factor común en el segundo miembro:

$$28 - 13 = 5 \times (5 - 2) + (3 - 3)$$

Y como $3 - 3 = 0$, nos queda:

$$28 - 13 = 5(5 - 2)$$

O sea

$$28 - 13 = 5 \times 3$$

Lo que nos dice que la diferencia $28 - 13$, o sea 15, contiene a 5 tres veces; luego, 5 divide a la diferencia $28 - 13$, que era lo que queríamos demostrar.

Demostración General.

Sea el número n que no divide a a ni a b; r el residuo de dividir a entre n y b entre n (hipótesis).

Vamos a probar que n divide a la diferencia $a - b$.

En efecto:

Siendo q el cociente de dividir a entre n y q' el cociente de dividir b entre n, como r es el residuo en ambos casos, tenemos:

$$a = nq + r$$

$$b = nq' + r$$

Restando estas igualdades:

$$a - b = nq + r - (nq' + r)$$

$$a - b = nq + r - nq' - r$$

$$a - b = nq - nq' + r - r$$

Y como $r - r = 0$, nos queda:

$$a - b = nq - nq'$$

Sacando n factor común:

$$a - b = n(q - q')$$

Lo que nos dice que la diferencia $a - b$ contiene a n un numero exacto de veces, $(q - q')$ veces o sea que n divide a la diferencia $a - b$, que era lo que queríamos demostrar.

Teorema 7: Todo número que divide a la suma de dos sumandos y a uno de éstos, tiene que dividir al otro sumando. (Baldor, Aritmetica, 2002, pág. 169)

Sea la suma $8 + 10 = 18$.

El número 2 divide a 18 y a 10 (Hipótesis).

Vamos a probar que 2 divide a 8 (tesis).

En efecto:

$18 - 10 = 8$. 2 divide a 18 y a 10 por hipótesis; luego, tiene que dividir a su diferencia 8, porque hay un teorema (4.1.5 Teorema 5) que dice que todo número que divide a otros dos divide a su diferencia; luego, 2 divide a 8, que era lo que queríamos demostrar.

Demostración General.

En la suma $a + b = s$, el número n divide a s y al sumando a (hipótesis).

Vamos a probar que n divide al otro sumando b (tesis).

En efecto:

$s - a = b$. El número n divide a s y a a por hipótesis, luego tiene que dividir a su diferencia b porque hay un teorema que dice (4.1.5 Teorema 5) que todo número que divide a otros dos divide a su diferencia, luego n divide a b, que era lo que queríamos demostrar.

Teorema 8: Todo número que divide a uno de dos sumandos y no divide al otro, no divide a la suma. (Baldor, Aritmetica, 2002, pág. 170)

Sea la suma $10 + 13 = 23$. El número 5 divide a 10 y no divide a 13 (hipótesis).

Vamos a probar que 5 no divide a 23 (tesis).

En efecto:

$23 - 10 = 13$. Si 5 dividiera 23, como 5 divide a 10 por hipótesis, tendría que dividir a la diferencia entre 23 y 10, que es 13, porque todo número que divide a otros dos divide a su diferencia, pero es imposible que 5 divida a 13, porque va contra lo que hemos supuesto; luego, 5 no divide a 23. (utilizando el método de demostración de reducción al absurdo.)

Demostración General.

Sea la suma $a + b = s$. El numero n divide a a y no divide a b (Hipótesis).

Vamos a probar que n no divide a s (tesis).

En efecto:

Si n dividiera a s, como n divide a a por hipótesis, tendría que dividir a la diferencia entre s y a que es b, porque todo número que divide a otros dos divide a su diferencia, pero es imposible que n divida a b porque va contra lo que hemos supuesto, luego n no divide a s, que era lo que queríamos demostrar.

Teorema 9: Todo número que divide al dividendo y al divisor de una división inexacta divide al residuo. (Baldor, Aritmetica, 2002, pág. 170)

Sea la división 24 entre 9, con cociente 2 y residuo 6. El número 3 divide al dividendo 24 y al divisor 9 (hipótesis).

Vamos a probar que 3 divide al residuo 6 (tesis).

En toda división inexacta el residuo por defecto es la diferencia entre el dividendo y el producto del divisor por el cociente; luego:

$$24 - 9 \times 2 = 6$$

Ahora bien:

En la diferencia anterior 3 divide 24 y a 9 por hipótesis. Si 3 divide a 9, tiene que dividir a 9×2 que es un múltiplo de 9, porque hay un teorema (4.1.4 Teorema 4) qué dice que todo número que divide a otro divide a sus múltiplos, y si 3 divide al minuendo 24 y el sustraendo 9×2 tiene que dividir a su diferencia que es el residuo 6, porque todo número que divide a otros dos divide a su diferencia; luego, 3 divide a 6, que era lo que queríamos demostrar.

Demostración General.

Sea la división D entre d con cociente c y residuo R.

El número n divide al dividendo D y al divisor d (Hipótesis).

Vamos a probar que n divide al residuo R (tesis).

En efecto:

$$\mathrm{D} - \mathrm{dc} = \mathrm{R}.$$

Ahora bien, en la diferencia anterior n divide a D y a d por hipótesis. Si n divide a d tiene que dividir a dc porque todo número que divide a otro divide a sus múltiplos y si n divide a D y a dc tiene que dividir a su diferencia, que es R, porque todo número que divide a otros dos divide a su diferencia; luego, n divide a R, que era lo que queríamos demostrar.

Teorema 10: Todo número que divide al divisor y al resto de una división inexacta divide al dividendo. (Baldor, Aritmetica, 2002, pág. 171)

Sea la división 28 entre 8, con cociente 3 y residuo 4. El número 2 divide al divisor 8 y al residuo por defecto 4 (hipótesis).

Vamos a probar que 2 divide al dividendo 28 (tesis).

En efecto:

En cualquier división cuyo resto o residuo no es igual a cero, el dividendo es igual al producto del divisor por el cociente más el resto, luego:

$$28 = 8 \times 3 + 4.$$

Ahora bien, 2 divide a 8 y a 4 por hipótesis. Si 2 divide a 8, tiene que dividir a 8×3, que es un múltiplo de 8, porque todo número que divide a otro divide a sus múltiplos, y si 2 divide a 8×3 y a 4, tiene que dividir a su suma porque hay un teorema (4.1.1 Teorema 1) que dice que todo número que divide s otros varios dividen a su suma; luego, 2 divide a 28, que era lo que queríamos demostrar.

Demostración General.

Sea la división D entre d con cociente c y residuo R.

Sea el número n que divide a d y a R (hipótesis).

Vamos a probar que n divide a D (tesis).

En efecto:

$$\mathrm{D} = \mathrm{dc} + \mathrm{R}.$$

Ahora bien, n divide a d y a R por hipótesis. Si n divide a d, tiene que dividir a dc porque hay un teorema que dice que todo número que divide a otro divide a sus múltiplos, y si n divide a dc y a R, tiene que dividir a su suma, que es D, porque todo número que divide a otros dos divide a su suma (4.1.1 Teorema 1); luego, n divide a D, que era lo que queríamos demostrar.

4.2 Caracteres de divisibilidad.

Son ciertas señales de los números que nos permiten conocer, por simple inspección, si un número es divisible por otro. (Baldor, Aritmetica, 2002, pág. 173)

Son reglas y propiedades que permiten determinar si un número entero es divisible por otro sin realizar una división completa. Estos caracteres son especialmente útiles en la teoría de números y en la resolución de problemas matemáticos. A continuación, se presentan los caracteres más comunes para la divisibilidad del 3.

4.2.1 La divisibilidad del 3.

La divisibilidad numérica del 3 en los números naturales es un concepto importante en matemáticas. La divisibilidad es una relación binaria que se define en el conjunto de los números naturales y es fundamental para el estudio de las propiedades de los números enteros.

La divisibilidad es una característica que poseen de los números enteros que se utiliza con la finalidad de decidir si un número es divisible por otro. En particular, la divisibilidad numérica del 3 en los números naturales se basa en el criterio de divisibilidad del 3. Según este criterio, un número es divisible por 3 si la suma de sus dígitos es divisible por 3. Por ejemplo, el número 123 es divisible por 3 porque la suma de sus dígitos es 1 + 2 + 3 = 6, por lo que es divisible por 3.

La demostración de este criterio se basa en la representación de un número como una suma de potencias de 10 por sus dígitos y la aplicación del teorema de congruencia de Euler. Este teorema establece que, si a y m son números enteros relativamente primos, entonces ha elevado a la phi de m (donde phi de m es la función de Euler) es congruente con 1 módulo m. En el caso de la divisibilidad del 3, esto implica que 10 elevado a la k es congruente con 1 módulo 3 si k es un número impar y 10 elevado a la k es congruente con 1 módulo 3 si k es un número par.

Además del criterio de divisibilidad del 3, existen otros criterios de divisibilidad en los números naturales, como el criterio de divisibilidad del 2 y el criterio de divisibilidad del 5. Estos criterios se basan en las propiedades de los dígitos pares e impares y en la terminación de los números en 0 o 5.

4.3 Divisibilidad por 3

Lema Primero.

La unidad, seguida de cualquier número de ceros, es igual a un múltiplo de 3 más la unidad.

En efecto:

$10 = 3 \times 3 + 1 = m.\ de\ 3 + 1$

$100 = 33 \times 3 + 1 = m.\ de\ 3 + 1$

$1000 = 333 \times 3 + 1 = m.\ de\ 3 + 1$

$10000 = 3333 \times 3 + 1 = m.\ de\ 3 + 1$

Lema segundo.

Una cifra significativa, seguida de cualquier número de ceros, es igual a un múltiplo de 3 más la misma cifra.

En efecto:

20 = 10 × 2 = ($m.\ de$ 3 + 1) × 2 = ($m.\ de$ 3) × 2 + 1 × 2 = $m.\ de$ 3 + 2

500 = 100 × 5 = ($m.\ de$ 3 + 1) × 5 = ($m.\ de$ 3) × 5 + 1 × 5 = $m.\ de$ 3 + 5

6000 = 1000 × 6 = ($m.\ de$ 3 + 1) × 6 = ($m.\ de$ 3) × 6 + 1 × 6 = $m.\ de$ 3 + 6

Teorema 1

Todo número entero es igual a un múltiplo de 3 más la suma de los valores absolutos de sus cifras.

Sea un número entero cualquiera; por ejemplo, 1356 Vamos a demostrar que:

1356 = $m.\ de$ 3 + (1 + 3 + 5 + 6) = $m.\ de$ 3 + 15

En efecto: Descomponiendo este número en sus unidades de distinto orden tendremos:

1356 = 1000 + 300 + 50 + 6.

Aplicando los lemas anteriores, tendremos:

1000 = $m.\ de$ 3 + 1

300 = $m.\ de$ 3 + 3

50 = $m.\ de$ 3 + 5

6 = 6

Sumando ordenadamente estas igualdades, tendremos:

1356 = $m.\ de$ 3 (1 + 3 + 5 + 6)

o sea,

1356 = $m.\ de$ 3 + 15,

que era lo que queríamos demostrar.

Corolario.

Un número es divisible por 3 cuando la suma de los valores absolutos de sus cifras es múltiplo de 3.

En efecto:

Según el teorema anterior, todo número entero es igual a un múltiplo de 3 más la suma los valores absolutos de sus cifras.

Luego, si la suma de los valores absolutos de las cifras de un número es múltiplo de 3, dicho número se puede descomponer en dos sumandos: uno m. de 3, que evidentemente es divisible por 3, y el otro, la suma de los valores absolutos de sus cifras, que también es múltiplo de 3; y si los dos sumandos son divisibles por 3, su suma, que será el número dado, también será divisible por 3, porque hay un teorema que dice que todo número que divide a varios sumandos también divide a la suma.

Así, por ejemplo, el número 4575 será divisible por 3 porque la suma de los valores absolutos de sus cifras, 4 + 5 + 7 + 5 = 21, es un múltiplo de 3.

En efecto:

Según el teorema anterior, 4575 = $m.\ de$ 3 + 21.

El sumando $m.\ de$ 3, evidentemente, es divisible por 3, y el otro sumando, 21, que es la suma de los valores absolutos de las cifras de 4575, también es divisible por 3. Luego, si el 3 divide a los dos sumandos, tiene que dividir a su suma, que es 4575, porque todo número que divide a otros varios tiene que dividir a su suma.

Escolio.

Si la suma de los valores absolutos de las cifras de un número no es múltiplo de 3, dicho número no es divisible por 3.

Así, por ejemplo, el número de 989 no es divisible por 3, porque la suma de los valores absolutos de sus cifras, 9 + 8 + 9 = 26, no es múltiplo de 3.

En efecto: Sabemos que 989 = $m.\ de$ 3 + 26.

El sumando $m.\ de$ 3, evidentemente, es divisible por 3, pero el otro sumando, 26, que es la suma de los valores absolutos, no es divisible por 3; luego, la suma de esos dos sumandos, que es el número 989, no será divisible por 3, porque hay un teorema que dice que, si un número divide a uno de dos sumandos y no divide al otro, tampoco divide a la suma.

Además, en este caso, el residuo de dividir el número entre 3 es el que se obtiene dividiendo entre 3 la suma de los valores absolutos de sus cifras. Así, el residuo de dividir 989 entre 3 es el que resulta de dividir 9 + 8 + 9 = 26 entre 3, o sea, 2.

En conclusión, la divisibilidad numérica del 3 en los números naturales es un concepto fundamental en matemáticas que se utiliza para determinar si un número es divisible por 3. Este criterio se basa en la suma de los dígitos de un número y se demuestra mediante el teorema de congruencia de Euler. Además, existen otros criterios de divisibilidad en los números naturales que se basan en las propiedades de los dígitos pares e impares y en la terminación de los números en 0 o 5.

4.4 Plataforma Wordwall.

Wordwall es una herramienta en línea que permite a los profesores y educadores crear actividades educativas interactivas. Ofrece una variedad de plantillas y formatos, como juegos de palabras, crucigramas, cuestionarios, y más. Los usuarios pueden personalizar estas plantillas para adaptarlas a sus necesidades específicas y luego compartirlas con sus estudiantes. Es útil para hacer que el aprendizaje sea más dinámico y atractivo, tanto en el aula como en entornos de aprendizaje a distancia.

4.4.1 Actividades Interactivas e imprimibles

Wordwall puede usarse para crear actividades tanto interactivas como imprimibles. La mayoría de nuestras plantillas están disponibles en versión interactiva e imprimible. (Wordwall, 2024)

Las interactivas se pueden jugar en cualquier dispositivo con navegador web, como un ordenador, tableta, teléfono o pizarra interactiva. Los alumnos pueden jugar individualmente o guiados por el profesor, turnándose al frente de la clase. (Wordwall, 2024)

Las imprimibles se pueden imprimir directamente o descargarse como archivo PDF. Se pueden utilizar como complemento de una actividad interactiva o como actividades independientes. (Wordwall, 2024)

4.4.2 Tareas para alumnos

Las actividades de Wordwall pueden utilizarse como tareas que deben completar los alumnos. Cuando un profesor pone una tarea, se dirige a los alumnos a esa una actividad sin la distracción de visitar la página principal de actividades. (Wordwall, 2024)

Esta función se puede usar en clase, donde los alumnos tienen acceso a sus propios dispositivos, o como una forma de asignar deberes. (Wordwall, 2024)

Los resultados de cada alumno se registran y se ponen a disposición del profesor. (Wordwall, 2024)

4.4.3 Compartir con los profesores

Cualquier actividad que crees se puede hacer pública. Esto te permite compartir el enlace de la página de la actividad por correo electrónico, en las redes sociales o por otros medios. (Wordwall, 2024)

También permite a otros profesores encontrar la actividad en los resultados de búsquedas de nuestra Comunidad, jugarla y desarrollarla. (Wordwall, 2024)

Si lo prefieres, puedes mantener las actividades privadas, que significa que solo tú puedes acceder a ellas. (Wordwall, 2024)

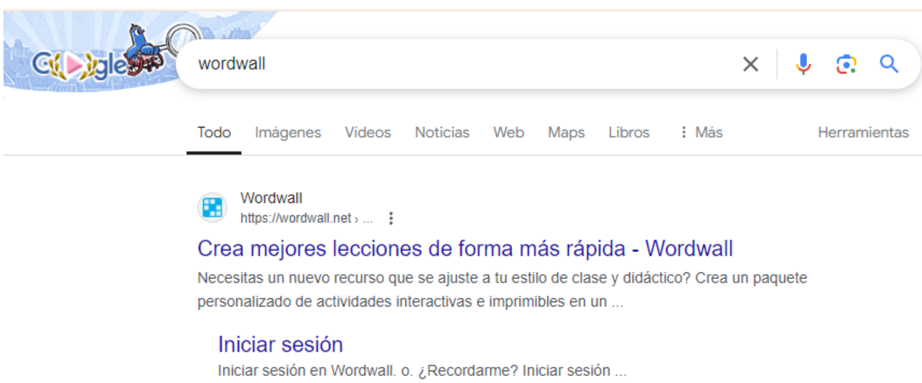
Para poder interactuar en la plataforma Wordwall hay que seguir una serie de pasos para poder crear actividades para nuestros estudiantes.

A continuación, se muestra la serie de pasos que se deben seguir para crear una actividad e interactuar en la plataforma con los estudiantes.

4.4.4 Pasos para crear una cuenta en la plataforma Wordwall.

Paso 1: Ingresar a Google y buscar en el navegador Wordwall.

Ilustración 1: Ingresando a Google



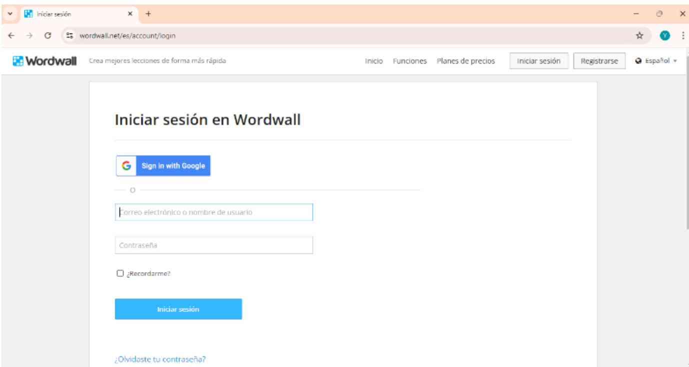
Nota: Adaptado de internet. (https://www.google.com/search?q=wordwall)

Al ingresar a Google hay que ingresar al apartado iniciar sesión o al segundo enlace que se muestra en la figura para poder iniciar una sesión en Wordwall.

Paso 2: Registro e Inicio de Sesión.

Primero, necesitarás crear una cuenta en Worldwall o iniciar sesión si ya tienes una.

Ilustración 2: Registro e inicio de sesión.



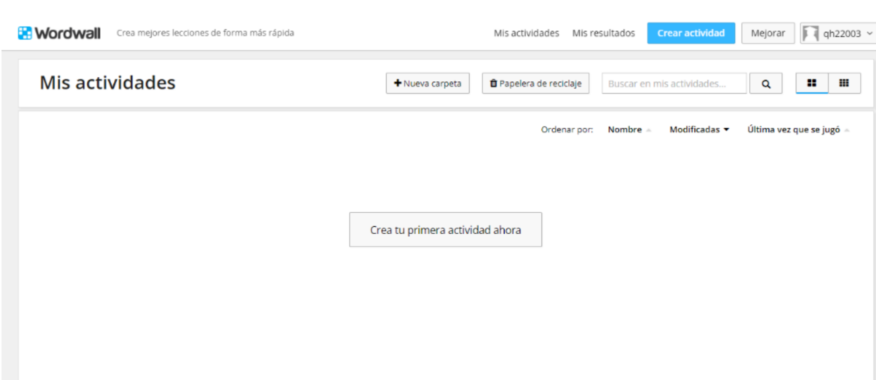
Nota: Adaptado de internet. (https://wordwall.net/es/account/login)

Una vez creada la cuenta, ya puedes realizar una de las cuatro actividades gratis.

Paso 3: Crear una Actividad.

Haz clic en "Crear actividad" y elige el tipo de actividad que deseas, como un crucigrama, un cuestionario, una ruleta, entre otros.

Ilustración 3: Crear actividad.



Nota: Adaptado de internet. (https://wordwall.net/es/myactivities)

Para crear una actividad, primero debemos seleccionar una plantilla, una vez seleccionada creamos la actividad más adecuada para nuestros estudiantes con el tema de nuestra elección y con la cantidad de preguntas que creamos convenientes. Nuestras actividades se crean mediante un sistema de plantillas.

Estas plantillas incluyen clásicos familiares como Cuestionario y Crucigrama. También tenemos juegos tipo arcade como Persecución en laberinto y Avión, y hay herramientas que nos ayudarán a dar una mejor organización del aula como lo es el diseño de asientos. (Wordwall, 2024)

Para hacer una nueva actividad, puedes comenzar seleccionando tu plantilla y, a continuación, introducir el contenido. Es fácil y significa que puede crear una actividad totalmente interactiva en apenas un par de minutos. (Wordwall, 2024)

Paso 4: Personalizar la Actividad

Una vez que hayas seleccionado el tipo de actividad, puedes personalizarla. Esto incluye añadir preguntas, respuestas, imágenes y ajustar configuraciones específicas según el tipo de actividad.

Ilustración 4: Personalización de Actividad.

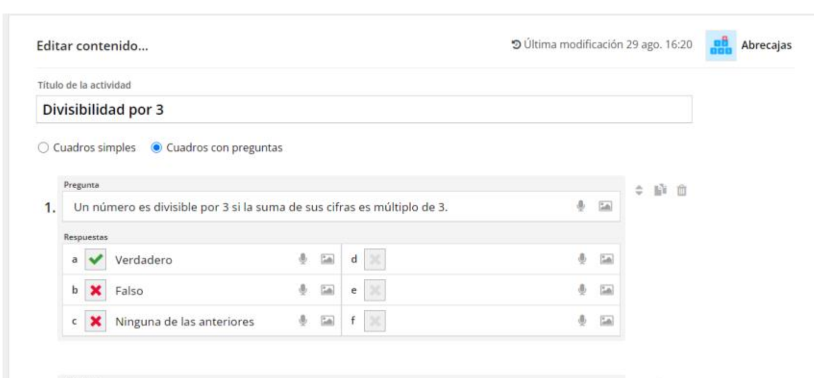
Nota: Adaptado de internet. (https://wordwall.net/es/create/picktemplate)

En el ejemplo se muestra la plantilla de abrecajas, en la cual nosotros podemos seleccionar la respuesta correcta y agregar imágenes si así lo deseamos.

Paso 5: Guardar y Compartir.

Después de personalizar tu actividad, guárdala y obtén un enlace para compartirla con tus estudiantes. También puedes integrarla en plataformas de gestión de aprendizaje o utilizarla en el aula.

Ilustración 5: Guardar Actividad.



Nota: Adaptado de internet. (https://wordwall.net/es/create/entercontent?templateId=30)

Luego de guardar la actividad podemos cambiar la plantilla, y editar el contenido ya sea para agregar más preguntas o modificar en caso de algún error.

Una vez hayas creado una actividad, puede cambiarla a una plantilla diferente con un solo clic. Esto te ahorra tiempo y es ideal para la diferenciación y el refuerzo. (Wordwall, 2024)

Por ejemplo, si has creado una actividad de Parejas basada en nombres de las formas, podrías convertirla en un Crucigrama con exactamente los mismos nombres de formas. (Wordwall, 2024)

De la misma manera, podemos convertir tu recurso en un Cuestionario o una Sopa de letras, así como otras muchas posibilidades.

Paso 5: Uso en el Aula.

Los estudiantes pueden acceder a las actividades mediante el enlace que les proporciones. Wordwall también permite realizar un seguimiento del progreso y los resultados, lo que es útil para la evaluación.

Ilustración 6: Compartir actividad con los estudiantes.

Nota: adaptado de internet. (https://wordwall.net/es/resource/77164763/divisibilidad-por-3)

Una vez guardada se nos presenta, como en la imagen anterior, podemos cambiar plantilla, editar contenido, y compartir.

Al compartirla podemos compartir página para que otros puedan ver la actividad que hemos creado o definir tarea para con un enlace privado.

Ilustración 7: Definir tarea.

Nota: Adaptado de internet. (https://wordwall.net/es/resource/77164763/divisibilidad-por-3)

Al seleccionar compartir se nos presentan dos opciones:

Paso 6: Definir tarea.

Cuando seleccionamos definir tarea podemos configurar una fecha límite para poder realizar la actividad y decidir donde lo quieren compartir y lo que quieren que se les muestre a sus estudiantes al finalizar el juego. Con esta opción podemos tener un mejor control para evaluar directamente al estudiante.

Ilustración 8: Configurar Tarea.

Nota: Adaptado de internet. (https://wordwall.net/es/resource/77164763/divisibilidad-por-3)

Paso 7: Compartir página o tarea.

Al compartir una página seleccionamos una determinada franja de edad, es decir el grado para el cual fue creada la actividad. Así como también la materia para la que es conveniente.

Ilustración 9: Publicar Actividad.

Nota: Adaptado de internet. (https://wordwall.net/es/resource/77164763/divisibilidad-por-3)

Al publicarlo la actividad se guarda en nuestro perfil y se nos general un enlace que podemos compartir. Y podemos crear 4 actividades en total, si queremos crear más actividades se tiene que adquirir un plan para generar actividades de forma ilimitadas.

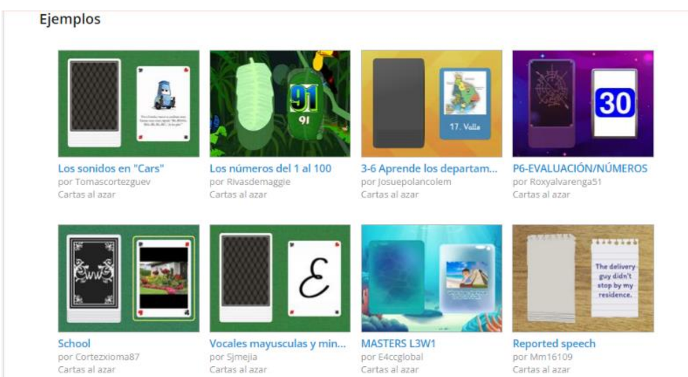
Ilustración 10: Enlace de Actividad.

Nota: Adaptado de internet. (https://wordwall.net/es/resource/77164763/divisibilidad-por-3)

Explorar Recursos.

Puedes explorar actividades creadas por otros usuarios para obtener ideas o adaptarlas a tus necesidades. Con diferentes plantillas, y de diversos temas.

Ilustración 11: Exploración de Recursos de Wordwall.



Nota: Adaptado de internet (https://wordwall.net/es/about/template/match-up)

5 METODOLOGÍA.

5.1 Descripción.

Nuestro objetivo principal con este estudio es que los estudiantes utilizando la plataforma interactiva de Worldwall, aprendan a realizar operaciones de división en números naturales, basándonos específicamente en la divisibilidad por 3, y que puedan aplicar este conocimiento a situaciones de la vida cotidianas y problemas matemáticos.

También con esta propuesta pretendemos mejorar la practica pedagógica aumentando la motivación y la participación de los estudiantes del cuarto grado con la finalidad de afianzar las bases para un mejor aprendizaje de conceptos matemáticos. Puesto que la división, especialmente la división entre números naturales como el 3, es una habilidad fundamental en matemáticas que sienta las bases para conceptos más avanzados.

La división desarrolla habilidades importantes como el razonamiento lógico, la resolución de problemas y el pensamiento crítico. Implementar este contenido con los estudiantes puede proporcionar información sobre cómo mejorar estas habilidades en ellos mismos. Así como también ayuda a los docentes a identificar las mejores estrategias de enseñanza para el tema de la división de manera general, con el uso de métodos más efectivos que puede mejorar la práctica pedagógica y la eficacia del proceso de enseñanza.

La plataforma Wordwall ofrece herramientas educativas interactivas y dinámicas que nos ayudan a que los estudiantes pueden cambiar la forma en la que aprenden matemáticas. Las actividades interactivas y los juegos que se encuentran en la plataforma

Wordwall pueden motivar a los estudiantes y aumentar su participación en clases, ya que en la actualidad la mayoría de los niños usan mejor la tecnología que muchos de los docentes, y esto lo usaremos a favor para que el aprendizaje sea más atractivo y efectivo.

El enfoque de nuestra propuesta es mixto dado que utilizaremos un enfoque cuantitativo para medir el impacto en los estudiantes y uno cualitativo para comprender la experiencia de los estudiantes al momento de desarrollar el tema y docentes para que nos digan si pondrían en práctica es uso de esta herramienta y si conocen de muchas otras que tienen la misma finalidad y nos ayudan a que la matemática sea más llamativa para el estudiante.

Técnica de Implementación.

Sabemos que es necesario mejorar la implementación de la división del 3, es por lo que haremos uso de técnicas para que a los estudiantes les resulte fácil de comprender la división por 3, haremos uso de material didáctico manipulable, para que ellos puedan visualizar y tener un autoaprendizaje.

Diseñaremos una máquina de división la cual estará compuesta por tubos de cartón con números del 1 al 9 y una última casilla que llevará el nombre de Residuo, con el propósito que los estudiantes descubran cuando una cantidad o un número es divisible por 3 de manera exacta y cuando queda resto o residuo utilizando las paletas.

Se realizarán tarjetas enumeradas del 3 al 100 con la finalidad que los estudiantes puedan identificar los dígitos de estos números, luego de ellos se utilizará la máquina de la suma la cual estará formada por una caja de cartón y vasos desechables, en este caso utilizaremos tapones para las cantidades de los dígitos. Con esta actividad pretendemos que los estudiantes identifiquen cuando los múltiplos de 3.

Cuando visitemos institución utilizaremos los materiales descritos anteriormente para que los niños puedan comprender el criterio de la divisibilidad por 3, primero se les preguntará si saben que es una división y si conocen sus partes. Posteriormente se les pedirá que participen haciendo divisiones utilizando las paletas y la máquina de la división para que ellos descubran por sí mismo si el numero asignado es divisible por tres de manera exacta o si les queda algún residuo. Luego se les entregará tarjetas enumeradas a cada uno para que descompongan los números que aparecen en las tarjetas haciendo uso de la máquina de suma, cada digito estará representado con tapones para que ellos puedan ir sumando los dígitos utilizando la máquina de la suma y descubrir si el resultado es múltiplo de 3. Con esto se les enseñará el criterio de la divisibilidad del 3 para que ellos puedan entenderlo de una manera más práctica.

Población y Muestra.

Nuestra población será el Complejo Educativo “Santiago Orellana Zelaya” del Departamento de Usulután de la cuidad de Concepción Batres. Y nuestra muestra especifica serán los estudiantes del cuarto grado de la institución mencionada anteriormente los cuales son 24 estudiantes según la matricula.

5.2 Recursos

Tabla 1: Recursos Didácticos.

Tema: Implementación del Contenido de la División del 3, en los Números Naturales en el Programa de Estudio de Cuarto Grado, con el uso de la Plataforma Wordwall				
Asignatura: Matemática				
Problemática: La dificultad que enfrentan los estudiantes de cuarto grado para comprender y aplicar la división en los números naturales, especialmente en el contenido de la divisibilidad por 3.				
Competencia Por Desarrollar	**Actividades**		**Material Didáctico**	**Aplicación del Software**
	Enseñanza	**Aprendizaje**		
Resuelve operaciones de división por 3 con y sin resto utilizando métodos eficiente y	Explicar el concepto básico de la división, incluyendo sus partes, utilizando un ejemplo de manera visual.	El estudiante puede ver cómo el dividendo se reparte en partes iguales entre los grupos y cómo el cociente representa el	Paletas de colores. Cartón Rollos de papel higiénico. Plumones	En la plataforma de Wordwall, se realizarán actividades para saber si fue

estrategias de verificación.		tamaño de cada grupo al explicar este proceso visualmente.	Papel bond de colores.	comprendido el contenido desarrollado, dando respuesta a la actividad planteada. La primer actividad será para identificar si los estudiantes comprendieron el concepto básico de la división y si
Identifica los números naturales que son divisibles por 3 y los que no lo son.	Se les explicará el criterio de la divisibilidad por 3, el cual enseña que un número cualquiera es divisible por 3 cuando las suma de sus dígitos es un múltiplo de 3 o es divisible por 3.	Los estudiantes conocerán el criterio de la divisibilidad por 3, y que utilizando este criterio se hace más practico saber si un número es divisible por 3 o no	Tarjetas con números del 1 al 100 Máquina de sumas. Plumones Papel bond de colores.	

			Tapones de botellas.	logran identificar sus partes.
Determina si un número es divisible por tres, haciendo uso del criterio de divisibilidad por 3.	Retroalimentar el criterio de la divisibilidad por 3, para que el estudiante lo pueda comprender y aplicar a cualquier número	El estudiante sabrá identificar de manera más rápida y sencilla los números que son divisibles por 3	Tarjetas con números editables. Tirro Plumones	La segunda será más practica para saber si identifican cuando un número es divisible por 3.

6 RESULTADOS.

Una de las técnicas que se utilizó en el desarrollo de esta propuesta didáctica fue la observación mediante actividades individuales y grupales mediante el uso de juegos con los materiales didácticos, con el objetivo de crear un ambiente de aprendizaje agradable y sin distracciones dichas actividades fueron las siguientes:

Máquina de división.

Se les presento el material didáctico que nombramos máquina de división con el objetivo que ellos utilizando paletas y los números del 3 al 30, descubrieran que números de estos eran divisibles por 3 de manera que no les quedará resto o residuo y en cuales les quedaba residuo.

Ilustración 12: Máquina de división.

Nota: Adaptado de visita a la institución Complejo Educativo “Santiago Orellana Zelaya”

Durante el desarrollo de esta actividad se observó que los estudiantes si conocían las partes de la división y también que la mayoría de los estudiantes conocen los números que pueden ser divisibles por 3 sin que quede residuo y aquellos que en los que les quedaba residuo, aquellos estudiantes que no tenían muy claro los números en los que les quedaba resto con el uso del material didáctico les resulto muy entretenido y fácil de comprender.

Ilustración 13: Identificación de Números divisibles por 3

Nota: Adaptado de visita a la institución Complejo Educativo “Santiago Orellana Zelaya”

Luego se les repartió 2 tarjetas a cada niño en las cuales iban los números del 1 al 100 a cada niño les toco números diferentes.

Posteriormente se realizó el juego de la papa caliente para que los estudiantes participaran en la identificación de los dígitos de los números que contenían sus tarjetas y así mismo con las tarjetas utilizaran la máquina de las sumas para realizar la suma de los dígitos del número correspondiente para saber si este era múltiplo de 3.

Máquina de sumas.

La máquina de sumas consistía en que ellos iban a sumar los dígitos de los números que tenían en la tarjetas utilizando tapones, cada dígito era representado por tapones y luego se colocaban en la máquina de las sumas, cuando el estudiante ya tenía todos los tapones en la máquina de las sumas este procedía a contar todos los tapones.

Para descubrir si el resultado de la suma de los dígitos era un número múltiplo de 3, con el fin de saber si el número de la tarjeta cumplía con el criterio de la divisibilidad por 3.

Ilustración 14: Máquina de sumas.

Nota: Adaptado de visita a la institución Complejo Educativo “Santiago Orellana Zelaya”

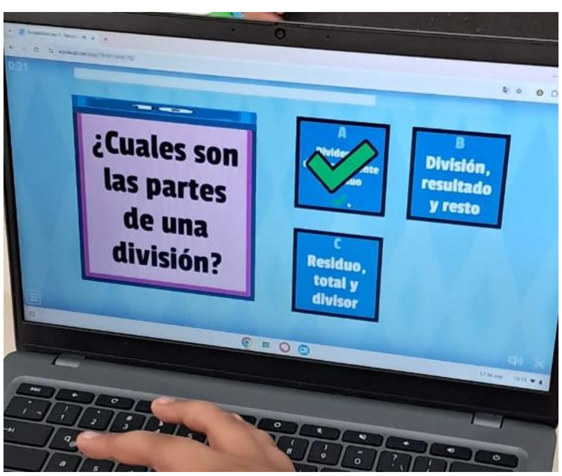
En el desarrollo de esta actividad observamos que en un 75% de los estudiantes saben distinguir los dígitos de un número, observamos que el 90% de los estudiantes sabe identificar cuando se realiza la suma de dígitos si el resultado es un múltiplos de 3 y con eso logran conocer si el número se puede dividir por 3. Mientras que el 25% restante les cuesta un poco saber distinguir cuales son los dígitos de un determinado número.

Presentación del software Wordwall.

Cuando se le presento el software, es decir, la plataforma Wordwall se utilizó el recurso tecnológico que cada uno de los estudiantes portaba y esto a ellos les gustó mucho, cuando estaban jugando en el software se emocionaron mucho ya que estaban recordando lo que habían aprendido en las actividades anteriores.

Se observó como unos a otros se ayudaban a entender como jugar con la plataforma y querían seguir jugando con otro plantilla ya que se les explico que podían cambiar la plantilla del juego según el gusto de cada estudiante.

Ilustración 15: Implementación del software.



Nota: Adaptado de visita a la institución Complejo Educativo "Santiago Orellana Zelaya"

El juego en Wordwall contenía 20 preguntas de opción múltiple en la que los estudiantes afianzarían mejor el conocimiento obtenido mediante las actividades anteriores, estas preguntas eran relacionadas con las actividades anteriores a manera de una práctica un poco más dinámica con la finalidad de fortalecer lo que se aprendido por medio de las actividades.

Se observo que hubo una buena comprensión del contenido que se desarrolló ya que el 90% de los estudiantes comprendió el criterio de la divisibilidad del 3, y demostró que lo comprendió y entendió mediante el juego en Wordwall dado que las puntuaciones obtenidas eran mayores de 15, es decir, fue más de la mitad de las preguntas que contenía el juego. En el 10% del estudiantado se observó que la mayor dificultad de algunos fue el distinguir los dígitos de algunos números en lo que se involucraba el digito "0".

7 CONCLUSIONES.

En resumen, los resultados de la propuesta didáctica evidencian que la implementación del contenido de la división por 3, en los números naturales en el programa de estudios de cuarto grado con el uso de la plataforma Wordwall nos ofrece una gran oportunidad para mejorar el aprendizaje de los estudiantes en el área de matemática. Wordwall es una herramienta que ayuda al docente a la creación de actividades interactivas que fomenten la participación y el interés de los estudiantes y les ayudan a comprender conceptos matemáticos básicos.

La implementación de materiales didácticos como la "máquinas de división" y la "máquinas de sumas" fue una estrategia efectiva para enseñar a los estudiantes a dividir y sumar dígitos. La mayoría de los estudiantes entendieron y pudieron aplicar estos conceptos, lo que indica que los materiales didácticos utilizados hicieron que el aprendizaje fuera divertido y efectivo.

Las actividades individuales y grupales ayudaron a crear un entorno de aprendizaje cooperativo, dado que los estudiantes se apoyaban entre sí, es por lo que consideramos que el aprendizaje colectivo promueve un aprendizaje más significativo en los estudiantes.

El uso de la plataforma facilito la práctica del contendido divisibilidad, brindando la oportunidad de personalizar el aprendizaje, adaptándolo a las necesidades de cada estudiante, es decir, que el estudiante aprende a su propio ritmo lo que demuestra que el uso de recursos tecnológicos puede ser un complemento valioso en la enseñanza de la matemática.

8 BIBLIOGRAFIA.

Baldor, A. (2002). Aritmetica. En A. Baldor, *Aritmetica teorico practica* (pág. 11). México.

Baldor, A. (2002). Aritmetica. En A. Baldor, *Aritmetica teorico practica* (pág. 12). México.

Baldor, A. (2002). Aritmetica. En A. Baldor, *Aritmetica teorico practica* (pág. 164). México.

Baldor, A. (2002). Aritmetica. En A. Baldor, *Aritmetica teorico practica* (pág. 165). México.

Baldor, A. (2002). Aritmetica. En A. Baldor, *Aritmetica teorico practica* (pág. 166). México.

Baldor, A. (2002). Aritmetica. En A. Baldor, *Aritmetica teorico practica* (pág. 167). México.

Baldor, A. (2002). Aritmetica. En A. Baldor, *Aritmetica teorico practica* (pág. 168). México.

Baldor, A. (2002). Aritmetica. En A. Baldor, *Aritmetica teorico practica* (pág. 169). México.

Baldor, A. (2002). Aritmetica. En A. Baldor, *Aritmetica teorico practica* (pág. 170). México.

Baldor, A. (2002). Aritmetica. En A. Baldor, *Aritmetica teorico practica* (pág. 171). México.

Baldor, A. (2002). Aritmetica. En A. Baldor, *Aritmetica teorico practica* (pág. 173). México.

Wordwall. (9 de Septiembre de 2024). *Funciones - Wordwall*. Obtenido de Funciones: https://wordwall.net/es/features

9 ANEXO.

Anexo 1: Practicando lo Aprendido.

Nota: Adaptado de visita a la institución Complejo Educativo “Santiago Orellana Zelaya”

Anexo 2: Uso de material didáctico.

Nota: Adaptado de visita a la institución Complejo Educativo “Santiago Orellana Zelaya”

Anexo 3: Identificación de División con y sin resto.

Nota: Adaptado de visita a la institución Complejo Educativo “Santiago Orellana Zelaya”

Anexo 4: Explicando el criterio de Divisibilidad por 3

Nota: Adaptado de visita a la institución Complejo Educativo “Santiago Orellana Zelaya”

Anexo 5: Interactuando en Wordwall.

Nota: Adaptado de visita a la institución Complejo Educativo "Santiago Orellana Zelaya"

Anexo 6: Uso de material didáctico para la división.

Nota: Adaptado de visita a la institución Complejo Educativo "Santiago Orellana Zelaya"