UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR
FACULTAD MULTIDISCIPLINARIA ORIENTAL
ESCUELA DE POSGRADO Y EDUCACIÓN CONTINUA
PLANES DE ESTUDIOS COMPLEMENTARIOS

INFORME FINAL DEL CURSO DE ESPECIALIZACIÓN:
ÁLGEBRA LINEAL, CÁLCULO AVANZADO Y
RECURSOS DIDÁCTICOS PARA LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

TÍTULO DEL INFORME FINAL:

MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS MEDIANTE EL MODELO DE ÁREAS, UTILIZANDO ALGEBLOCKS Y GEOGEBRA, EN LOS ESTUDIANTES DE NOVENO GRADO DE TERCER CICLO DE EDUCACIÓN BÁSICA DEL COMPLEJO EDUCATIVO “MARCELINO GARCÍA FLAMENCO”, CÓDIGO DE INFRAESTRUCTURA 13301, DISTRITO DE TOROLA, MUNICIPIO DE MORAZÁN NORTE, AÑO 2025.

PARA OPTAR AL GRADO ACADÉMICO DE:
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN, ESPECIALIDAD MATEMÁTICA

PRESENTADO POR:

JENNY OFELIA, ARGUETA BARAHONA N° CARNET AB15019
EDWIN ALEXANDER, GUZMÁN VANEGAS N° CARNET GV19010
NEFTALÍ, GÓMEZ RAMOS N° CARNET GR22096
KATHERINE VANESSA, ROMERO ALFARO N° CARNET RA15042
ULISES ALEXANDER, ROSA HERRERA N° CARNET RH19002

DOCENTE ASESOR:
LIC. BORIS BLADIMIR PAIZ DÍAZ

CIUDAD UNIVERSITARIA ORIENTAL, SÁBADO 06 DE SEPTIEMBRE DE 2025

SAN MIGUEL, EL SALVADOR, CENTROAMÉRICA

UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR

AUTORIDADES

RECTOR

M.SC. JUAN ROSA QUINTANILLA

VICERRECTORA ACADÉMICA

DRA. EVELYN BEATRIZ FARFÁN

VICERRECTOR ADMINISTRATIVO

M.SC. ROGER ARMANDO ARIAS ALVARADO

SECRETARIO GENERAL

LIC. PEDRO ROSALÍO ESCOBAR CASTANEDA

DEFENSORA DE LOS DERECHOS UNIIVERSITARIOS

LICDA. ANA RUTH AVELAR

FISCAL GENERAL

LICDO. CARLOS AMÍLCAR SERRANO RIVERA

FACULTAD MULTIDISCIPLINARIA ORIENTAL

AUTORIDADES

DECANO

M.SC. CARLOS IVÁN HERNÁNDEZ FRANCO

VICEDECANA

DRA. NORMA AZUCENA FLORES RETANA

SECRETARIO

LIC. CARLOS DE JESÚS SÁNCHEZ

DIRECTOR GENERAL DE PROCESOS DE GRADO

M.SC. EVER ANTONIO PADILLA LAZO

DIRECTOR DE LA ESCUELA O JEFE DE DEPARTAMENTO

M.SC. BALMORE ALEXIS RODRÍGUEZ OCHOA

COORDINADORA GENERAL DE PROCESOS DE GRADO

DRA. ONEYDA YASMÍN VELÁSQUEZ DE SERPAS

COORDINADORA GENERAL DE PLANES COMPLEMENTARIOS

LICDA. KALLY JISSELL ZULETA PAREDES

ÍNDICE GENERAL

CONTENIDO **PÁG.**

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE TABLAS

RESUMEN

La presente propuesta proporciona una estrategia didáctica innovadora para la enseñanza de la multiplicación de polinomios en estudiantes de noveno grado del Complejo Educativo "Marcelino García Flamenco", integrando el uso de Algeblocks y el software GeoGebra. Su objetivo principal es superar las dificultades que los estudiantes encuentran al trabajar contenidos abstractos del álgebra. El enfoque metodológico se basa en el modelo de áreas, representando visualmente los productos de polinomios con rectángulos y cuadrados, utilizando bloques manipulativos que simbolizan términos algebraicos. Los Algeblocks, tanto físicos como digitales, permiten representar términos positivos y negativos, facilitando la comprensión y promoviendo la detección visual de errores.

De forma complementaria, GeoGebra se emplea como una herramienta matemática interactiva que simula la manipulación de Algeblocks en un entorno virtual. A través de applets personalizados, los estudiantes pueden realizar productos de polinomios de manera dinámica, arrastrando bloques digitales, construyendo áreas rectangulares y resolviendo ejercicios con el "esquema de doble entrada". La secuencia de actividades, organizada en siete escenarios, establece un avance gradual en la dificultad, desde multiplicaciones básicas de monomio por binomio, hasta productos notables y multiplicaciones de polinomios con dos variables.

Palabras Claves: Algeblocks; Álgebra; GeoGebra; Multiplicación de Polinomios.

ABSTRACT

This proposal provides an innovative teaching strategy for teaching polynomial multiplication to ninth-grade students at the Complejo Educativo “Marcelino García Flamenco”, integrating the use of Algeblocks and GeoGebra software. Its main objective is to overcome the difficulties students encounter when working with abstract algebraic content. The methodological approach is based on the area model, visually representing the products of polynomials with rectangles and squares, using manipulative blocks that symbolize algebraic terms. Algeblocks, both physical and digital, allow positive and negative terms to be represented, facilitating comprehension and promoting visual error detection.

Additionally, GeoGebra is used as an interactive mathematical tool that simulates the manipulation of Algeblocks in a virtual environment. Using customized applets, students can dynamically perform polynomial multiplications by dragging and dropping digital blocks, constructing rectangular areas, and solving problems using the "double-entry scheme." The sequence of activities, organized into seven scenarios, establishes a gradual progression in difficulty, from basic monomial-binomial multiplications to significant products and polynomial multiplications with two variables.

Keywords: Algeblocks; Algebra; GeoGebra; Polynomial Multiplication.

1. INTRODUCCIÓN

En el proceso de aprendizaje de la matemática, la multiplicación de polinomios suele representar un desafío para los estudiantes de noveno grado. A menudo, este contenido se aborda desde un enfoque abstracto, lo que dificulta su comprensión y limita el interés de los estudiantes. Es común observar que, ante la ausencia de recursos concretos, los estudiantes cometen errores frecuentes y muestran poco entusiasmo por aprender.

Frente a esta realidad, surge la necesidad de buscar nuevas formas de enseñanza que acerquen los conceptos abstractos del álgebra a la experiencia cotidiana del estudiante. En ese sentido, el modelo de áreas representa una alternativa valiosa, ya que permite visualizar los productos de polinomios como áreas de rectángulos y cuadrados, facilitando así el análisis y la comprensión de los procedimientos algebraicos.

Esta propuesta didáctica integra el uso de Algeblocks, es decir, materiales manipulativos diseñados para representar visualmente expresiones algebraicas; y GeoGebra, un software interactivo que permite simular la construcción de productos de polinomios en un entorno virtual. Los Algeblocks favorecen una representación tangible de las expresiones algebraicas, mientras que GeoGebra extiende esa experiencia al plano virtual, permitiendo trabajar de manera dinámica, visual y divertida.

La metodología contempla en GeoGebra, una secuencia de siete escenarios progresivos que permiten abordar la multiplicación de polinomios de forma gradual, iniciando con ejercicios simples hasta llegar a productos notables y multiplicaciones de polinomios con dos variables (“x” y “y”).

Se detallan los fundamentos teóricos, el diseño de la propuesta, el desarrollo de las actividades y los resultados obtenidos. Se busca promover la comprensión profunda del contenido, fomentar la participación activa y fortalecer el vínculo entre el álgebra y su representación visual.

Asimismo, esta estrategia didáctica busca transformar la enseñanza tradicional basada en la memorización y la mecanización, en una experiencia más accesible, significativa y contextualizada a las necesidades del estudiantado actual, apostando por una competencia constructivista, donde el estudiante construya el conocimiento mediante la exploración, la manipulación y la visualización de conceptos matemáticos fundamentales.

En definitiva, esta propuesta se enmarca en los lineamientos del eje tecnológico establecido en la reforma educativa “Mi Nueva Escuela”, la cual promueve la integración de herramientas digitales, el desarrollo de habilidades en el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), la creatividad digital y el uso responsable de la tecnología. Estos elementos buscan fortalecer la alfabetización digital del estudiantado salvadoreño, favoreciendo el aprendizaje activo, colaborativo e innovador, en coherencia con las demandas del siglo XXI, con la intención de formar ciudadanos competentes en entornos tecnológicos.

2. JUSTIFICACIÓN

El estudio de la multiplicación de polinomios constituye un eje fundamental dentro del aprendizaje del álgebra en educación básica, ya que permite el desarrollo del pensamiento algebraico, la comprensión de estructuras matemáticas y la resolución de problemas, competencias esenciales para la formación integral del estudiante. Por ello, se requiere un enfoque didáctico innovador que favorezca la comprensión y mantenga el interés de los estudiantes.

La relevancia de esta investigación se manifiesta tanto a nivel teórico como práctico. Teóricamente, se fundamenta en aportes de autores como Davydov, Dienes, Piaget y Kaput, quienes destacan el valor de los materiales concretos y de la representación múltiple en el aprendizaje matemático. También, esta propuesta promueve la inclusión, al ofrecer herramientas que pueden ser adaptadas a estudiantes con distintos estilos de aprendizaje y niveles de comprensión.

En este contexto, la presente propuesta didáctica reviste especial importancia al plantear una estrategia didáctica innovadora que combina el modelo de áreas, el uso de Algeblocks y el software GeoGebra para facilitar una enseñanza más concreta, visual e interactiva. Se brinda al docente una alternativa metodológica que facilita el tránsito del pensamiento concreto al simbólico, en concordancia con principios constructivistas y con las teorías del aprendizaje significativo, representacional y activo. Además, responde a estándares internacionales, como los del NCTM, que promueven la introducción temprana del razonamiento algebraico y el uso de modelos visuales para la enseñanza de conceptos matemáticos.

Además, este estudio contribuirá a ampliar las estrategias pedagógicas disponibles para los docentes de matemática en el área de álgebra, ofreciendo una alternativa didáctica que puede mejorar la comprensión y el rendimiento en matemática de los estudiantes. Los resultados de esta pueden proporcionar una base empírica para el diseño de actividades y materiales educativos, y servir como referencia en la formación continua de docentes para abordar temas algebraicos complejos de manera efectiva y contextualizada, tomando como base el currículo salvadoreño en vigencia.

En síntesis, combinar Algeblocks y GeoGebra en la enseñanza de la multiplicación de polinomios no solo fortalece la comprensión de este contenido clave, sino que transforma el aprendizaje en una experiencia más activa, accesible y adaptada a las necesidades particulares de cada estudiante.

3. COMPETENCIAS

3.1. Competencia General

Desarrolla la multiplicación de polinomios, implementando el modelo de áreas a través del uso de recursos manipulativos y tecnológicos, para facilitar su visualización y comprensión; en la resolución de problemas matemáticos.

3.2. Competencias Específicas

- Realiza la multiplicación de polinomios mediante el uso del modelo de áreas y representación visual con piezas en físicos del algeplano.

- Utiliza applets de GeoGebra, a través de diferentes escenarios, para visualizar y representar productos de polinomios, introduciendo un esquema de doble entrada, como una herramienta de organización de los factores y del resultado final.

4. MARCO TEÓRICO

4.1. Antecedentes Históricos

4.1.1. Estándares de la Enseñanza del Álgebra

Empecemos por comprender, ¿qué es un estándar? Según la RAE el concepto se utiliza para nombrar a aquello que puede tomarse como referencia, patrón o modelo. En el ámbito educativo, por tanto, los estándares son construcciones (constructos teóricos) de referencia que son útiles para llevar adelante acciones en algún punto de interés determinado, estos constructos son elaborados y acordados entre personas con el conocimiento y la autoridad para hacerlo, son informaciones sistematizadas y disponibles que dan las pautas para el accionar en pro de alcanzar lo que se espera. (UNESCO, 1997)

Características de los estándares:

- Son informaciones para ser utilizadas como referencias.
- Se sitúan en el ámbito de la acción.
- Son sistematizadas por personas o entidades autorizadas.
- Permiten actuar con mayor seguridad.
- Informan acerca de lo que se espera sea el resultado del proceso.
- Deben estar disponibles públicamente. Indican y delimitan responsabilidades.
- Están sujetas a la rendición de cuentas.
- Son indicadores del nivel de calidad y eficacia de su implementación en la cotidianeidad.

4.1.2. Estándares del Álgebra según el NCTM

El NCTM (Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas por sus siglas en inglés) declara que “Todos los estudiantes deberían aprender Álgebra”, al considerar el álgebra como un bloque del currículo desde Prekindergarten (en nuestro Sistema Nacional de Educación es el equivalente a Educación inicial, antes de cumplir 4 años), los docentes pueden ayudar a los estudiantes a construir una sólida comprensión y experiencia, como preparación para un trabajo más complejo en álgebra en los niveles medios y escuela secundaria.

En el marco de los estándares del álgebra, el NCTM establece que los programas de enseñanza para todas las etapas deberían capacitar a todos los estudiantes para:

1. Comprender patrones, relaciones y funciones.
2. Representar y analizar situaciones y estructuras matemáticas utilizando símbolos algebraicos.
3. Usar modelos matemáticos para representar y comprender relaciones cuantitativas.
4. Analizar el cambio en contextos diversos

Notemos que el NCTM menciona “programas de enseñanza para todas las etapas”, se mencionó anteriormente que se espera que desde los primeros años de escolaridad los estudiantes estén en contacto con situaciones que permitan el desarrollo del razonamiento algebraico. Se expondrá a continuación las sugerencias que hace el NCTM para implementar los estándares anteriormente expuestos.

4.1.2.1. Estándar 1: Comprender patrones, relaciones y funciones.

De acuerdo al pensamiento e inclinación natural a observar de los infantes, en los primeros niveles de escolarización tener experiencias clasificando y ordenando objetos resultan interesantes a los niños, con patrones de colores, por ejemplo; inicialmente los estudiantes pueden describir verbalmente la regularidad de patrones, más que con símbolos matemáticos. Posteriormente puede empezar a usarse variables y expresiones algebraicas cuando describen y amplían patrones, esto propicia que resulte cómodo utilizar la notación de funciones para describir relaciones.

En los primeros niveles pueden describirse patrones como 2, 4, 6, 8… fijando la atención en cómo se obtiene un término a partir del anterior…este es el comienzo del pensamiento recursivo. A medida que los estudiantes avanzan, deberían desarrollar un repertorio de muchos tipos de funciones. En los niveles medios, centrándose en la comprensión de relaciones lineales, luego, deberían ampliar el repertorio y estudiar las características de diferentes tipos de funciones, es en este nivel medio que deberían ser capaces de comprender las relaciones entre tablas, gráficas y símbolos, y considerar las ventajas y desventajas de cada una de estas formas de representar las relaciones, según el caso particular.

4.1.2.2. Estándar 2: Representar y analizar situaciones y estructuras matemáticas utilizando símbolos algebraicos.

En los niveles medios deberían representar la relación en términos generales con símbolos, como $\mathbf{1+3+\cdots+(2n-1)=n^2}$, y ser capaces de probar la validez de esta generalización.

La noción de igualdad debería también desarrollarse a lo largo del currículo. Como consecuencia de la enseñanza recibida, los niños perciben generalmente el signo igual desde un punto de vista operativo, es decir, como una señal de “hacer algo”. Deberían llegar a verlo como un símbolo de equivalencia y equilibrio.

Los estudiantes de niveles medios deberían empezar a desarrollar destreza para hallar expresiones equivalentes y resolver ecuaciones lineales, tanto mentalmente como con lápiz y papel; deberían adquirir fluidez operando con símbolos a mano o mentalmente, en los casos sencillos, y con programas simbólicos de ordenador en todos los casos. En general, si los estudiantes se ocupan excesivamente de la manipulación simbólica antes de haber desarrollado un sólido fundamento conceptual para su trabajo, serán incapaces de hacer algo más que manipular de forma mecánica. La base para un trabajo útil con la notación simbólica debería prepararse durante mucho tiempo.

4.1.2.3. Estándar 3: Usar modelos matemáticos para representar y comprender relaciones cuantitativas.

Uno de los usos más poderosos de la matemática es la modelización de fenómenos. Los estudiantes de todos los niveles deberían tener oportunidades de modelizar matemáticamente una amplia variedad de fenómenos, en la forma apropiada para cada nivel. En los niveles iniciales, pueden utilizar objetos, dibujos y símbolos para modelizar situaciones relativas a la adición y sustracción de números naturales; cuando los niños muestran la situación “Ulises tiene cuatro manzanas y Vanessa tiene cinco más” disponiendo de fichas, están empezando a construir modelos.

En los primeros años de escolaridad los estudiantes deberían usar modelos para hacer predicciones, extraer conclusiones o entender mejores situaciones cuantitativas. Estos usos de modelos irán aumentando en complejidad.

Posteriormente deberían ser capaces de desarrollar modelos a partir de su conocimiento de muchos tipos de funciones para decir por ejemplo si una situación se puede modelizar mejor mediante una función lineal o una función cuadrática y de sacar conclusiones acerca de la situación analizando el modelo, asimismo es importante que sean capaces de utilizar laboratorios basados en la tecnología, esto permitirá obtener modelos en una amplia gama de situaciones interesantes.

4.1.2.4. Estándar 4: Analizar el cambio en contextos diversos.

Comprender el cambio es fundamental para comprender las funciones. La investigación indica que la noción de cambio no es generalmente comprendida con profundidad, incluso después de estudiar cálculo. Si las ideas relativas al cambio reciben un enfoque más explícito desde los primeros niveles, quizá los estudiantes lleguen con el tiempo a abordar el cálculo con una base más sólida para entenderlo.

Desde la educación inicial los niños pueden al principio describir cambios cualitativos (“crecí más durante el pasado verano”), luego cambios cuantitativos (“el año pasado crecí dos pulgadas”). Mediante gráficas y tablas los estudiantes pueden empezar a observar y describir cambios, por ejemplo, en la forma de crecer una planta, y cuando examinan sucesiones pueden distinguir entre crecimiento aritmético y crecimiento geométrico. Con una considerable atención a la linealidad en los niveles medios, los estudiantes podrían aprender que la pendiente representa la tasa constante de cambio de las funciones lineales y estar así preparados para estudiar, posteriormente, tipos de funciones en los que la tasa de cambio no es constante.

4.1.3. Referentes del Álgebra Temprana

El álgebra temprana, es un movimiento al que se le atribuyen sus orígenes en la Unión Soviética de la mano de Davydov (1995) a través de su teoría de la actividad de aprendizaje y el desarrollo del aprendizaje. Davydov señala que los estudiantes necesitan asimilar el conocimiento teórico mientras que conocen el proceso por el cual se origina, lo que fortalece que resuelvan problemas mientras se centran en el principio general de su construcción.

Así Davydov propone que la construcción del pensamiento algebraico debe iniciar en los estudiantes de grados elementales, fomentando con ello la generalidad en el pensamiento. Sostiene que si se ofrece a los estudiantes herramientas culturales apropiadas (como diagramas y anotaciones), los estudiantes podrán hacer más de lo que tradicionalmente se ha supuesto, es decir, se puede potenciar que atiendan a la estructura y relaciones implicadas en cada situación matemática.

Por otro lado, la implementación del álgebra temprana en Estados Unidos tiene sus inicios en respuesta a dos situaciones: al bajo desempeño de los estudiantes en pruebas internacionales (la prueba PISA por ejemplo), y las propuestas del NCTM (Consejo Nacional de Profesores de Matemática) (Medrano & Flores-Macías, 2018) una organización de corte internacional dedicada al mejoramiento de la educación matemática y que está comprometida con la excelencia de la enseñanza y aprendizaje de la matemática. Siendo James Kaput (2008) el referente en dicho país, quien retomó y amplió los planteamientos de Davydov.

Es así que siendo los Estándares del NCTM un referente a nivel internacional donde se busca romper con una manera de enseñar matemáticas basada en la repetición, la reproducción y la mecanización para resolver ejercicios descontextualizados, por una visión orientada a promover la comprensión de las matemáticas, adquiere sentido plantear la presencia del álgebra desde los primeros niveles escolares, ya que se asocia a una manera de pensar y actuar con objetos, relaciones y situaciones matemáticas para suscitar una enseñanza fundamentada en la comprensión de las matemáticas (Bastable y Schifter, 2007; Carpenter et al., 2003) siendo ese el punto de popularización del álgebra temprana.

Cabe destacar que durante la popularización del álgebra temprana se valoró el trabajo de autores clásicos como Montessori, Piaget o Dienes que, a partir de sus planteamientos, habían promovido con éxito el desarrollo del pensamiento algebraico a través de distintos tipos de relaciones (clasificaciones, ordenaciones, correspondencias) y los patrones (seriaciones), principalmente. Asimismo, se aclaró también que el álgebra temprana y la pre-álgebra son enfoques previos a la enseñanza formal del álgebra en secundaria (Zapatera, 2018), que se diferencian en su finalidad y el momento de introducción: el álgebra temprana intenta introducir modos de pensamiento algebraico desde los primeros cursos escolares a través de las conexiones intradisciplinares, es decir, integrada principalmente en otros bloques de contenido matemático como la numeración, la geometría, etc.; mientras que la “preálgebra” fue un intento de suavizar la transición entre la aritmética y el álgebra y reducir las dificultades que sufre el alumnado en el aprendizaje del álgebra en secundaria. (Pastells & Pincheira, 2022)

La finalidad principal del álgebra temprana es desarrollar modos de pensamiento que atiendan a la estructura que subyace a las matemáticas, por medio de tareas dirigidas a la observación de patrones, relaciones y propiedades matemáticas, donde los niños y las niñas exploren, hagan predicciones, discutan, argumenten y comprueben ideas. (Blanton y Kaput, 2005)

Pincheira y Alsina (2021) caracterizan el álgebra temprana como: la capacidad de desarrollar modos de pensamiento algebraico durante las primeras edades en situaciones vinculadas tanto al álgebra propiamente como a otras áreas del currículo de matemática, tales como números, geometría, medida, etc.

Para empoderar estos modos de pensamiento algebraico, se debería capacitar a todos los niños y niñas de Educación Infantil para experimentar con elementos u objetos a partir del reconocimiento de atributos con el propósito de establecer relaciones (clasificaciones, ordenaciones, correspondencia, etc.), realizar seriaciones a partir de patrones de repetición (identificación, construcción y representación del patrón) y describir cambios cualitativos y cuantitativos. (Pastells & Pincheira, 2022)

4.1.4. Evolución del Modelo de Áreas en Álgebra

El modelo de área para trabajar contenidos algebraicos, se remonta a la época de los Pitagóricos, aproximadamente 580-520 años antes de Cristo, y el aparecimiento de generalizaciones como la propiedad distributiva, las soluciones a ciertas ecuaciones de segundo grado. Con el uso del álgebra verbal, se da paso al álgebra abreviada y esta las representaciones sintéticas que permitieron expresar ecuaciones en forma de cuadrados o rectángulos con algún valor desconocido.

Recientemente el Dr. Zoltán Dienes en colaboración con el Dr. Jerome Bruner, trabajaron en un proyecto cuyo objetivo es enseñar estructuras matemáticas a niños de escuela básica, en concordancia con el enfoque de la enseñanza de la matemática de la época. Para eso se apoya en el uso de manipulativos (materiales concretos) especialmente diseñados, con los cuales busca representar lo más real posible los conceptos matemáticos y lógicos que se consideran pueden ser estudiados en esas edades.

Dienes creó materiales y juegos variados para el tratamiento inicial de ideas lógicas y matemáticas siguiendo el pensamiento de Bruner, quien elaboró un modelo evolutivo de desarrollo conceptual que toma en cuenta las formas de representación enactiva, icónica y simbólica. A continuación, se definirá en qué consiste cada representación:

- **Enactiva:** los estudiantes manipulan materiales directamente.
- **Icónica:** los estudiantes trabajan con imágenes de objetos, sin manipular los mismos.
- **Simbólica:** cuando estrictamente se manejan símbolos, sin apelar a imágenes ni objetos.

Entre los primeros materiales creados por Dienes siguiendo el pensamiento de Bruner están los bloques aritméticos multibase (BAM o bloques Dienes) constituidos por cubos, utilizados para favorecer la comprensión de las propiedades de los sistemas de numeración posicionales y de los algoritmos estándares. Estos materiales adoptan otro uso para la enseñanza del álgebra, interpretándose como una variable, permitiendo así la materialización de expresiones cuadráticas, y la representación del proceso de factorización de las mismas y viceversa.

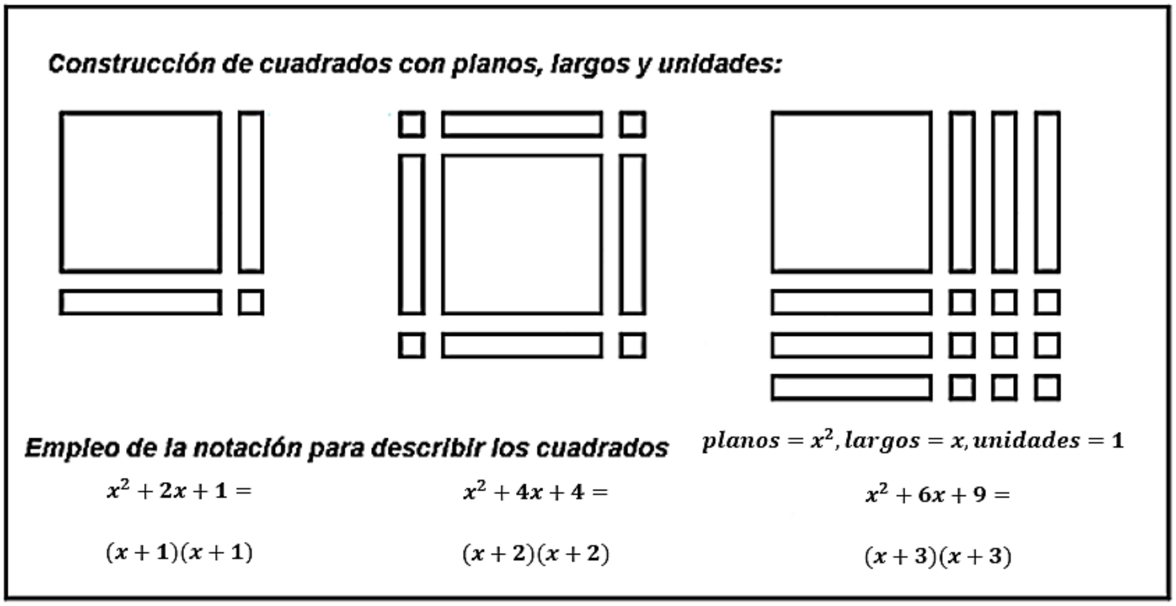
Dienes sostiene dos principios esenciales que deben cumplir las diversas materializaciones de que se haga uso en las aulas para enseñar estructuras matemáticas o lógicas: el de variable perceptual, que debe permitir al niño ver la estructura que se desea enseñar desde distintas concretizaciones del mismo concepto, con el fin de enriquecer la imagen mental que obtenga del mismo. Esto implica que el estudiante pueda abstraer las regularidades o propiedades esenciales de la estructura o concepto con independencia de las formas específicas que adopten los materiales; y el de variabilidad matemática, que ayuda a la generalización de un concepto a otros contextos, proveyendo a los alumnos de oportunidades de apreciar la idea de variación de la variable interviniente en la estructura o concepto a enseñar.

(Dienes, 1970) dice al respecto: “Realmente, carece de objeto que exhibimos ante el niño una variable si antes no la ha visto variar. En cambio, si la variable ha variado de modo efectivo, en la experiencia del niño, la cuestión es bien distinta y no hace falta mucho tiempo para convencerle de que representar un número cualquiera por una letra es siempre economía de expresión. El principio de variabilidad perceptual exige abundancia de experiencias concretas sobre la misma estructura conceptual, de modo tal, ahora también, que todos los niños puedan extraer la idea abstracta esencial que es inherente a toda fórmula” (pág .61)

Estos principios siguen teniendo vigencia hoy en día y deberían ser tenidos en cuenta por los docentes al confeccionar materiales (e incluso al elaborar situaciones problemáticas para el aula). Por ello se considera que el modelo de área puede brindar otra perspectiva al estudio de propiedades algebraicas a los estudiantes con dificultades para encontrar el sentido de las mismas con los recursos puramente simbólico- deductivos de esta rama de la matemática.

La siguiente imagen ha sido extraída del libro de L. Resnick y W. Ford: La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos (1990, p. 147), que muestra claramente el uso de los bloques para factorizar ecuaciones cuadráticas.

Figura 1: Materialización concreta del principio de factorización de una ecuación de segundo grado (Adaptado de Bruner, 1966).



Los materiales y recursos existentes para la introducción de diferentes contenidos matemáticos son muy variados; sin embargo, aunque existan no da garantía de generar conocimientos en sí mismos, es necesario mencionar algunos aspectos de importancia para poder así hacer un adecuado uso.

1. Son limitados, no se puede abordar todos los tipos de problemas ni los diferentes niveles en los mismos.
2. Permiten el desarrollo del pensamiento a partir de la manipulación, dando paso al momento concreto de la clase.
3. Debe generarse el espacio de reflexión y obtención de pequeñas deducciones y generalizaciones, para que el estudiante logre pasar al momento semiconcreto de la clase, dejando la manipulación y resolviendo situaciones de forma gráfica o realizando bosquejos; con esto se logra la obtención de algoritmos, reglas, procesos, etc.

4. Pasado el momento semiconcreto, los estudiantes ya poseen las herramientas para desarrollar los problemas sin necesidad del recurso y lo pueden extrapolar a problemas de mayor nivel, es decir, si logro obtener resultados para polinomios de segundo grado, podrá extrapolar las reglas y aplicarlas al trabajo con polinomios de mayor grado.

4.2. Recursos para Introducir el Álgebra

Según la definición de la RAE, entenderemos como recurso al conjunto de elementos disponibles para resolver una necesidad y que permiten alcanzar un determinado fin. Los recursos para introducir el álgebra serán todos aquellos elementos o herramientas que permitan cumplir con una introducción eficaz del álgebra en consecución de los objetivos propuestos en el proceso de aprendizaje. De esto se deduce que no hay una indicación única, sino que será la persona encargada del proceso la que decidirá los recursos a utilizar tomando la situación particular del grupo al que se está enseñando y el contexto en el que estos se encuentran.

A continuación, se presentarán algunos recursos que apoyan la introducción del álgebra con modelos de áreas.

4.2.1. Algeblocks

Se trata de un conjunto de figuras geométricas planas, compuestas por cuadrados y rectángulos que simbolizan expresiones algebraicas de hasta segundo grado. Cada figura posee un área determinada que representa un término algebraico específico, como x^2, x o una unidad.

Los Algeblocks son una herramienta visual y manipulativa que facilita el aprendizaje del álgebra, especialmente en los primeros niveles de estudio. Su uso contribuye a una mejor comprensión al permitir que los estudiantes interactúen de manera concreta con ideas abstractas. El empleo de los Algeblocks se respalda en diversas teorías educativas:

- **Aprendizaje significativo:** permite a los estudiantes construir su propio conocimiento al vincular objetos físicos con conceptos abstractos del álgebra, fortaleciendo así una comprensión más profunda al unir lo concreto con lo simbólico.
- **Constructivismo:** Esta herramienta promueve un aprendizaje activo, donde el estudiante investiga, manipula y experimenta, construyendo su propio entendimiento de las operaciones algebraicas mediante la exploración directa.
- **Teoría de las representaciones múltiples:** A través de la combinación de representaciones verbales, simbólicas y visuales, los estudiantes acceden a los conceptos desde distintas perspectivas, lo que mejora su comprensión y facilita la retención del conocimiento.

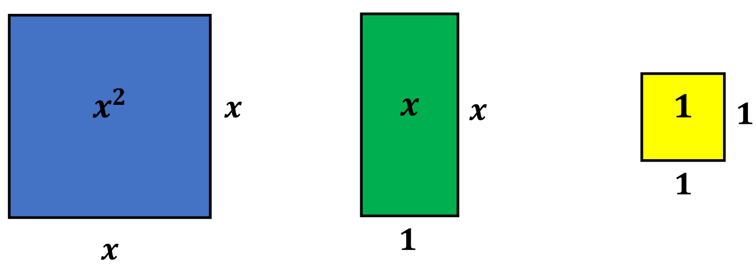
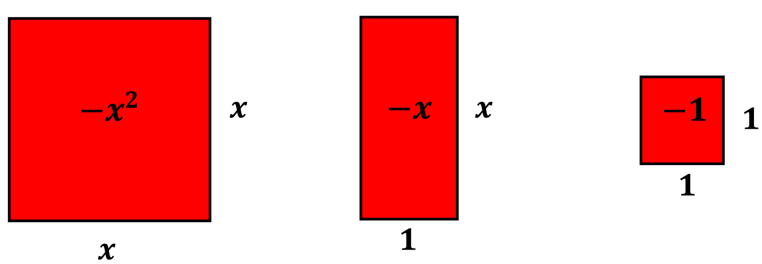
4.2.1.1. Ventajas del uso de Algeblocks en la Multiplicación de Polinomios.

- **Visualización:** Los Algeblocks permiten representar la multiplicación de polinomios como una construcción de áreas, facilitando así la comprensión de conceptos clave como base, altura y superficie.
- **Identificación de patrones:** A través de la manipulación de los bloques, los estudiantes pueden reconocer patrones y propiedades en el proceso de multiplicación, lo cual estimula el pensamiento lógico y la capacidad para resolver problemas.
- **Concreción:** Al utilizar bloques físicos para representar términos algebraicos, se vuelve más accesible la idea de combinar términos semejantes y obtener un producto.
- **Favorecen la detección de errores:** Al representar visualmente los productos de términos, los errores conceptuales como olvidar multiplicar un término o cambiar un signo son más fáciles de identificar y corregir.
- **Estimulación del interés:** El uso de materiales manipulativos hace que el aprendizaje sea más dinámico y entretenido, favoreciendo la participación activa y el desarrollo del pensamiento crítico.

- **Apoyan la inclusión educativa:** Es una herramienta accesible para estudiantes con dificultades de aprendizaje, ya que brindan apoyo visual y táctil. También facilitan la explicación a estudiantes con distintos niveles de comprensión matemática.

4.2.1.2. Construcción de los Algeblocks.

Tabla 1: Proceso adecuado para la construcción de algeblocks.

Procedimiento para la construcción de Algeblocks	
Descripción	Es una colección de figuras geométricas planas, formadas por cuadrados y rectángulos. **Pieza positiva** **Tira positiva** **Unidad positiva**  Para cada uno de los elementos anteriores vamos a construir los equivalentes, pero en color rojo, que van a representar las figuras negativas. **Pieza negativa** **Tira negativa** **Unidad negativa** 
Tipo de material	Manipulativo.
Materiales para su elaboración	Regla, cinta adhesiva, cartulina o cartoncillo de los siguientes colores: rojo, azul, verde y amarillo. O bien se

	pueden elaborarse sobre cartón y fórralos con páginas de papel bond de los colores antes detallados.
¿Cómo se construye?	1. Dibujar en las cartulinas las piezas según las siguientes dimensiones: • Las unidades amarillas (cuadrados pequeños) de 2 cm por lado. • Las tiras verdes de dimensiones 2 cm x 5 cm. • Las piezas azules (cuadrado grande) de 5 cm por lado. • Elaborar sus equivalentes en color rojo. 2. Recortarlas cuidadosamente. 3. Forrarlas con cinta adhesiva para prolongar su duración. 4. La cantidad a elaborar de cada pieza se describe a continuación. • 6 cuadrados azules (5 cm x 5 cm) • 6 cuadrados rojos (5 cm x 5 cm) • 12 rectángulos verdes (2 cm x 5 cm) • 12 rectángulos rojos (2 cm x 5 cm) • 36 cuadrados amarillos pequeños (2 cm x 2 cm) • 36 cuadrados rojos pequeños (2 cm x 2 cm)

Fuente: Elaboración propia.

4.2.1.3. ¿Cómo se emplean los Algeblocks en la práctica?

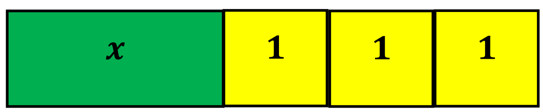
Se sabe que para calcular el área de un rectángulo se utiliza la fórmula: base por altura. Utilizando algeblocks podemos utilizar esta idea de manera concreta y visual de la siguiente forma:

Consideremos resolver la siguiente multiplicación de polinomios a manera de ejemplo: $(x+3)(x-1)$

1. **Representar gráficamente los factores.**

- **Base (factor 1):** se utilizan piezas de algeblocks para representar la expresión algebraica qué corresponde a la base del rectángulo. La base en este caso es $x+3$, por lo cual, se tiene que usar una tira positiva x en color verde de forma horizontal, y 3 unidades pequeñas positivas en color amarillo para representarlo.

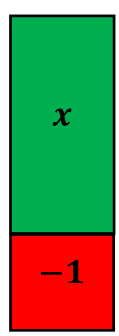
Figura 2: Representación de la expresión $x+3$ como base del rectángulo con algeblocks.



Fuente: Elaboración propia.

- **Altura (factor 2):** De igual manera, la altura es $x-1$, se representa la expresión algebraica utilizando piezas. En este caso, se tiene que usar una tira positiva x en color verde en forma vertical, y 1 unidad pequeña negativa en color rojo.

Figura 3: Representación de la expresión $x-1$ como altura del rectángulo con algeblocks.

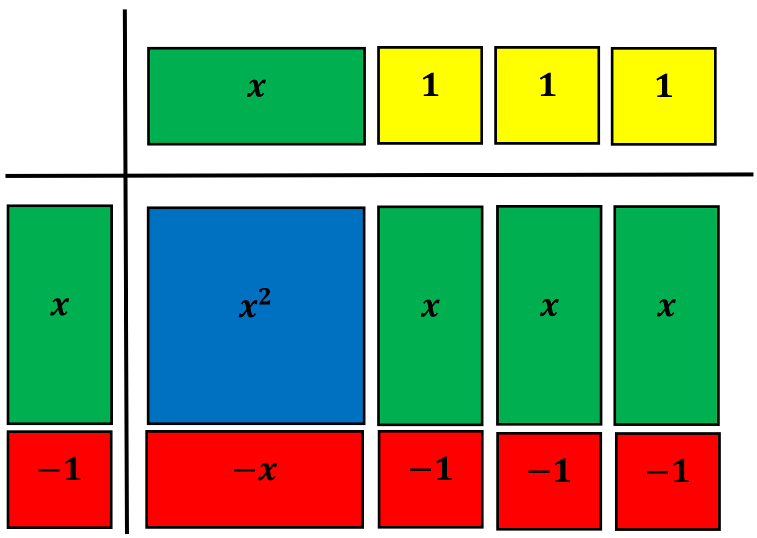


Fuente: Elaboración propia.

2. **Construir el rectángulo.**

- Primero se colocan las piezas que representan la base en la parte de arriba.
- A continuación, se colocan las piezas que representan la altura de manera perpendicular a la base. Se pueden colocar dos rectas de forma perpendicular para guiarse mejor. La implementación de estas rectas tiene un nombre, ese es: “Esquema de doble entrada”.
- Por último, se completa el rectángulo, rellenando el cuadrante inferior derecho con las piezas correspondientes a cada producto parcial.

Figura 4: Representación del resultado de la multiplicación con algeblocks de la expresión $(x+3)(x-1)$.



Fuente: Elaboración propia.

3. **Contabilizar las piezas resultantes.**

Cuando el rectángulo esté construido, será necesario contar los bloques o piezas de cada tipo que conforman el área. Dichos bloques representarán los términos de la expresión obtenida tras realizar la multiplicación de polinomios.

En este caso en particular, podemos concluir que:

$$(x+3)(x-1) = x^2 - x + x + x + x - 1 - 1 - 1$$

Y reduciendo términos semejantes, tenemos que:

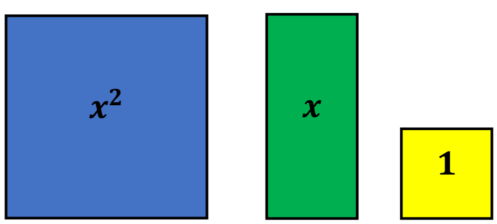
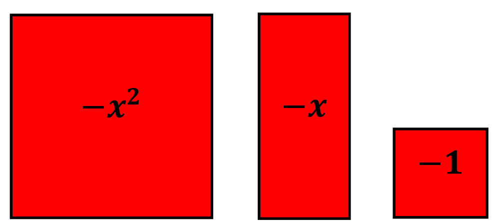
$$(x+3)(x-1) = x^2 - x + 3x - 3$$

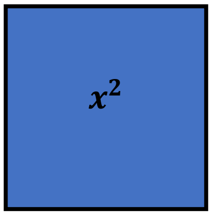
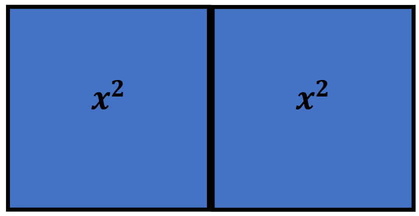
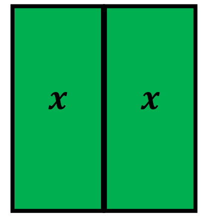
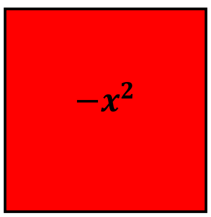
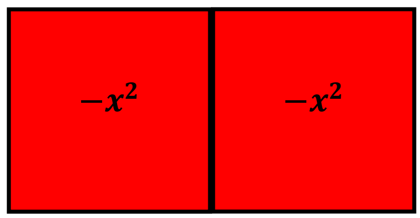
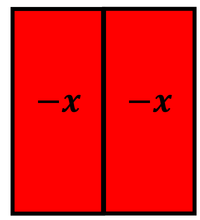
$$(x+3)(x-1) = x^2 + 2x - 3$$

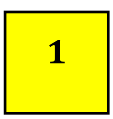
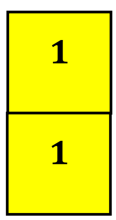
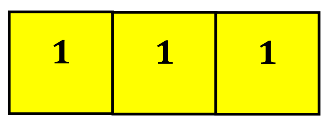
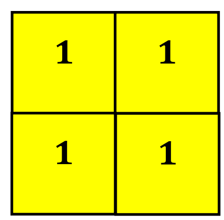
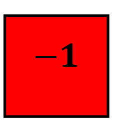
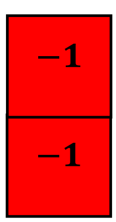
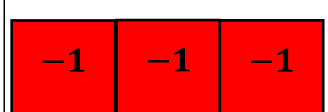
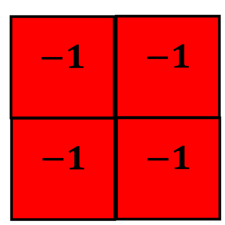
4.2.1.4. Convenios en el uso de Algeblocks.

Para la utilización adecuada de los algeblocks en el presente estudio, se considerarán las siguientes reglas o convenios, los cuales se explicarán previamente a los estudiantes, antes de realizar la multiplicación de polinomios de forma visual.

Tabla 2: Convenios para la manipulación correcta de algeblocks.

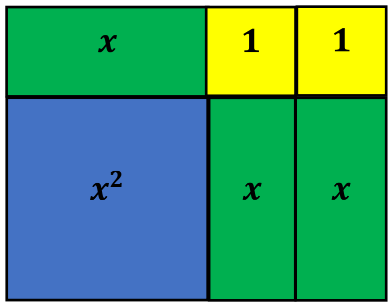
1. Los colores indican el signo del monomio.	
Piezas positivas	**Piezas negativas**
	
• Una pieza cuadrada en color azul, indica un monomio x^2 con coeficiente 1. • Una pieza rectangular en color verde, indica un monomio x con coeficiente 1. • Una pieza cuadrada en color amarilla, indica el término independiente 1.	• Una pieza cuadrada en color rojo, indica un monomio x^2 con coeficiente -1. • Una pieza rectangular en color rojo, indica un monomio x con coeficiente -1. • Una pieza cuadrada en color amarilla, indica el término independiente -1.

2. Se representarán monomios cuando las figuras estén separadas o estén formando un mosaico con piezas del mismo tipo.		
 x^2	 $2x^2$	 $2x$
 $-x^2$	 $-2x^2$	 $-2x$

3. El término independiente es representado por la pieza de área 1.			
 1	 2	 3	 4
 -1	 -2	 -3	 -4

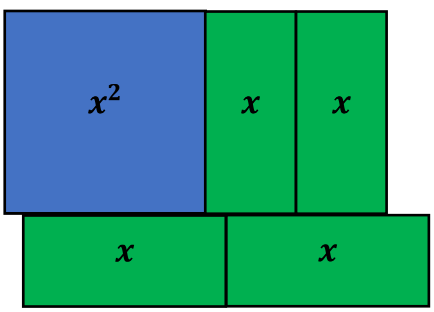
4. Se representará un polinomio cuando las figuras estén agrupadas formando un mosaico rectangular o cuadrado.

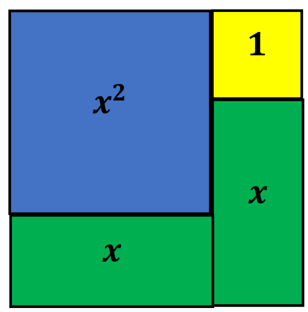
Ejemplo: Las siguientes piezas agrupadas forman un mosaico, que representa al polinomio: $(x+2)(x+1) = x^2 + x + x + x + 1 + 1 = x^2 + 3x + 2$



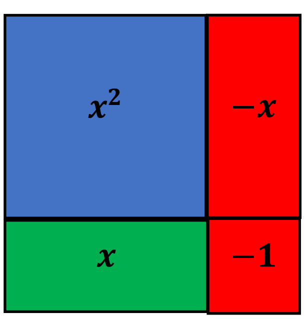
5. Las piezas x^2 al formar mosaicos deberán ubicarse en la parte inferior o superior izquierda, las piezas unidad siempre se ubican en forma diagonal con la pieza x^2, además las piezas que formen los mosaicos deben coincidir.

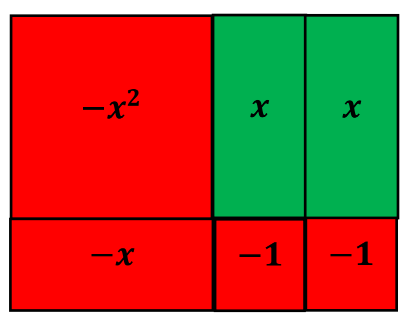
- **Ejemplos de representaciones inadecuadas.**





- **Ejemplos de representaciones adecuadas.**





6. Representar el cero significa ausencia de área.		
x^2 $-x^2$	x $-x$	1 -1

Fuente: Elaboración propia.

4.2.1.5. Limitaciones en el uso de Algeblocks en la Multiplicación de Polinomios.

- **Complejidad en su aplicación para ciertos casos:** Cuando se trabaja con expresiones algebraicas demasiado complejas, el uso de algeblocks puede resultar poco práctico, engorroso o difícil de manejar. A manera de ejemplo, supóngase que hay que resolver la siguiente multiplicación de polinomios: $(11x - 22)(-13x + 11)$.
  La pregunta es: ¿Conviene resolverla utilizando el modelo de áreas con Algeblocks? La respuesta es obvia, no. Técnicamente, se puede hacer, pero no conviene. Saldrían alrededor de $(11 + 22) \times (13 + 11) = 33 \times 24 = 792$ piezas, lo cual sería muy tedioso estar reduciendo términos semejantes, consumiría mucho tiempo y también se ocuparía un espacio inmenso para colocar las piezas.
- **Imposibilidad para resolver casos específicos:** Supóngase ahora que se quiere resolver la siguiente multiplicación de polinomios, utilizando algeblocks: $\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right)$. No se puede resolver porque esta herramienta no está diseñada para representar fracciones ni coeficientes no enteros de forma visual o manipulativa. A continuación, se explican los motivos con más detalle:

- Las fracciones no pueden representarse con una cantidad entera de bloques: Si quisiéramos representar $\frac{1}{2}$ o $\frac{1}{3}$ con piezas de unidad (los cuadrados pequeños que representan el número 1, tendríamos que partir las piezas o crear fracciones visuales de un bloque, lo cual rompe la lógica manipulativa de los Algeblocks (que se basa en piezas enteras y uniformes) y generaría confusión para los estudiantes, pues no existen medios concretos en el algeplano para mostrar "media unidad" o "un tercio de unidad".
- Riesgo de mala interpretación: Usar Algeblocks con fracciones implicaría, suponer piezas que no están diseñadas, perder el vínculo concreto entre álgebra y manipulación y confundir a los estudiantes sobre los límites de la herramienta. Análogamente, usando la misma lógica no se podría resolver las siguientes multiplicaciones de Polinomios, usando algeblocks: $(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})$; $x(x+\pi)$.

Ahora analicemos otro caso, ¿será que se puede realizar la siguiente multiplicación de polinomios utilizando algeblocks: $(x+3)(x^2+1)$? La respuesta es no. Esto se explica por las siguientes razones:

El desarrollo en su forma algebraica es: $(x+3)(x^2+1) = x^3 + x + 3x^2 + 3$, por lo cual,

- Los Algeblocks no incluyen piezas para representar términos de grado tres como x^3.
- Solo permiten representar productos donde el resultado sea de grado dos o menor.
- Esta herramienta fue diseñada para trabajar con polinomios lineales y cuadráticos, por lo que multiplicaciones que involucren potencias mayores a x^2 no son compatibles con este sistema visual.

4.2.2. GeoGebra

Es un software interactivo en el que se asocia la geometría y el álgebra. Resalta GeoGebra por ser un software de matemática de dinámicas libres, para todas las áreas de matemáticas escolares (desde pre básica hasta educación superior), y sobre todo su accesibilidad, está disponible en múltiples plataformas Windows, Linux, Android, por lo que es posible usarlo en celulares, permitiendo así una mayor población alcance.

¿Por qué implementar GeoGebra en el desarrollo de clases? Algunas respuestas son

- González, Gutiérrez y Sandoval (2017) consideran que GeoGebra contribuye en muchos aspectos a mejorar las metodologías de enseñanza-aprendizaje y para la solución de problemas académicos proporcionando información valiosa en aspectos gráficos, lo cual genera interés en la aplicación de esta herramienta para la resolución de problemas.
- Del Río (2016), recalca la importancia de introducir GeoGebra como ayuda para comprender conceptos que son difíciles de imaginar y graficar usando solo lápiz y papel, obligando al estudiante a limitarse a su manipulación algebraica.

4.2.2.1. Características Principales de GeoGebra.

- **Representación múltiple de objetos matemáticos:** GeoGebra permite representar simultáneamente: La vista gráfica (gráficas de funciones, figuras geométricas), La vista algebraica (ecuaciones, coordenadas), La vista en hoja de cálculo, entre otras. Estas vistas están conectadas dinámicamente: modificar una se refleja en las otras.
- **Interactividad y manipulación dinámica:** Los objetos matemáticos (puntos, líneas, polígonos, funciones, etc.) pueden ser movidos y ajustados en tiempo real. Esto permite experimentar con los conceptos y explorar propiedades matemáticas visualmente.
- **Soporte polifuncional:** GeoGebra no se limita a una sola rama, ya que permite trabajar con: Geometría (construcciones y figuras), Álgebra (resolución de ecuaciones), Cálculo

(límites, derivadas, integrales), Estadística (diagramas de barras, histogramas, medias, desviaciones), Probabilidad (simulación de eventos aleatorios, distribuciones).

- **Interfaz amigable:** Su diseño intuitivo facilita la manipulación directa de objetos gráficos, lo que favorece la comprensión visual de los conceptos matemáticos.
- **Disponibilidad multiplataforma:** Está accesible en versiones para web, escritorio y dispositivos móviles, compatible con sistemas operativos como Windows, macOS, Linux, iOS y Android.
- **Personalización y uso por niveles educativos:** Puede adaptarse a distintos niveles educativos, desde primaria hasta nivel universitario. Los usuarios pueden crear actividades personalizadas, usar comandos avanzados o construir simulaciones dinámicas.
- **Acceso libre y comunidad global:** Es un software gratuito y de código abierto, respaldado por una amplia comunidad internacional que comparte construcciones, recursos interactivos y actividades educativas a través de la plataforma de GeoGebra.

En resumen, GeoGebra es una herramienta poderosa para enseñar y aprender matemáticas, ya que combina la interactividad visual con la posibilidad de explorar conceptos complejos de forma práctica y dinámica.

4.2.2.2. Ventajas en el uso de GeoGebra.

GeoGebra se destaca por poseer aspectos positivos, algunos de ellos son los siguientes:

1. Gracias a su carácter intuitivo y accesible, los estudiantes pueden investigar conceptos matemáticos por cuenta propia, lo que impulsa el autoaprendizaje y la experimentación.
2. GeoGebra estimula la creatividad al desafiar a los estudiantes a aplicar conocimientos previos y desarrollar nuevas ideas mediante la exploración y el descubrimiento.

3. Se promueven diversas formas de aprendizaje, tanto individual como colaborativo.
4. La herramienta cuenta con una comunidad educativa activa que comparte construcciones, ejercicios interactivos y lecciones listas para usar, disponibles en su sitio web y otras plataformas colaborativas.
5. Los docentes tienen la posibilidad de diseñar actividades interactivas que involucran a los estudiantes en la manipulación de figuras, el análisis de funciones y la resolución de problemas con retroalimentación inmediata.
6. GeoGebra también se integra con plataformas educativas como Google Classroom, facilitando la incorporación de recursos interactivos en entornos virtuales de aprendizaje.
7. Además de aprender matemática, los estudiantes desarrollan competencias digitales esenciales para desenvolverse en el entorno tecnológico actual.

4.2.2.3. Applets en GeoGebra.

Los applets de GeoGebra son un caso particular de los de Java, el lenguaje en el que está escrito GeoGebra. Es decir, los applets son pequeños programas o aplicaciones que GeoGebra integra dentro de una página web para dotarla de interactividad.

Se encuentran en la categoría “Recursos” de GeoGebra, dentro de la subcategoría “Actividades”. En donde se puede acceder a applets creadas de diversos temas, asimismo se tiene la opción de crear applets propios, lo cual resulta beneficioso pues permite crearlos acorde a las necesidades y características del estudiantado.

Dentro de los applets una opción valiosa es la de adecuarlos, es decir, son creadas por otros usuarios, esta es una herramienta muy útil en la práctica docente, y en este punto es importante reconocer el trabajo de los autores, dando los respectivos créditos de autoría.

4.2.2.4. Vistas en GeoGebra.

GeoGebra ofrece diferentes Vistas para los objetos matemáticos, los cuales se presentan en diferentes representaciones (por ejemplo, algebraica y gráfica) y se vinculan dinámicamente. Esto significa que, si se modifica un objeto en cualquier Vista, su representación en las otras se actualiza automáticamente.

Las vistas principales en GeoGebra son las siguientes:

- **Vista Algebraica:** Las representaciones algebraicas de los objetos se muestran y pueden ingresarse directamente mediante el teclado (virtual) (por ejemplo, coordenadas de puntos, ecuaciones).
- **Vista Gráfica 2D:** Es la vista principal y más utilizada en GeoGebra. Presenta un plano cartesiano bidimensional donde se pueden graficar funciones, construir figuras geométricas como puntos, líneas y polígonos, así como realizar operaciones relacionadas con la geometría analítica y el álgebra. Ejemplos: Representación de funciones, figuras de geometría euclidiana y gráficas de ecuaciones.
- **Vista Gráfica 3D:** Esta vista permite trabajar con representaciones tridimensionales. Ofrece la posibilidad de construir y visualizar objetos como puntos, planos, superficies y funciones en tres dimensiones desde distintos ángulos. Ejemplos: Visualización de superficies 3D, representación de funciones de dos variables, análisis de sólidos y volúmenes, exploración de geometría tridimensional.
- **Vista CAS (Cálculo Simbólico):** El Sistema de Álgebra Computacional (CAS en inglés) de GeoGebra se puede utilizar para cálculos numéricos y simbólicos. En ella, se pueden simplificar expresiones, resolver ecuaciones, y obtener derivadas o integrales de forma simbólica. Ejemplos: Resolución de ecuaciones complejas, simplificación de términos algebraicos, cálculo simbólico de derivadas e integrales.

- **Vista de Probabilidades y Estadística:** Esta vista facilita el análisis estadístico a partir de datos ingresados, generalmente desde la hoja de cálculo. Permite representar gráficamente los datos mediante histogramas, diagramas de caja, de dispersión y de barras. También posibilita realizar análisis de regresión, ajustes de curvas, estudiar distribuciones estadísticas y ejecutar simulaciones de probabilidad. Ejemplos: Uso de distribuciones como la binomial, normal o Poisson; cálculo de probabilidades; análisis visual e interpretativo de datos.

Figura 5: Resumen de las Vistas de GeoGebra.

Fuente: Elaboración propia.

5. METODOLOGÍA

5.1. Descripción

La metodología a implementar será mixta; primeramente, el aprendizaje activo y manipulativo ayuda a visualizar conceptos abstractos y a facilitar el tránsito del pensamiento concreto al simbólico, en este caso aplicando el uso de Algeblocks; también el aprendizaje colaborativo ayuda a que los estudiantes trabajen en equipos pequeños para resolver tareas o problemas, fomentando el diálogo matemático, la explicación entre pares y el desarrollo de habilidades sociales y cognitivas.

Además, la utilización de herramientas tecnológicas educativas, como GeoGebra, fortalece la comprensión visual y brinda a los estudiantes la oportunidad de explorar conceptos matemáticos de forma interactiva. Esta estrategia también se encuentra en consonancia con los objetivos del libro de ESMATE y con las competencias matemáticas establecidas en el currículo salvadoreño, recordando que este también se caracteriza por ser constructivista.

5.1.1. Población

Se tomará como objeto de estudio a 14 estudiantes de noveno grado sección “A” de tercer ciclo de educación básica, del turno matutino del Complejo Educativo “Marcelino García Flamenco”, con código de infraestructura: 13301, municipio de Morazán Norte, Distrito de Torola, año 2025.

5.1.2. Presaberes requeridos

Antes de iniciar el proceso de enseñanza de la multiplicación de polinomios mediante el modelo de áreas, es necesario que los estudiantes cuenten con ciertos presaberes fundamentales que servirán como base para construir nuevos aprendizajes. Entre los principales se destacan:

- **Fórmulas para el cálculo de áreas de figuras geométricas planas:** Es imprescindible que el estudiantado recuerde y comprenda las fórmulas elementales para determinar el área de figuras como el rectángulo y el cuadrado, en esencia la expresión $A = b \times h$ (área igual a base por altura). Este conocimiento es esencial, dado que el modelo de áreas representa el producto de polinomios mediante superficies rectangulares o cuadradas, en las que cada término algebraico corresponde a una porción del área total.
- **Propiedad conmutativa de la multiplicación:** Asimismo, es fundamental que los estudiantes comprendan que el orden de los factores no altera el resultado del producto, es decir, $a \times b = b \times a$. Esta propiedad resulta indispensable para entender que el área de una figura no cambia, aunque se intercambien la base y la altura, de igual manera que el resultado de multiplicar polinomios no varía si se cambia el orden de los factores, en el esquema de doble entrada.

La identificación y activación de estos presaberes facilitará el tránsito del pensamiento aritmético al pensamiento algebraico, contribuyendo a una comprensión más profunda y significativa del uso del modelo de áreas en la multiplicación de polinomios.

5.2. Secuencia de actividades de enseñanza

Tabla 3: Secuencia metodológica de actividades de enseñanza.

Secuencia metodológica para la implementación de la estrategia didáctica	
N°	**Actividad a realizar**
1	Inicio de la jornada realizando una evaluación diagnóstica sobre la multiplicación de polinomios, donde se les preguntará a los estudiantes acerca de los saberes previos que poseen. Además, se les dará la oportunidad de que pasen a resolver un ejercicio sencillo de multiplicación de forma algebraica. Como, por ejemplo: Multiplicar $(x + 2)(x - 4)$.

2	Presentación de los algeblocks físicos como recurso manipulativo para la representación de polinomios. Se explicará que son, cuáles son sus características, las reglas que se deben respetar para usarlos correctamente, su clasificación en colores y dimensiones, etc. permitiendo a los estudiantes comprender la representación de los términos polinómicos.
3	Uso de algeblocks para representar la multiplicación de polinomios: Los estudiantes trabajarán de forma colaborativa en parejas para resolver ejemplos de la multiplicación de polinomios proporcionados por el docente, utilizando los Algeblocks en físico. Se proporcionará una hoja de papel en la cual los estudiantes colocarán el resultado algebraico de cada ejemplo en función de la construcción realizada con las piezas de algeblocks.
4	Introducción al manejo de GeoGebra como herramienta para la representación y exploración gráfica de polinomios.
5	Aplicación de GeoGebra para efectuar los mismos ejercicios de multiplicación de polinomios previamente abordados con Algeblocks, en diversos escenarios secuenciales, aumentando su complejidad de forma paulatina. Permitiendo pasar de lo concreto a lo abstracto. Lo anterior se realizará de forma individual, en donde cada estudiante tiene que portar la computadora que le proporcionó el MINEDUCYT.
6	Actividad evaluativa: Los estudiantes utilizarán GeoGebra para la realización de una prueba final de carácter individual, en la cual están incluidos todos los tópicos de los siete escenarios. Dicha prueba consta de contestar preguntas abiertas, preguntas de opción múltiple, y también construir con piezas de algeblocks digitales.
7	Reflexión grupal acerca del proceso de enseñanza-aprendizaje: los estudiantes analizarán con sus compañeros y/o docente de qué manera el uso de estas herramientas contribuyó a su comprensión de la multiplicación de polinomios.

Fuente: Elaboración propia.

5.3. Etapas para la Implementación de Algeblocks en GeoGebra en la Multiplicación de Polinomios

Antes de comenzar a implementar GeoGebra en la multiplicación de polinomios, surge la necesidad de responder la siguiente pregunta: ¿Por qué se presentan previamente los algeblocks en físico a los estudiantes? Las siguientes razones dan respuesta a ello.

- **Desarrollan habilidades de razonamiento espacial:** Antes de introducir herramientas digitales, la manipulación de objetos físicos estimula el pensamiento geométrico. Al mover bloques y observar cómo encajan, los estudiantes desarrollan intuiciones espaciales que serán útiles para cuando usen los applets en GeoGebra.
- **Promueven el aprendizaje activo y kinestésico:** No todos los estudiantes aprenden mejor con pantallas digitales de computadora o celular. Algunos necesitan tocar y mover para entender. Usar algeblocks físicos responde a estilos de aprendizaje kinestésicos, fomentando la participación y el descubrimiento.
- **Preparan cognitivamente al estudiante para el uso del software:** Una vez que los estudiantes han explorado la multiplicación de polinomios con bloques tangibles, la transición al entorno digital en GeoGebra será más fluida. Ya comprenden el significado detrás de las representaciones, por lo que se concentran en el uso del software y no en aprender el concepto desde cero.
- **Fomentan la colaboración y el trabajo en equipo:** Los algeblocks físicos invitan a los estudiantes a trabajar juntos, debatir soluciones, construir y corregir errores en grupo, lo que genera una experiencia de aprendizaje más rica y social antes de pasar a lo individual en el entorno digital.

A continuación, se presentarán los siguientes escenarios didácticos secuenciales, proporcionados a través de applets de GeoGebra, en los cuales se abordarán los tópicos más importantes de la Unidad 1 del libro ESMATE de noveno grado (MINEDUCYT, 2019), aumentando paulatinamente la complejidad.

Cabe mencionar que los applets sobre los cuales se realizarán estos escenarios, se han construido y modificado en base al applet creado por la profesora de matemática, Rocío Saraí Herrera Montoya, a la cual damos el crédito correspondiente.

Además, en el desarrollo desde el escenario 1 hasta el escenario 6 se trabajarán con ejercicios de multiplicación de polinomios con una sola variable (“x”), para simplificar la dificultad a los estudiantes, y no volver más engorroso el procedimiento, al menos de forma momentánea, porque si se agrega la variable (“y”) desde el inicio, provocaría agregar otras 6 piezas de algeblocks, es decir, $y^2, -y^2, y, -y, xy, -xy$, por ende, es muy probable que el estudiante se confunda o se le dificulte más el aprendizaje. A esto nos referimos con aumentar “paulatinamente la complejidad”.

Entonces, ¿cómo se podría resolver la multiplicación $2x(x + y)$? La respuesta se obtiene en el escenario 7.

A continuación, se proporciona un video tutorial alojado en YouTube, sobre el uso adecuado de GeoGebra, con la finalidad de orientar a los estudiantes de noveno grado. Acceder al siguiente enlace: https://youtu.be/AdB0qXzyd0w?si=5eblwVgCFwip05cO

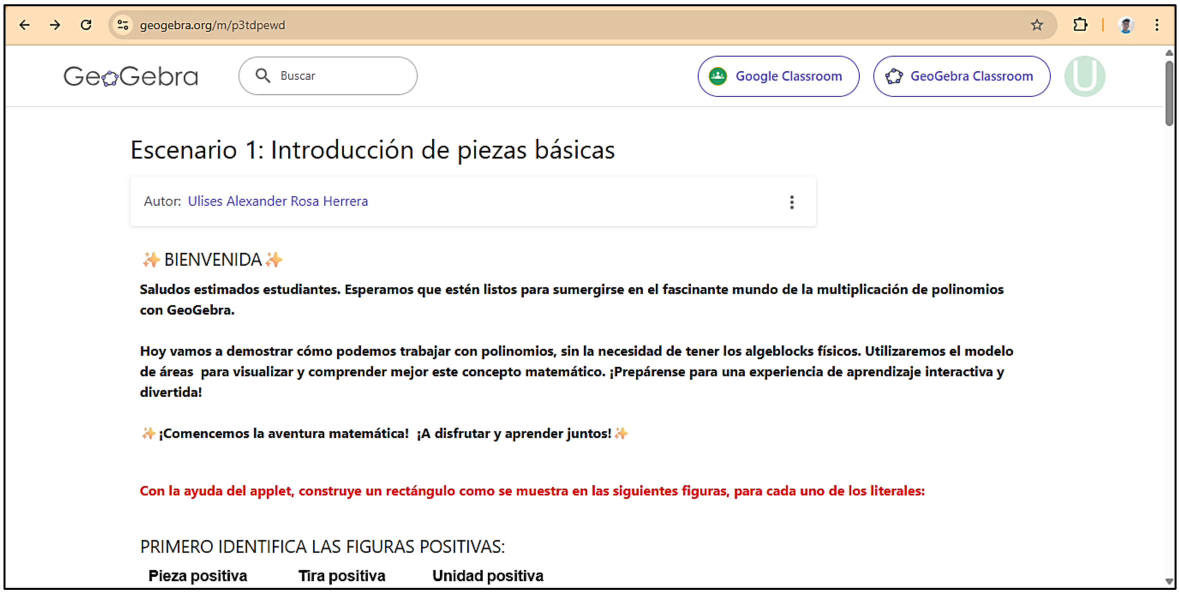
5.3.1. Escenario 1: Introducción de piezas básicas

El objetivo de este escenario, es presentar a los estudiantes las seis piezas de algeblocks de forma digital, y también que se familiaricen con su manipulación en el entorno virtual usando el mouse o el ratón. Para ello se plantearán tres ejercicios que se tienen que simular en el applet.

1- En primer lugar, acceder al applet en GeoGebra, creado especialmente para este escenario a través del siguiente enlace: https://www.geogebra.org/m/p3tdpewd

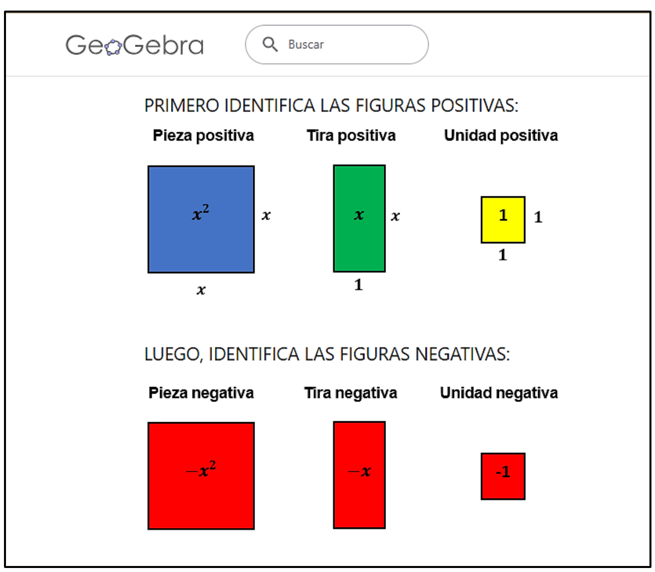
2- Luego aparecerá lo siguiente en pantalla.

Figura 6: Acceso al Escenario 1 en GeoGebra desde el navegador.



3- Identificar las figuras positivas y negativas.

Figura 7: Identificación de piezas positivas y negativas de algeblocks en GeoGebra.

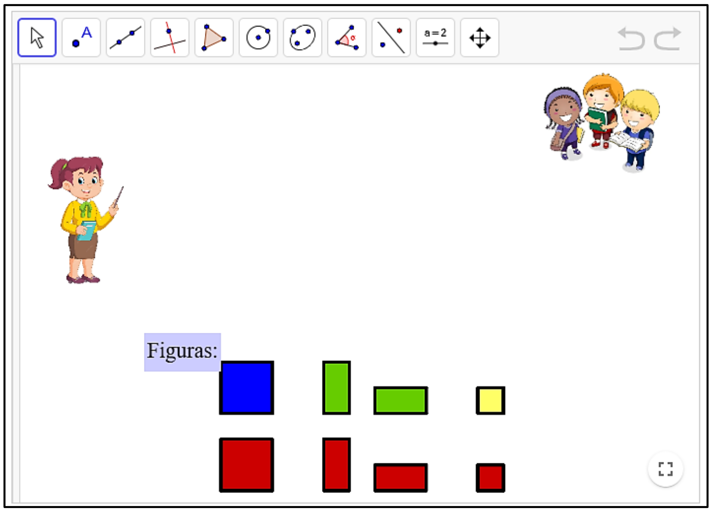


4- Leer las indicaciones generales.

5- Resolver el ejercicio del literal A.

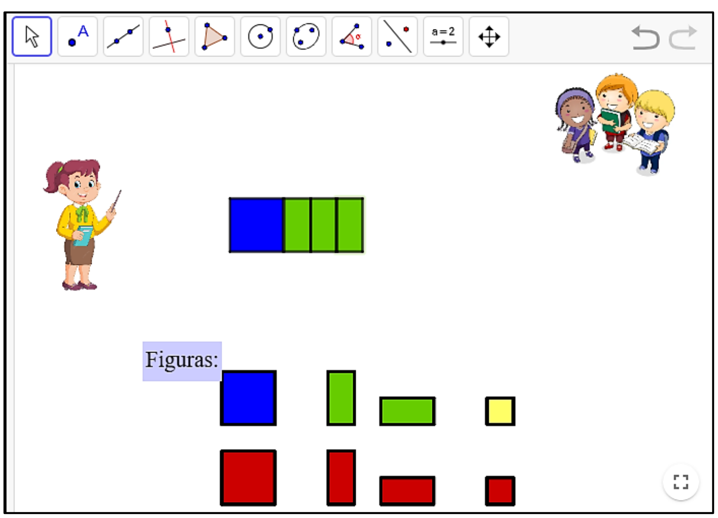
6- Se presenta el espacio de trabajo en donde el estudiante construirá el rectángulo.

Figura 8: Área de trabajo o applet donde el estudiante podrá arrastrar las piezas de algeblocks y construir el rectángulo.



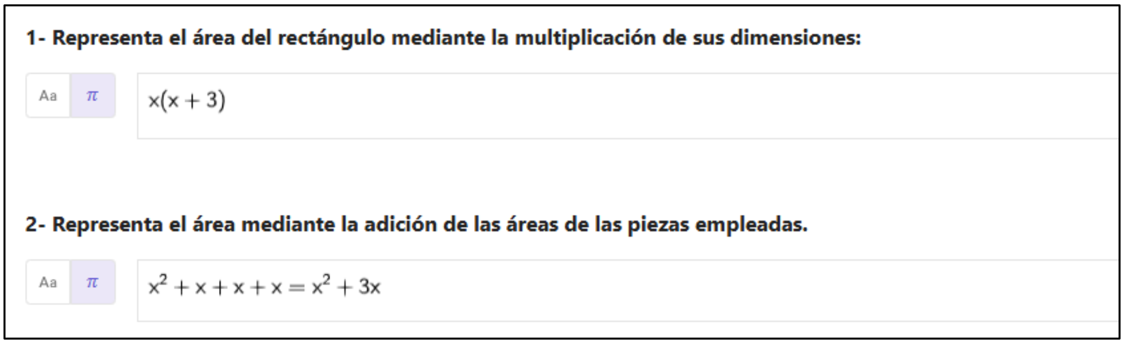
7- Construir el rectángulo desplazando las figuras de forma ordenada, tal cual como la plantea la imagen del enunciado del literal A.

Figura 9: Construcción adecuada del estudiante del rectángulo.



8- Responder correctamente las siguientes preguntas, utilizando la opción de ingresar fórmula (presionar el cuadrito que está nombrado por "π").

Figura 10: Dos preguntas contestadas correctamente en base a la construcción realizada por el estudiante.



9- Repetir los pasos 6, 7 y 8, para los literales B y C.

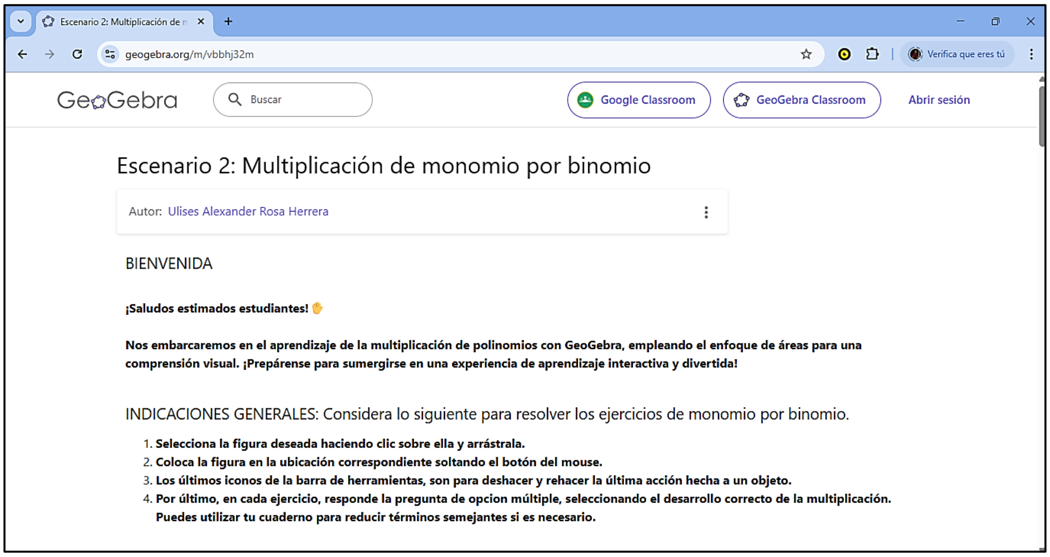
5.3.2. Escenario 2: Multiplicación de monomio por binomio

El objetivo de este escenario, es enseñar a los estudiantes a multiplicar un monomio (que no exceda del grado lineal) por un binomio (que tampoco exceda del grado lineal), manipulando algeblocks digitales usando el mouse o el ratón. Para ello se plantearán dos ejercicios que se tienen que resolver en el applet.

1- En primer lugar, acceder al applet en GeoGebra, creado especialmente para este escenario a través del siguiente enlace: https://www.geogebra.org/m/vbbhj32m

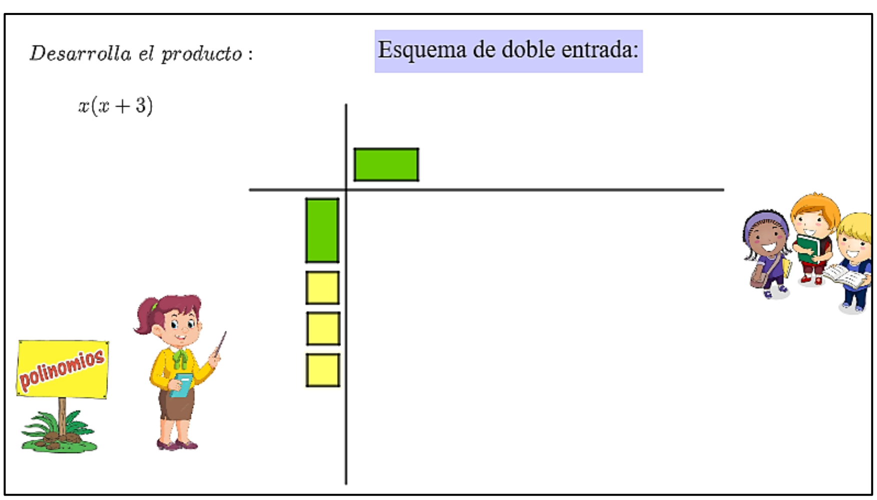
2- Luego aparecerá lo siguiente en pantalla.

Figura 11: Acceso al Escenario 2 en GeoGebra desde el navegador.



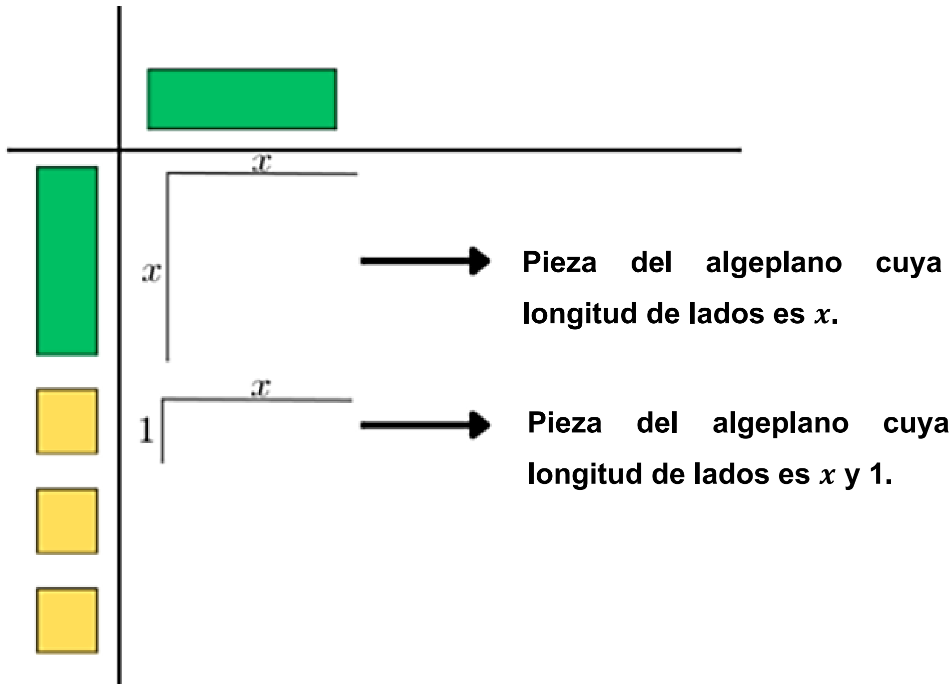
3- Realizar el Ejercicio 1: $x(x+3)$. Para ello, en el área de trabajo, se establecen las medidas del rectángulo colocando en el esquema de doble entrada las piezas correspondientes a cada uno de los factores. El factor 1 que en este caso es x, se coloca en la parte de arriba, y el factor 2, $x+3$, se coloca a un costado en la parte izquierda, así como se ilustra en la siguiente imagen:

Figura 12: Presentación del Esquema de doble entrada en el desarrollo de la multiplicación $x(x+3)$.



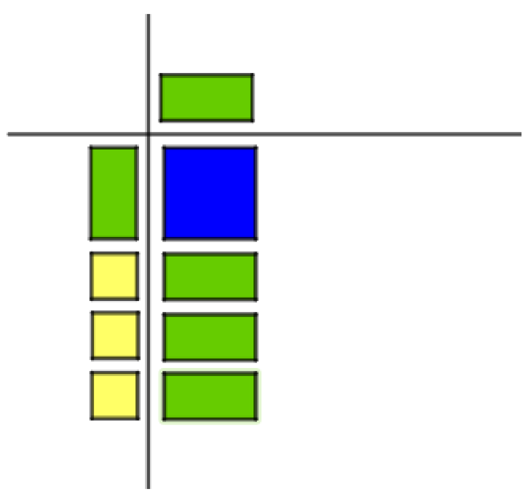
4- A continuación, se forma el rectángulo en la parte interna.

Figura 13: Proceso cognitivo que realiza el estudiante para determinar las piezas correctas a colocar, en función de las dimensiones de las piezas de los factores.



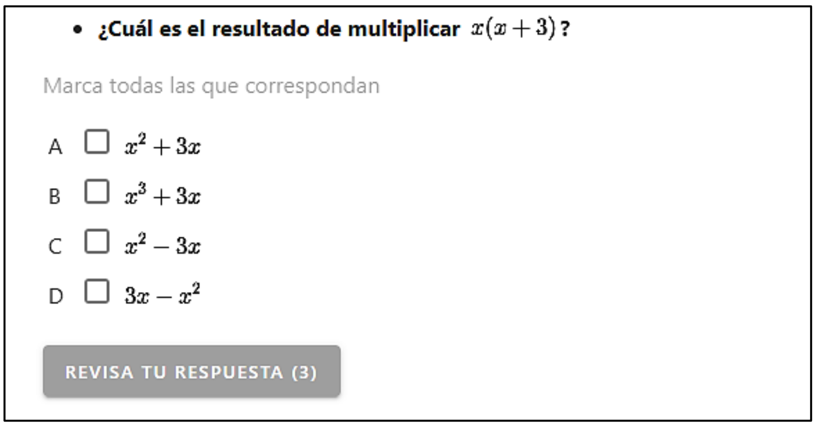
5- Acomodando las piezas en el área de trabajo, quedaría de la siguiente manera:

Figura 14: Proceso de construcción terminado en la multiplicación de $x(x+3)$.



6- Luego, se responde la pregunta de opción múltiple. Se tendrá como máximo tres oportunidades para acertar la respuesta. Al tercer intento fallido, inmediatamente muestra la opción correcta. En este caso, al realizar la suma de los términos que están representados por las piezas dentro del rectángulo, obtenemos: $x(x+3) = x^2 + 3x$.

Figura 15: Pregunta de opción múltiple del ejercicio 1, Escenario 2.



7- Repetir los pasos 3,4,5 y 6, para resolver el Ejercicio 2.

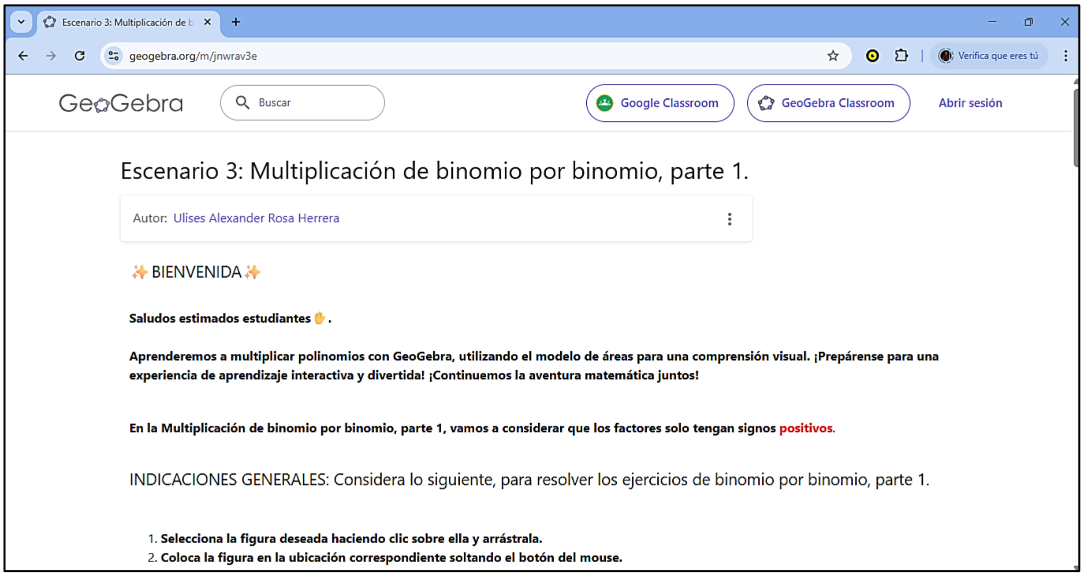
5.3.3. Escenario 3: Multiplicación de binomio por binomio, parte 1

El objetivo de este escenario, es enseñar a los estudiantes a multiplicar un binomio (que no exceda del grado lineal) por otro binomio (que tampoco exceda del grado lineal), manipulando algeblocks digitales usando el mouse. Además, en la parte 1, solo se consideran ejercicios con factores que solo tengan signos positivos (+). Para ello se plantearán dos ejercicios que se tienen que resolver en el applet.

1- En primer lugar, acceder al applet en GeoGebra, creado especialmente para este escenario a través del siguiente enlace: https://www.geogebra.org/m/jnwrav3e

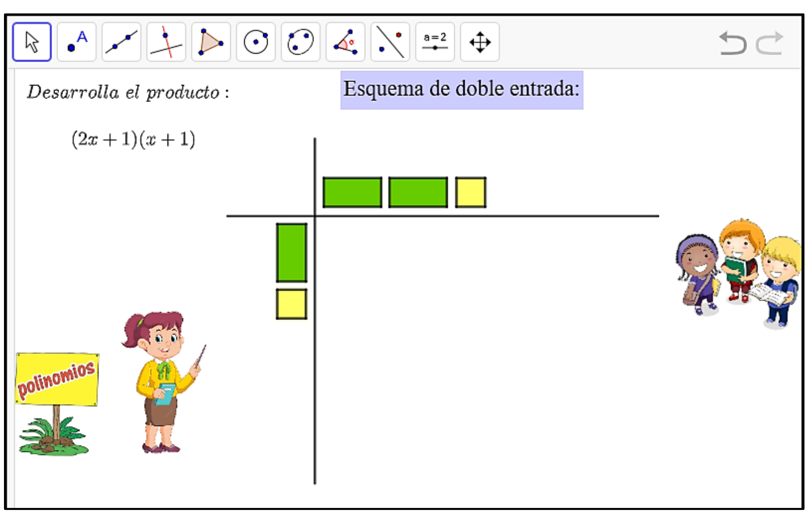
2- Luego aparecerá lo siguiente en pantalla.

Figura 16: Acceso al Escenario 3 en GeoGebra desde el navegador.



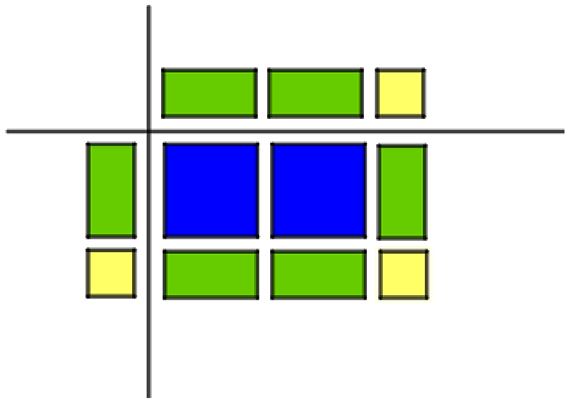
3- Realizar el Ejercicio 1: $(2x + 1)(x + 1)$. A continuación, en el área de trabajo, se establecen las medidas del rectángulo colocando en el esquema de doble entrada las piezas correspondientes a cada uno de los factores. El factor 1 que en este caso es $2x + 1$, se coloca en la parte de arriba, y el factor 2, $x + 1$, se coloca a un costado en la parte izquierda, así como se presenta en la siguiente imagen:

Figura 17: Presentación del Esquema de doble entrada en el desarrollo de la multiplicación $(2x + 1)(x + 1)$.



4- Posteriormente, se construye el rectángulo en la parte interna. Acomodando las piezas en el área de trabajo, quedaría de la siguiente forma:

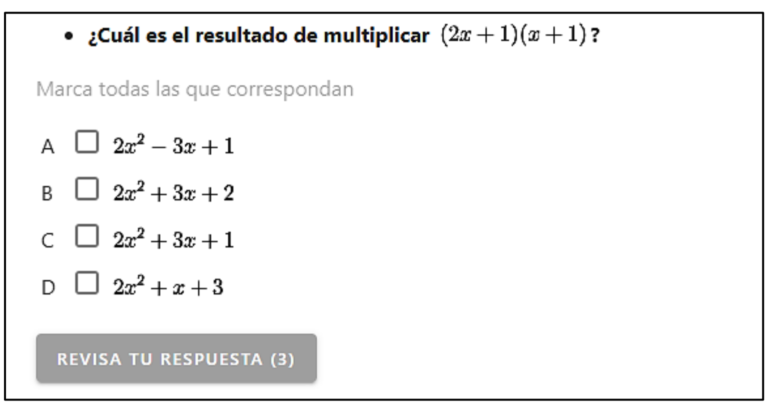
Figura 18: Proceso de construcción terminado en la multiplicación de $(2x+1)(x+1)$.



5- Después, se responde la pregunta de opción múltiple. Se tendrá como máximo tres oportunidades para acertar la respuesta. Al tercer intento erróneo, inmediatamente muestra la opción correcta. En este caso, al realizar la suma de los términos que están representados por las piezas dentro del rectángulo, obtenemos:

$(2x+1)(x+1) = 2x^2 + 3x + 1.$

Figura 19: Pregunta de opción múltiple del ejercicio 1, Escenario 3.



- **¿Cuál es el resultado de multiplicar** $(2x+1)(x+1)$ **?**

Marca todas las que correspondan

A ☐ $2x^2 - 3x + 1$

B ☐ $2x^2 + 3x + 2$

C ☐ $2x^2 + 3x + 1$

D ☐ $2x^2 + x + 3$

REVISA TU RESPUESTA (3)

6- Repetir los pasos 3,4 y 5 para resolver el Ejercicio 2.

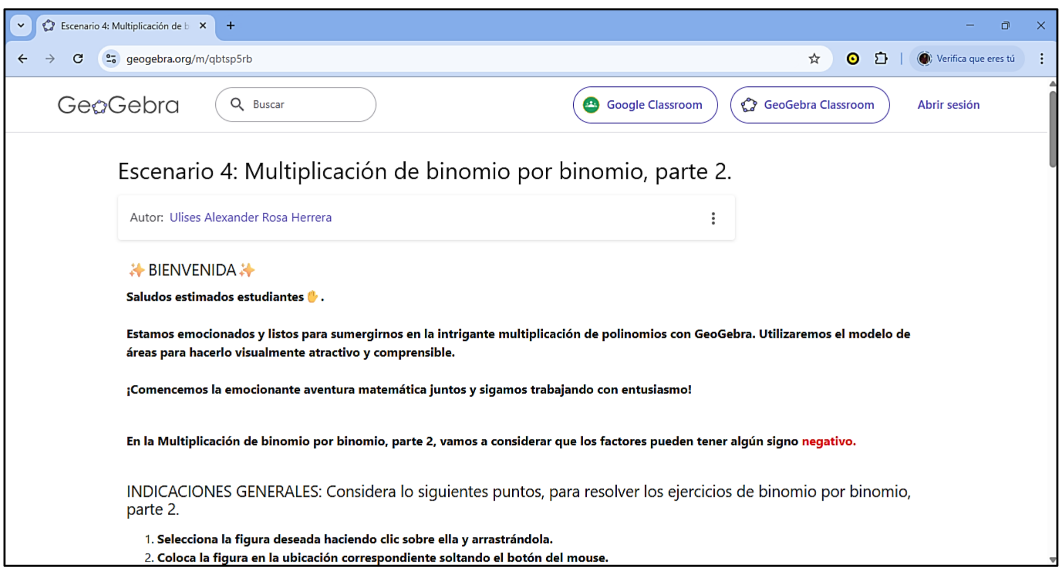
5.3.4. *Escenario 4: Multiplicación de binomio por binomio, parte 2*

El objetivo de este escenario, es enseñar a los estudiantes a multiplicar un binomio (que no exceda del grado lineal) por otro binomio (que tampoco exceda del grado lineal), manipulando algeblocks digitales usando el mouse. Además, en la parte 2, los factores o binomios pueden tener signos negativos $(-)$. Para ello se plantearán dos ejercicios que se tienen que resolver en el applet.

1- En primer lugar, acceder al applet en GeoGebra, creado especialmente para este escenario a través del siguiente enlace: https://www.geogebra.org/m/qbtsp5rb

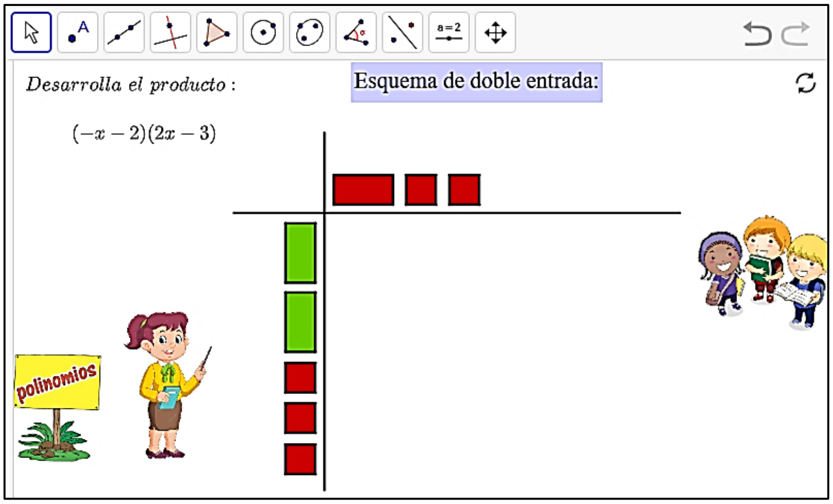
2- Luego aparecerá lo siguiente en pantalla.

Figura 20: Acceso al Escenario 4 en GeoGebra desde el navegador.



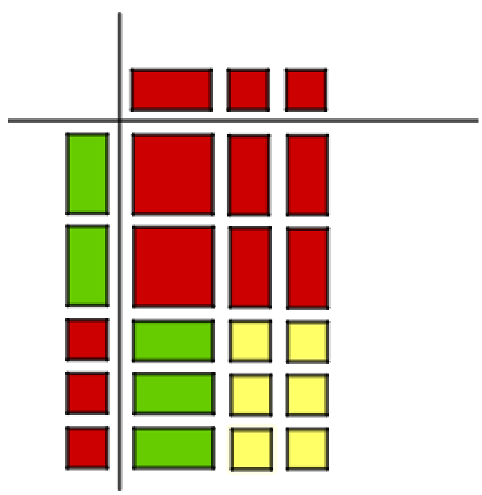
3- Realizar el Ejercicio 1: $(-x-2)(2x-3)$. Seguidamente, en el área de trabajo, se establecen las medidas del rectángulo colocando en el esquema de doble entrada las piezas correspondientes a cada uno de los factores. El factor 1 que en este caso es $-x-2$, se coloca en la parte de arriba, y el factor 2, $2x-3$, se coloca a un costado en la parte izquierda, así como se ilustra en la siguiente imagen:

Figura 21: Presentación del Esquema de doble entrada en el desarrollo de la multiplicación $(-x-2)(2x-3)$.



4- A continuación, se construye el rectángulo en la parte interna. Acomodando las piezas en el área de trabajo, quedaría de la siguiente manera:

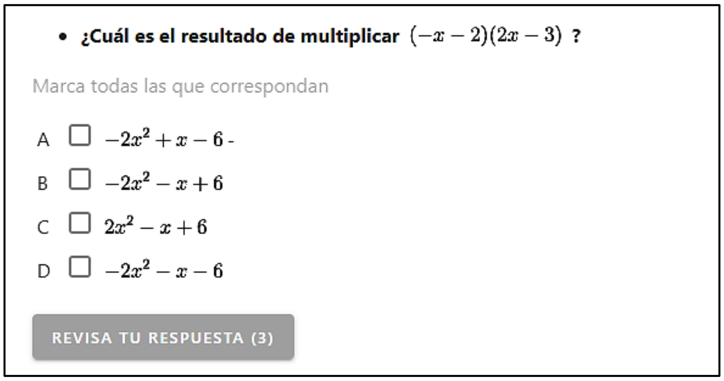
Figura 22: Proceso de construcción terminado en la multiplicación de $(-x-2)(2x-3)$.



5- Luego, se responde la pregunta de opción múltiple. Se tendrá como máximo tres oportunidades para acertar la respuesta. Al tercer intento erróneo, inmediatamente muestra la opción correcta. En este caso, al realizar la suma de los términos que están representados por las piezas dentro del rectángulo, obtenemos:

$(-x-2)(2x-3) = -2x^2 - x + 6.$

Figura 23: Pregunta de opción múltiple del ejercicio 1, Escenario 4.



6- Repetir los pasos 3,4 y 5 para desarrollar el Ejercicio 2.

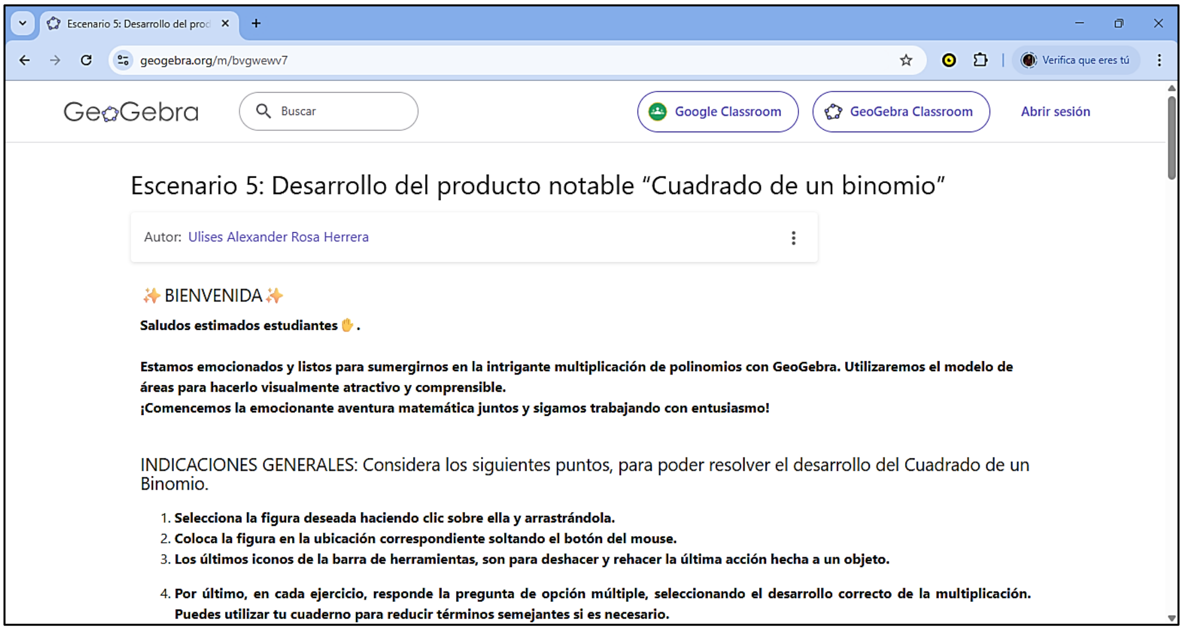
5.3.5. Escenario 5: Desarrollo del producto notable “Cuadrado de un binomio”

El objetivo de este escenario, es enseñar a los estudiantes a multiplicar un caso especial de la multiplicación de binomio por binomio (que es cuando ambos factores son iguales), en la manipulación de algeblocks digitales usando el mouse. Para ello se plantearán dos ejercicios que se tienen que resolver en el applet.

1- En primer lugar, acceder al applet en GeoGebra, creado especialmente para este escenario a través del siguiente enlace: https://www.geogebra.org/m/bvgwewv7

2- Luego aparecerá lo siguiente en pantalla.

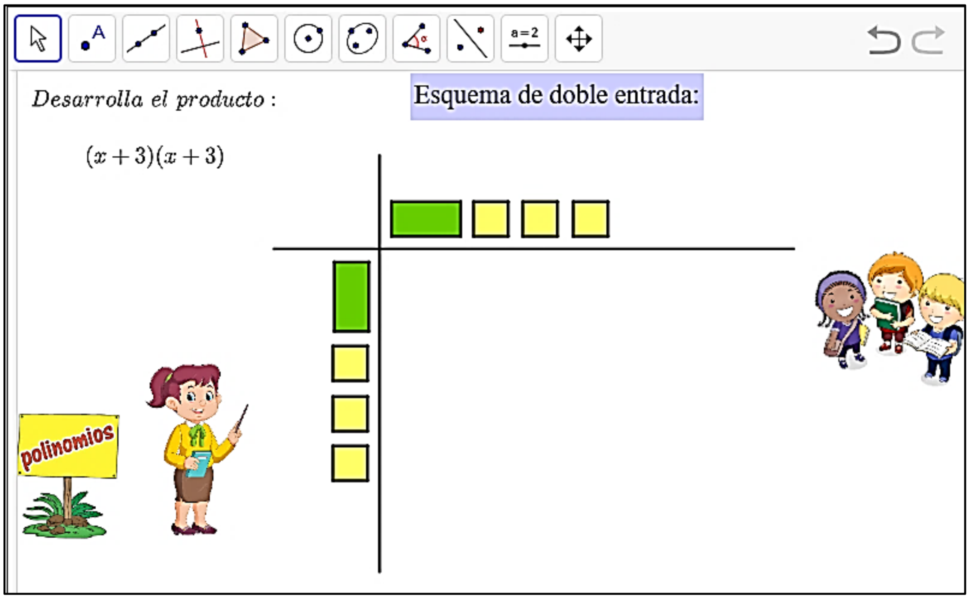
Figura 24: Acceso al Escenario 5 en GeoGebra desde el navegador.



3- Después de leer las indicaciones generales, realizar el Ejercicio 1: Desarrolla el siguiente producto notable $(x+3)^2$. Expresamos el cuadrado de un binomio como una multiplicación de dos factores, entonces $(x+3)^2 = (x+3)(x+3)$.

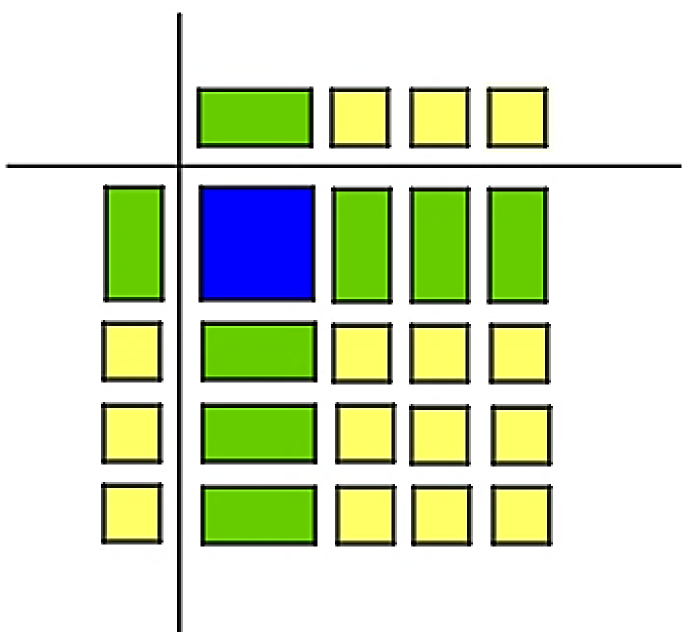
4- Posteriormente, en el área de trabajo, se determinan las medidas del cuadrado colocando en el esquema de doble entrada las piezas correspondientes a cada uno de los factores. El factor 1 es $x+3$, se coloca en la parte de arriba, y el factor 2, $x+3$, se coloca a un costado en la parte izquierda. Notar que, en este caso, el factor 1 y el factor 2 coinciden. Lo anterior se ilustra en la siguiente imagen:

Figura 25: Presentación del Esquema de doble entrada en el desarrollo de la multiplicación $(x+3)(x+3)$.



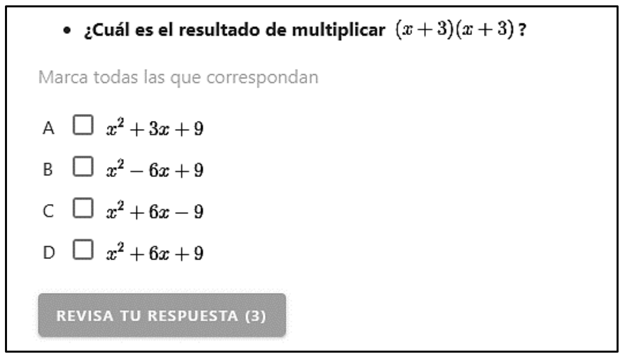
5- A continuación, se construye el rectángulo en la parte interna. Arrastrando y acomodando las piezas en el área de trabajo, quedaría de la siguiente forma:

Figura 26: Proceso de construcción terminado en la multiplicación de $(x+3)(x+3)$.



6- Luego, se responde la pregunta de opción múltiple. Se tendrá como máximo tres oportunidades para acertar la respuesta. Al tercer intento incorrecto, enseguida se muestra la opción correcta. En este caso, al realizar la suma de los términos que están representados por las piezas dentro del rectángulo, obtenemos: $(x+3)(x+3) = x^2 + 6x + 9$, lo cual significa que $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$.

Figura 27: Pregunta de opción múltiple del ejercicio 1, Escenario 5.



7- Repetir los pasos 4, 5 y 6 para desarrollar el Ejercicio 2.

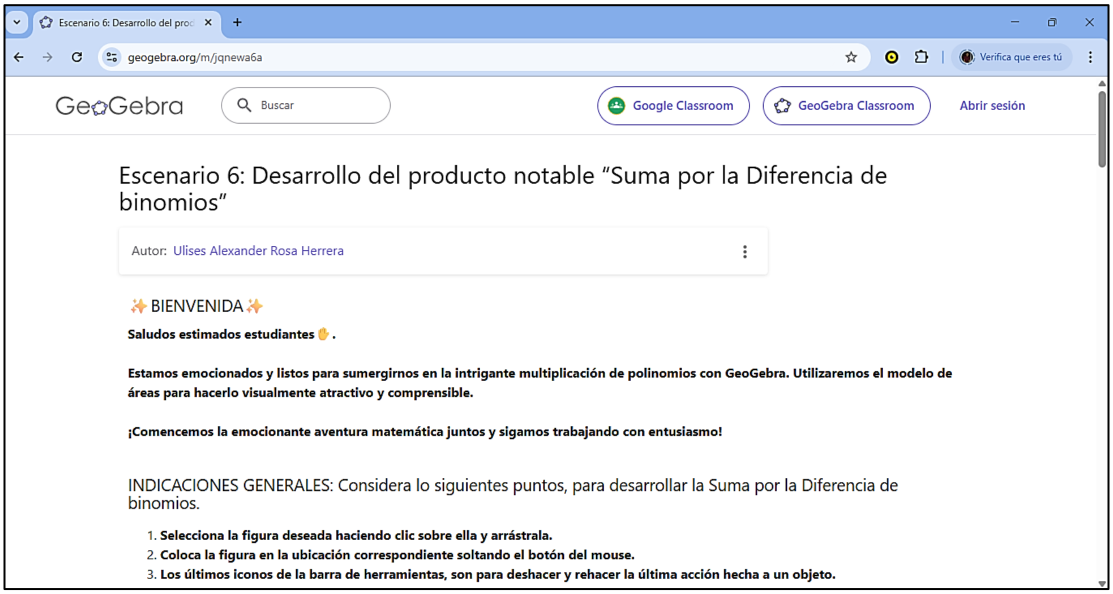
5.3.6. Escenario 6: Desarrollo del producto notable "Suma por la diferencia de binomios"

El objetivo de este escenario, es enseñar a los estudiantes a multiplicar un caso especial de la multiplicación de binomio por binomio (que es cuando un factor se le conoce como "suma" y al otro factor como "diferencia"), en la manipulación de algeblocks digitales usando el mouse. Para ello se plantearán dos ejercicios que se tienen que resolver en el applet.

1- En primer lugar, acceder al applet en GeoGebra, creado especialmente para este escenario a través del siguiente enlace: https://www.geogebra.org/m/jqnewa6a

2- Luego aparecerá lo siguiente en pantalla.

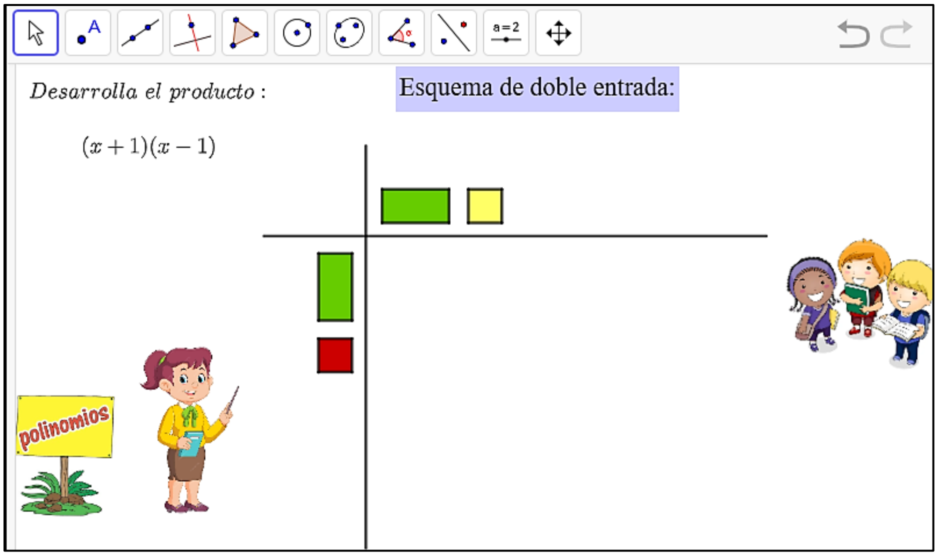
Figura 28: Acceso al Escenario 6 en GeoGebra desde el navegador.



3- Después de leer las indicaciones generales, realizar el Ejercicio 1: Desarrolla el siguiente producto notable $(x+1)(x-1)$.

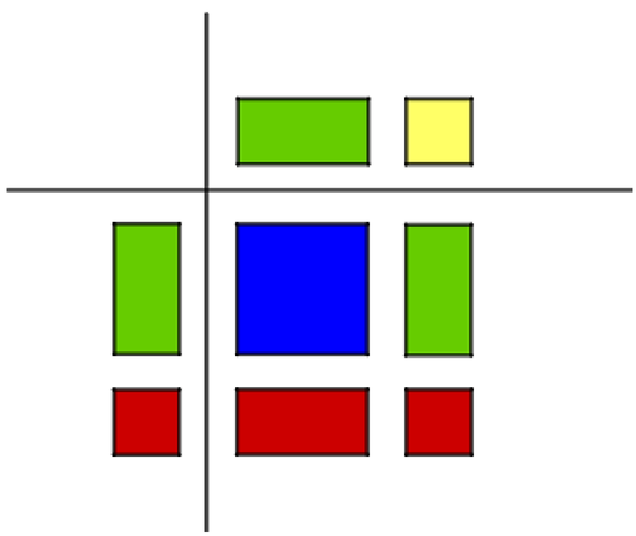
4- Posteriormente, en el área de trabajo, se determinan las medidas del cuadrado colocando en el esquema de doble entrada las piezas correspondientes de cada uno de los factores. El factor 1 es $x+1$, se coloca en la parte de arriba, y el factor 2, $x-1$, se coloca a un costado en la parte izquierda. Lo anterior se muestra en la siguiente ilustración:

Figura 29: Presentación del Esquema de doble entrada en el desarrollo de la multiplicación $(x+1)(x-1)$.



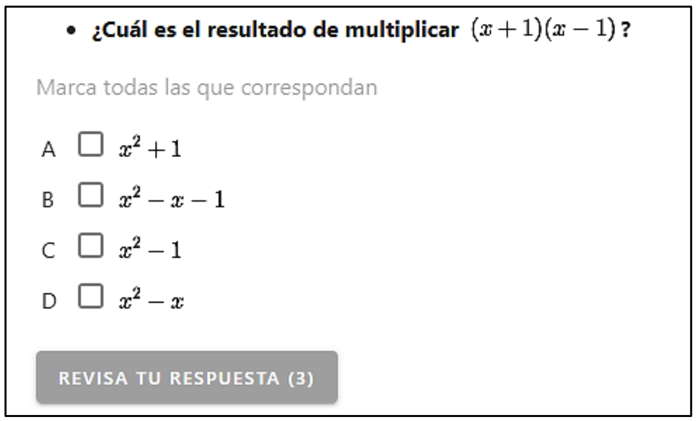
5- Luego, se construye el rectángulo en la parte interna. Arrastrando y acomodando las piezas en el área de trabajo, quedaría de la siguiente manera:

Figura 30: Proceso de construcción terminado en la multiplicación de $(x+1)(x+1)$.



6- A continuación, se responde la pregunta de opción múltiple. Se tendrá como máximo tres oportunidades para acertar la respuesta. Al tercer intento erróneo, inmediatamente se muestra la opción correcta. En este caso, al realizar la suma de los términos que están representados por las piezas dentro del rectángulo, se obtiene que: $(x+1)(x-1)=x^2-1$.

Figura 31: Pregunta de opción múltiple del ejercicio 1, Escenario 6.



7- Repetir los pasos 4, 5 y 6 para desarrollar el Ejercicio 2.

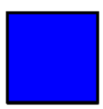
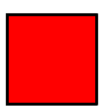
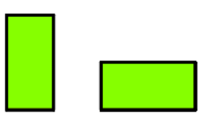
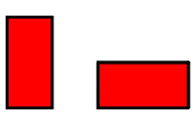
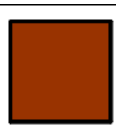
Notar una particularidad observada desde el escenario 1 hasta el escenario 6, que, en la utilización del esquema de doble entrada, únicamente se colocan en la parte superior e izquierda piezas de área rectangulares y/o cuadrados unidad. Bajo ningún concepto se deben colocar piezas cuadradas x^2 o $-x^2$, en los factores.

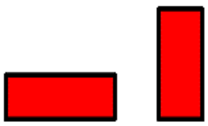
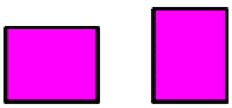
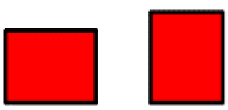
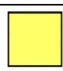
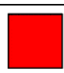
5.3.7. Escenario 7: Multiplicación de polinomios con dos variables

Como se ha observado anteriormente, desde el escenario 1 hasta el escenario 6, solo se ha trabajado con una variable ("x") en la multiplicación de polinomios. Pero todavía no se ha abordado la manera en cómo resolver, por ejemplo, $(2x+2)(-y+2)$ o incluso una multiplicación de trinomio por trinomio como lo es $(x+y-1)(x-y+3)$. Una vez el estudiante haya comprendido en su totalidad los primeros seis escenarios, es el momento perfecto para introducir la variable "y" en la resolución de ejercicios.

Para ello es pertinente destacar, que seis nuevas piezas de algeblocks digitales se agregarán al applet de GeoGebra, además de las ya existentes en la variable “x”. Se considerará para el desarrollo de los ejercicios que "y" es mayor a “x” ($y > x$). Eso significa que visualmente la pieza y^2 se observará más grande que la pieza x^2, también que la pieza "y" se verá más grande que la pieza "x", análogamente sucederá con sus respectivas piezas negativas. A continuación, en la siguiente tabla se muestra una descripción visual, color, representación algebraica y dimensiones, de todas las piezas disponibles de ambas variables.

Tabla 4: Resumen de figuras de algeblocks para las variables “x” y “y”.

Figura	Color	Monomio asociado	Dimensiones
	**Azul**	x^2	$x \times x$
	**Rojo**	$-x^2$	$x \times x$
	**Verde**	x	$1 \times x$ **ó** $x \times 1$
	**Rojo**	$-x$	$1 \times x$ **ó** $x \times 1$
	**Marrón**	y^2	$y \times y$

	**Rojo**	$-y^2$	$y \times y$
	**Naranja**	y	$1 \times y$ ó $y \times 1$
	**Rojo**	$-y$	$1 \times y$ ó $y \times 1$
	**Morado**	xy	$x \times y$ ó $y \times x$
	**Rojo**	$-xy$	$x \times y$ ó $y \times x$
	**Amarillo**	1	1×1
	**Rojo**	1	1×1

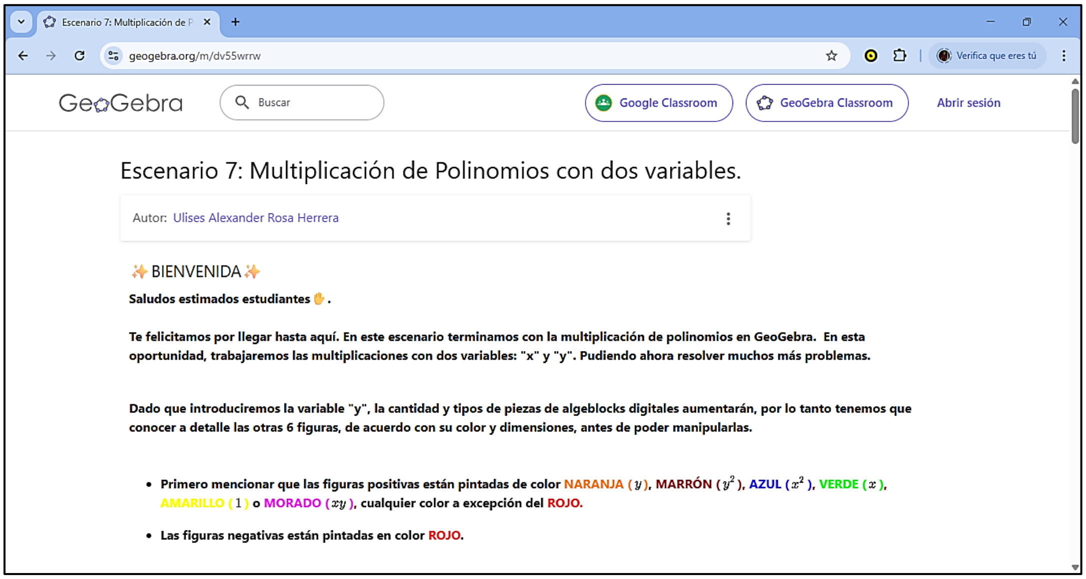
Fuente: Elaboración propia.

Para ello se plantearán algunos ejercicios que se tienen que resolver en el applet.

1- En primer lugar, acceder al applet en GeoGebra, creado especialmente para este escenario a través del siguiente enlace: https://www.geogebra.org/m/dv55wrrw

2- Luego aparecerá lo siguiente en pantalla.

Figura 32: Acceso al Escenario 7 en GeoGebra desde el navegador.

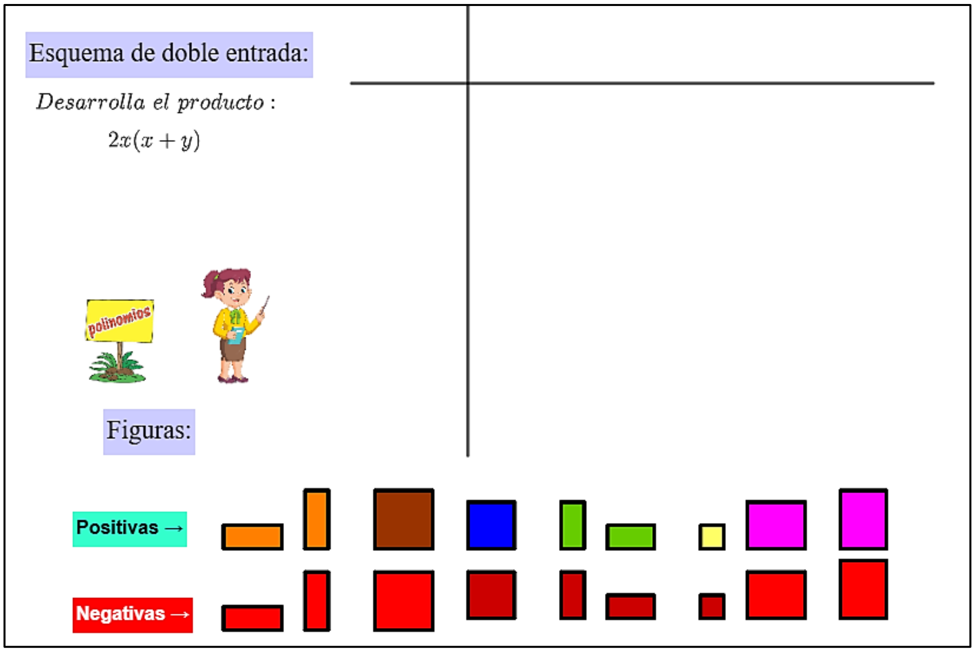


3- Luego se mostrará una tabla resumen de las figuras adicionales, su representación algebraica y sus dimensiones correspondientes, para la variable "y".

4- Después de leer las indicaciones generales, realizar el Ejercicio 1: Resolver $2x(x+y)$.

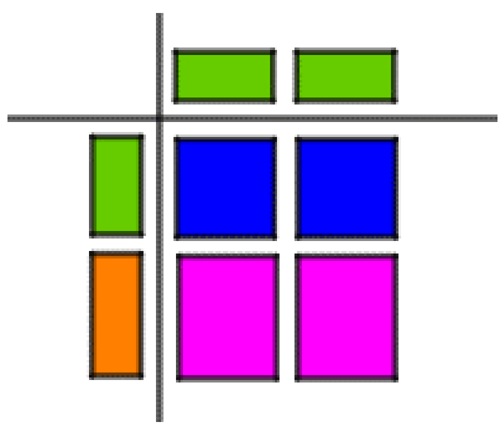
5- A continuación, en el área de trabajo, se determinan las medidas del rectángulo colocando en el esquema de doble entrada las piezas correspondientes de cada uno de los factores. El factor 1 es $2x$, se coloca en la parte de arriba, y el factor 2, $x+y$, se coloca a un costado en la parte izquierda. Lo anterior se muestra en la siguiente imagen:

Figura 33: Presentación del Esquema de doble entrada en el desarrollo de la multiplicación $2x(x+y)$.



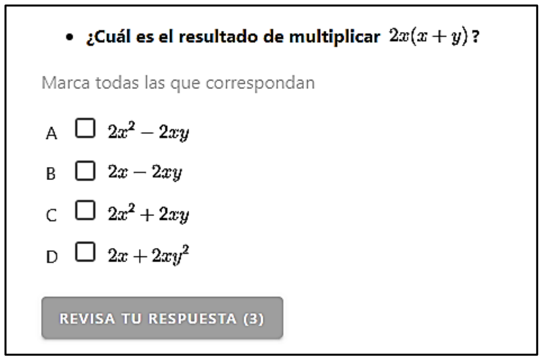
6- Posteriormente, se construye el rectángulo en la parte interna. Arrastrando y acomodando las piezas en el área de trabajo, quedaría de la siguiente forma:

Figura 34: Proceso de construcción terminado en la multiplicación de $2x\ (x+y)$.



7- Luego, se responde la pregunta de opción múltiple. Se tendrá como máximo tres oportunidades para acertar la respuesta. Al tercer intento fallido, inmediatamente se muestra la opción correcta. En este caso, al realizar la suma de los términos que están representados por las piezas dentro del rectángulo, se obtiene que: $2x(x + y) = 2x^2 + 2xy$.

Figura 35: Pregunta de opción múltiple del ejercicio 1, Escenario 7.



8- Repetir los pasos 5, 6 y 7 para desarrollar los ejercicios 2 y 3.

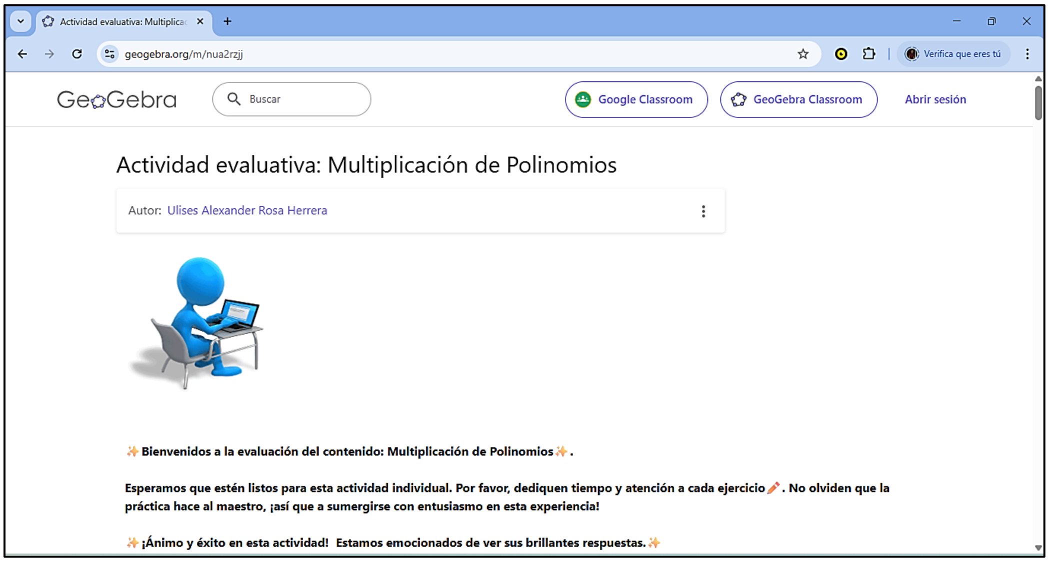
Observar una particularidad en el escenario 7: en la utilización del esquema de doble entrada, únicamente se colocan en la parte superior e izquierda piezas de área rectangulares $(x, -x, y\ o -y)$ y/o cuadrados unidad. Bajo ningún concepto se deben colocar piezas $x^2, -x^2, y^2, -y^2, xy\ o - xy$, en los factores.

5.3.8. Actividad de evaluación

Para finalizar, se realizará una evaluación individual en GeoGebra, la cual comprenderá ejercicios de los siete escenarios proporcionados. Los pasos a realizar son los siguientes:

1- Ingresar al siguiente enlace en el navegador: https://www.geogebra.org/m/nua2rzjj

Figura 36: Acceso a la Evaluación en GeoGebra desde el navegador.



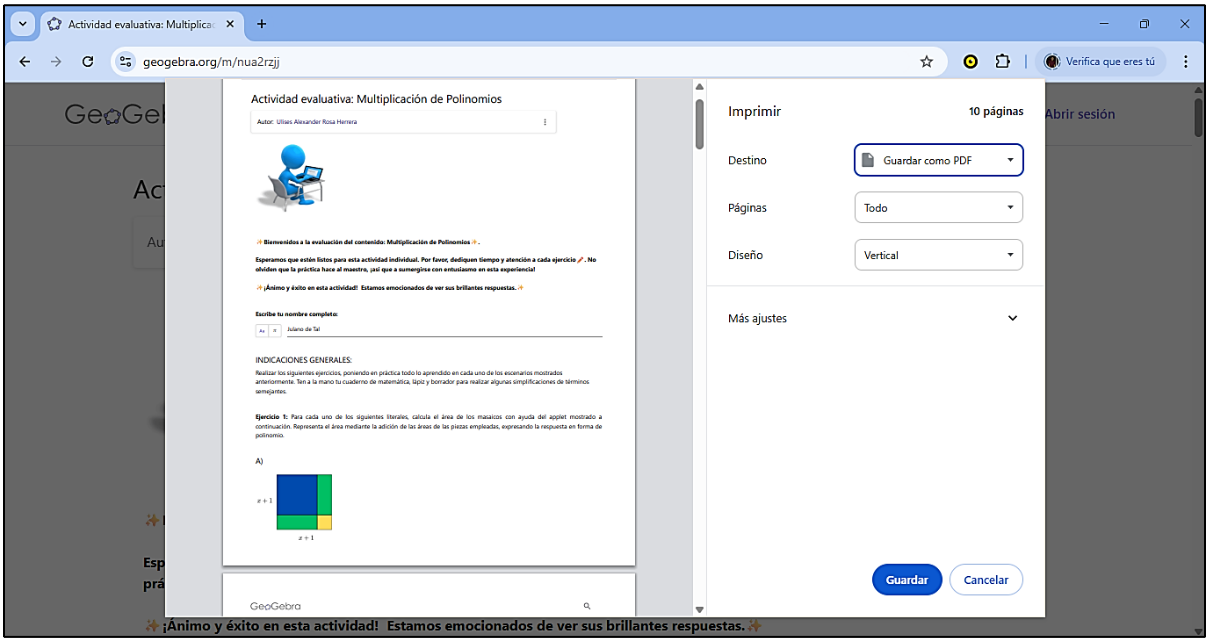
2- Escribir el nombre completo del estudiante, y posteriormente leer las indicaciones generales.

3- Resolver los literales A y B del ejercicio 1. (Escenario 1).

4- Resolver los literales A, B, C, D, E y F del ejercicio 2. En cada uno de ellos se presenta un applet en donde podrán realizar la construcción con algeblocks de la multiplicación de polinomios planteada; después responderán la pregunta de opción múltiple, en donde se encuentra el resultado algebraico correcto de dicha construcción.

5- Por último, se guardará en un archivo PDF la evidencia del procedimiento realizado por el estudiante en la evaluación. Primero presionar los tres puntos verticales que se encuentran en la parte superior derecha del navegador. Luego seleccionar la opción “Imprimir” o realizar la combinación de teclas “Ctrl + P”. Para finalizar, en la opción “Destino” seleccionar “Guardar como PDF”, y después hacer clic en el botón “Guardar” en la parte de abajo, para almacenar el archivo en la computadora. Así como se ilustra en la siguiente imagen:

Figura 37: Procedimiento para guardar el archivo en formato PDF de la evaluación.



5.4. Recursos

5.4.1. Carta didáctica

Tabla 5: Carta didáctica para el desarrollo de la estrategia didáctica innovadora.

Tema:	Multiplicación de Polinomios mediante el modelo de áreas, utilizando Algeblocks y GeoGebra, en los estudiantes de noveno grado del Complejo Educativo “Marcelino García Flamenco”, distrito de Torola.			
Asignatura:	Matemática y Datos			
Problemática	Multiplicación de Polinomios			
Competencia a desarrollar	**Actividades**		**Material didáctico y otras herramientas**	**Aplicación del Software**
	Enseñanza	**Aprendizaje**		
Desarrolla la capacidad para resolver ejercicios de Multiplicación de Polinomios, utilizando Algebloks en físico y applets en GeoGebra, para la manipulación,	Recordar los presaberes a los estudiantes sobre la multiplicación de polinomios, mediante la utilización de la pizarra. Lo anterior planteado de forma algebraica.	Al principio de la jornada, los estudiantes tendrán un espacio de participación, para responder preguntas, o pasar al pizarrón a intentar resolver de forma algebraica, alguna multiplicación de polinomios planteada por el docente.	• Bloques grandes y pequeños de cartoncillo de colores, que representan los Algeblocks. • Papel bond para la hoja en donde los estudiantes irán	La finalidad de incorporar GeoGebra en la enseñanza de la multiplicación de polinomios, junto con el uso de Algeblocks, es permitir que los estudiantes comprendan visual y dinámicamente un concepto que, para muchos, puede resultar abstracto, despertando su interés mediante una metodología novedosa y moderna.

visualización y consolidación del contenido, fortaleciendo el razonamiento matemático.	Se proporcionarán los Algeblocks a los estudiantes, explicando la manera de manipularlos correctamente, identificándolos y clasificándolos en piezas positivas o negativas, según su color, y también en cuadrados o rectángulos, según sus dimensiones. Se presentarán ejemplos variados de multiplicación de polinomios, (multiplicación de monomio por binomio, de binomio por binomio, etc.) todos ellos desarrollados en el pizarrón utilizando	Se formarán parejas de estudiantes, para la práctica dirigida por el docente, desarrollando ejemplos de la multiplicación de polinomios manipulando los algeblocks en físico para su resolución. Lo anterior se hará mientras los estudiantes escriben los resultados algebraicos de cada ejemplo en una hoja con un formato prediseñado.	contestando el resultado algebraico de los ejemplos realizados con algeblocks físicos. • Computadoras proporcionadas por el MINEDUCYT. • Acceso a internet. • Proyector/Cañón. • Diapositivas digitales en donde los estudiantes podrán seguir la	En primer lugar, se debe acceder a un navegador de internet. Luego escanear mediante código QR el enlace que se vinculará al libro de GeoGebra en donde están almacenados cada uno de los escenarios propuestos en la Multiplicación de Polinomios. • **Enlace del Libro:** https://www.geogebra.org/m/e8ezg6mv • **Enlace escenario 1:** https://www.geogebra.org/m/p3tdpewd • **Enlace escenario 2:** https://www.geogebra.org/m/vbbhj32m • **Enlace escenario 3:** https://www.geogebra.org/m/jnwrav3e

	material didáctico visual y atractivo, los cuales los estudiantes deberán replicar en parejas previamente organizadas. Luego el docente brindará un espacio de tiempo para que los estudiantes puedan despejar sus inquietudes, y posteriormente él pueda subsanarlas (si las hubiere), clarificando el proceso. Después, el docente pedirá a sus estudiantes que ingresen a sus computadoras, para la	Posteriormente los estudiantes podrán plantear preguntas o dudas al docente acerca del uso de los algeblocks, de algo que no hayan comprendido en su totalidad. Después, de forma individual cada estudiante utilizando su computadora, ingresará a los applets de	secuencia de la clase de manera lúdica. • Plumones. • Borrador de pizarra. • Metro. • Tirro. • Tijeras. • Lápices. • Pizarra. • Extensión eléctrica. • Libro ESMATE de Matemática y	• **Enlace escenario 4:** https://www.geogebra.org/m/qbtsp5rb • **Enlace escenario 5:** https://www.geogebra.org/m/bvgwewv7 • **Enlace escenario 6:** https://www.geogebra.org/m/jqnewa6a • **Enlace escenario 7:** https://www.geogebra.org/m/dv55wrrw A lo largo de la participación de los estudiantes y el desarrollo del contenido, será posible evidenciar el grado de dominio del tema y la comprensión que demuestran en el uso combinado de Algeblocks y

	realización de los mismos ejercicios hechos previamente de forma manipulativa, pero esta vez desarrollados en GeoGebra de forma individual, asegurándose de que todos tengan conexión a internet, para el éxito de la actividad. Para finalizar el docente realizará una reflexión grupal acerca del proceso de enseñanza: los estudiantes analizarán de qué manera el uso de estas herramientas	GeoGebra, siguiendo las indicaciones del docente, intentarán resolver los mismos ejercicios planteados previamente con Algeblocks físicos, pero ahora en diversos escenarios, aumentando paulatinamente la complejidad, conforme el grupo clase esté logrando adquirir la competencia. Por último, los estudiantes podrán realizar una reflexión grupal, en la cual pueden comentar con sus compañeros y/o con el docente, la experiencia de	Datos, de 9° Grado.	GeoGebra para resolver la multiplicación de polinomios. Para finalizar se realizará una pequeña evaluación en GeoGebra, de carácter individual, para determinar el nivel de aprendizaje adquirido por los estudiantes. El enlace es el siguiente: https://www.geogebra.org/m/nua2rzjj

	contribuyó a su comprensión de la multiplicación de polinomios, dándoles la oportunidad de que expresen su opinión, aspectos positivos o negativos, comentarios, etc.	aprendizaje desarrollada, exponiendo lo que les gustó, lo que no les gustó, y comparando la forma tradicional con la estrategia innovadora.		

Fuente: Elaboración propia.

5.4.2. Tiempo

El desarrollo de la estrategia didáctica se realizará en 135 minutos, distribuidos de la siguiente manera:

- Introducción teórica y manipulación física de los algeblocks. (60 minutos).
- Presentación de los algeblocks en applets de GeoGebra a través de diversos escenarios. (45 minutos)
- Evaluación individual en GeoGebra. (30 minutos).

6. RESULTADOS

- **Participación de los estudiantes:** Durante la fase inicial de la propuesta didáctica, se observó una participación prácticamente nula por parte de los estudiantes. Sin embargo, conforme se desarrollaron los ejemplos, los estudiantes comenzaron a adoptar una actitud más activa y comprometida. Este cambio progresivo les permitió integrarse de manera más efectiva en las dinámicas de aprendizaje propuestas, hasta alcanzar un nivel de autonomía en el que fueron capaces de desarrollar las tareas sin necesidad de intervención constante por parte del docente.

- **Comprensión del contenido:** La utilización de representaciones físicas, específicamente el uso de algebloks, tuvo un impacto positivo en la comprensión de los términos algebraicos. Estos materiales concretos facilitaron el proceso de abstracción y permitieron a los estudiantes visualizar y manipular conceptos que, tradicionalmente, resultan complejos en su forma simbólica. Como resultado, se evidenció una mejora significativa en la interpretación, formulación y resolución de ejercicios, reflejada en el desempeño académico de los estudiantes.

- **Solución de ejercicios:** Se evidenció una leve dificultad inicial para adaptarse a la forma propuesta de resolver los ejercicios. En general, el 71.5% de los estudiantes logró resolver todos los ejercicios con los algeblocks físicos sin ningún inconveniente. El otro 28.5% tuvo dificultades menores, que al final no impidieron la comprensión de la utilización de algebloks, aunque sí, demoraron un poco más.

- **Dominio de la herramienta tecnológica:** Casi a la mayoría de los estudiantes se les dificultó el uso de GeoGebra ya sea por falta de tiempo o de habilidades tecnológicas. Incluso hubo cuatro estudiantes que llevaron el celular en lugar de la computadora, razón por la cual tuvieron problemas en la realización de los escenarios y la evaluación. Solo dos estudiantes completaron con éxito todas las actividades designadas en GeoGebra.

- **Comentarios de los estudiantes:** La mayoría de estudiantes manifestaron que se divirtieron mucho construyendo con los algeblocks, tanto físicos como digitales. Algunos de ellos incluso opinaron que con los algeblocks lograron aprender por primera vez a multiplicar polinomios, algo que no pudieron adquirir en la Unidad 1 de la forma tradicional.

7. CONCLUSIONES

La implementación del uso de Algeblocks y GeoGebra en la enseñanza de la multiplicación de polinomios representó un cambio significativo en la forma en que los estudiantes se relacionaron con el contenido. Aunque al principio se observó escasa participación, conforme se desarrollaron las actividades, los estudiantes comenzaron a involucrarse más activamente, hasta alcanzar una actitud autónoma.

Los resultados fueron los siguientes para las competencias específicas:

El uso del modelo de áreas y de representaciones visuales concretas, mediante piezas físicas del algeplano, facilitó notablemente la comprensión de los procesos algebraicos. Muchos estudiantes, que antes mostraban dificultades con los métodos tradicionales, lograron resolver ejercicios con éxito gracias a esta estrategia, lo que se reflejó positivamente con la motivación y facilidad en la resolución de los ejercicios.

En cuanto al uso de GeoGebra, si bien algunos estudiantes presentaron dificultades por falta de habilidades digitales o acceso adecuado a dispositivos, esta herramienta permitió explorar escenarios que enriquecieron la experiencia de aprendizaje. La propuesta permitió introducir un esquema de doble entrada para representar productos de polinomios y visualizar resultados de forma dinámica, lo que, en ciertos casos, complementó favorablemente la comprensión de los temas.

Los comentarios de los estudiantes fueron mayoritariamente positivos: expresaron que por primera vez lograron entender cómo multiplicar polinomios gracias a los recursos manipulativos y digitales. En conjunto, la experiencia didáctica resultó enriquecedora y demostró que el uso combinado de materiales concretos y herramientas tecnológicas puede fortalecer significativamente la enseñanza del álgebra cuando se adapta a las necesidades del grupo.

Conclusiones finales:

Los resultados evidencian que el uso de materiales manipulativos como los Algeblocks, junto con el modelo de áreas, facilitó significativamente la comprensión de la multiplicación de polinomios. Los estudiantes lograron representar visualmente los procesos algebraicos y resolver ejercicios con mayor seguridad, superando las dificultades asociadas al enfoque tradicional.

Aunque el uso de GeoGebra presentó limitaciones por falta de habilidades digitales o acceso adecuado a dispositivos, su inclusión aportó valor en la representación dinámica de productos algebraicos, brindando retroalimentación y autoevaluación en el desarrollo de ejercicios. En conjunto, la propuesta demostró ser efectiva, motivadora y viable para fortalecer el aprendizaje del álgebra, especialmente en temas que requieren visualización y manipulación concreta.

8. BIBLIOGRAFÍA

Del Río, L. S. (2016). Enseñar y aprender cálculo con ayuda de la vista gráfica 3D de GeoGebra (Vol. 17). La Plata, Argentina: Revista Digital Matemática, Educación e Internet. Recuperado el 26 de julio de 2025

Dienes, Z. (1970). Conceptos algebraicos. Cap. 4 en La construcción de las matemáticas. Barcelona, España: Ed. Vicens-Vives. Recuperado el 18 de julio de 2025

González, J. V., Gutiérrez, R. D., & Sandoval, M. (2017). Desarrollo didáctico con GeoGebra como herramienta para la enseñanza en aplicaciones de mecanismos y diseño de maquinaria dentro de la ingeniería. Cuernavaca, México: XXIII Congreso Internacional Anual de la SOMIM. Recuperado el 26 de julio de 2025

Medrano, A., & Flores-Macías, R. D. (2018). Álgebra temprana como herramienta de análisis y comprensión de problemas aritméticos en primaria (Vol. IX). Cultura Educación y Sociedad. Recuperado el 11 de julio de 2025, de https://revistascientificas.cuc.edu.co/culturaeducacionysociedad/article/view/1808/1548

MINEDUCYT. (2019). Libro de Texto ESMATE 9° Matemática (Segunda ed.). El Salvador. Recuperado el 20 de julio de 2025

Pastells, Á. A., & Pincheira, N. (2022). EL CAMBIO: UN CONOCIMIENTO ESENCIAL DEL ÁLGEBRA TEMPRANA (Vol. IX). España: Revista científica ECOCIENCIA.

Resnick, L., & Ford, W. (1990). La enseñanza de la matemática y sus fundamentos psicológicos. Paidós.

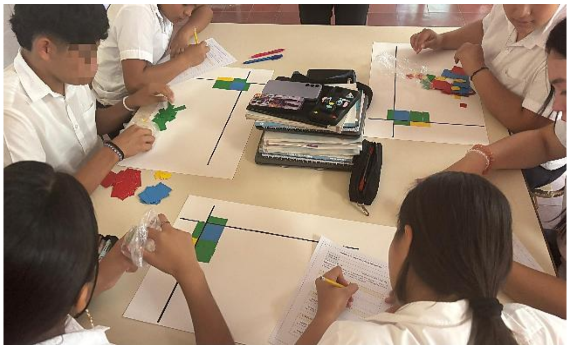
UNESCO. (1997). Estándares en educación: conceptos fundamentales. Recuperado el 14 de julio de 2025, de https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000183652

9. ANEXOS

Anexo 1: Comienzo de la jornada realizando un diagnóstico de los presaberes a los estudiantes sobre multiplicación de polinomios, planteando preguntas y ejercicios.

Anexo 2: Explicación de la multiplicación de polinomios $x(x+1)$ en la pizarra, ejemplificando la construcción que los estudiantes deben realizar en pareja.

Anexo 3: Los estudiantes de noveno grado en parejas, manipulando algeblocks de cartoncillo, construyendo el desarrollo de las multiplicaciones de polinomios, y escribiendo el resultado algebraico en la hoja proporcionada.



Anexo 4: Docentes resolviendo dudas y proporcionando orientación a los estudiantes de noveno grado, cuando lo requerían.

Anexo 5: Estudiantes concentrados, realizando la evaluación individual en GeoGebra en su computadora.