

**UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR
FACULTAD MULTIDISCIPLINARIA ORIENTAL
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES
PLANES DE ESTUDIOS COMPLEMENTARIOS
SECCIÓN DE EDUCACIÓN**



INFORME FINAL DEL CURSO DE ESPECIALIZACIÓN:
ÁLGEBRA LINEAL, CÁLCULO AVANZADO Y RECURSOS DIDÁCTICOS PARA LA
ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

TITULO DEL INFORME FINAL:
IMPLEMENTACIÓN DE ALGEBLOCKS CON GEOGEBRA EN EL DESARROLLO DE LA
MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS DEL LIBRO ESMATE PARA ESTUDIANTES DE
NOVENO GRADO DEL CENTRO ESCOLAR CANTÓN EL PAPALÓN CÓDIGO 19021
MUNICIPIO DE MONCAGUA, DISTRITO DE SAN MIGUEL CENTRO DEL AÑO 2024

PARA OPTAR AL GRADO ACADÉMICO DE:
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN, ESPECIALIDAD MATEMÁTICA

PRESENTADO POR:
ARANIVA ESTRADA, KARLA ELIZABETH N° CARNET AE18007
LIZAMA PINEDA, GABRIELA NIKOOL N° CARNET LP18015
ORELLANA SOTO, YANCI LISSETH N° CARNET OS18007
URRUTIA DE URRUTIA, ADA RAQUEL N° CARNET UU 22002

DOCENTE ASESOR:
ERICK YOVANI HERNÁNDEZ PÉREZ

FECHA:
SABADO 28 DE SEPTIEMBRE DE 2024

SAN MIGUEL, EL SALVADOR, CENTROAMÉRICA

UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR
AUTORIDADES



RECTOR

MSC. JUAN ROSA QUINTANILLA

VICERRECTOR ACADÉMICO

MSC. JUAN ROSA QUINTANILLA

VICERRECTOR ADMINISTRATIVO

DRA. EVELYN BEATRIZ FARFÁN

SECRETARIO GENERAL

MSC. ROGER ARIAS

DEFENSOR DE LOS DERECHOS UNIVERSITARIOS

LIC. PEDRO ROSALÍO ESCOBAR CASTANEDA

FISCAL GENERAL

LICDA. ANA RUTH AVELAR

FACULTAD MULTIDISCIPLINARIA ORIENTAL
AUTORIDADES



DECANO

MSC. CARLOS IVÁN HERNÁNDEZ FRANCO

VICEDECANA

DRA. NORMA AZUCENA FLORES RETANA

SECRETARIO

LIC. CARLOS DE JESÚS SÁNCHEZ

DIRECTOR GENERAL DE PROCESOS DE GRADO

MSC. EVER ANTONIO PADILLA LAZO

DIRECTOR DE LA ESCUELA O JEFE DE DEPARTAMENTO

LIC. BALMORE ALEXIS RODRIGUEZ OCHOA

COORDINADOR GENERAL DE PROCESOS DE GRADO

DR. ONEYDA YASMIN VELASQUEZ DE SERPAS

COORDINADORA GENERAL DE PLANES COMPLEMENTARIOS

LIC. KALLY JISSELL ZULETA PAREDES

INDICE GENERAL

RESUMEN	8
1. INTRODUCCIÓN	10
2. JUSTIFICACIÓN	12
3. COMPETENCIAS	14
3.1 Competencia General.....	14
3.2 Competencias Específicas	14
4. MARCO TEORICO	15
4.1 Antecedentes históricos.....	15
4.1.1 Evolución de la Enseñanza del Álgebra y la Multiplicación de Polinomios	15
4.1.2 Herramientas Manipulativas en Educación Matemática	15
4.1.3 Algeblocks y su Evolución	16
4.1.4 Evolución del Software Educativo en Matemáticas	16
4.1.5 Desarrollo de GeoGebra	16
4.1.6 Integración de Algeblocks con GeoGebra	17
4.1.7 Contexto Educativo y Adaptaciones Curriculares	17
4.2 Definición de Álgebra.....	17
4.2.1 Operaciones Básicas en Álgebra	18
4.2.2 Propiedades Algebraicas.....	24
4.2.3 Aplicación de las Operaciones Básicas en el algebra.....	25
4.2.4 Importancia de las Operaciones Básicas en Álgebra	25
4.2.5 Relación con Otras Áreas de las Matemáticas	25
4.2.6 Uso de Tecnologías en el Aprendizaje del Álgebra	26

4.2.7	Desafíos y Avances en la Enseñanza del Álgebra.....	26
4.2.8	Casos de Estudio e Investigación en el Aprendizaje del Álgebra.....	27
4.3	Algeblocks	27
4.3.1	Los Algeblocks permiten:	29
4.3.3	Aplicaciones específicas en la multiplicación.....	31
4.3.4	¿Cómo funcionan los Algeblocks?	31
4.3.5	Los beneficios de usar Algeblocks para la multiplicación:.....	34
4.3.6	Limitaciones y consideraciones:.....	34
4.4	GeoGebra.....	35
4.4.1.	Principales características de Geogebra.	35
4.4.2.	Ventajas de GeoGebra.....	36
4.4.3.	Recorrido por GeoGebra.....	37
4.4.4	Pasos para implementar Algeblocks en GeoGebra.	39
5.	METODOLOGIA	48
5.1	Descripción.....	48
5.2	Recursos	50
5.2.1	Carta didáctica	50
5.2.2	Recursos y herramientas	52
6.	RESULTADOS	53
7.	CONCLUSIONES	54
8.	BIBLIOGRAFIA	56
9.	ANEXOS	57

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Bloques de Algeblocks.	27
Figura 2: Representación de los 6 tipos de Algeblocks donde cada bloque representa una cantidad o variable específica tanto negativa como positiva y con su respectivo color...29	29
Ilustración 3: Representación de la expresión $x+2$ como base del rectángulo con Algeblocks.	31
Figura 4: Representación de la expresión $x-2$ como altura del rectángulo con Algeblocks.	32
Figura 5: Representación de la base del rectángulo con Algeblocks.	32
Figura 6: Representación de la altura del rectángulo con Algeblocks.	33
Figura 7: Representación del resultado de la multiplicación con Algeblocks de la expresión $(x+2)(x+2)$	33
Figura 8: Representación de las vistas de GeoGebra.	38
Figura 9: Como acceder a la herramienta de GeoGebra desde la web.	40
Figura 10: Utilizar la opción de polígono rígido.....	40
Figura 11: Creación del bloque unitario.....	41
Figura 12: Representación de como ocultar las etiquetas visibles.....	41
Figura 13: Representación de como cambiar la intensidad y color de la figura.	42
Figura 14: Creación de bloques, pero no desde cero utilizando el menú de barra de tareas.	42
Figura 15: Creación de un nuevo bloque desde la opción crear una nueva herramienta.43	43
Figura 16: Selecciona el bloque que desea para que salga en la barra de herramientas automáticamente.	43

Figura 17: Nombrar cada bloque según corresponda.....	44
Figura 18: Representación de la imagen que aparecerá.	44
Figura 19: Representación del bloque en la barra de herramientas.	44
Figura 20: Representación de las 9 piezas de Algeblocks con su respectivo color.	46
Figura 21: Ordenar los Aalgeblocks en la barra de herramientas de forma más conveniente.	47
Figura 22: Guardar y compartir la interfaz creada.	47

INDICE DE ANEXOS

Anexo 1: Presentación y bienvenida a los estudiantes de noveno grado del taller a impartir.	57
Anexo 2: Inicio del taller con saberes previos como la multiplicación de polinomios de forma algebraica, donde les realizamos preguntas sobre lo que acordaban.	57
Anexo 3: Luego les hablamos sobre los bloques de Algeblocks, definición y la presentación de cada bloque con su respectivo color.	58
Anexo 4: Luego de impartir la teoría de Algeblocks realizamos dos ejemplos utilizando los Algeblocks de forma manipulable, así como también pasaron dos estudiantes a realizarlo al frente.	59
Anexo 5: Los estudiantes de noveno grado en pareja realizando un ejemplo de multiplicación de polinomios $2x(3x+4)$ con Algeblocks elaborados de foamy.....	60
Anexo 6: Explicación de Algeblocks usando GeoGebra, donde cada uno de los niños y niña iban siguiendo los pasos con su computadora.....	61
Anexo 7: Los estudiantes de noveno grado resolviendo un ejercicio de multiplicación de polinomios con Algeblocks usando GeoGebra.	62

RESUMEN

En la presente propuesta se aborda un tema indispensable en el transcurso de la educación en el área de matemática, cómo lo son la multiplicación de polinomios. La importancia del contenido no reside solamente en su momento de estudio dentro del programa de la asignatura; ya que su utilización se extiende a los futuros contenidos de educación media. Debido a la importancia que posee dicho contenido se observa la necesidad de innovar su proceso de enseñanza, incluyendo nuevas metodologías, recursos didácticos y virtuales para mejorar la calidad del aprendizaje adquirido por los estudiantes.

Dicho contenido siempre ha representado un obstáculo dentro del proceso de aprendizaje debido a la forma abstracta de enseñarlo. La falta de conocimiento sobre las distintas plataformas virtuales que facilitan el proceso de enseñanza de dicho contenido mantiene la forma tradicional de enseñarlo, por lo cual la competencia de dicha propuesta va orientada a dar a conocer a los estudiantes del Centro Escolar Cantón El Papalón el material didáctico Algeblocks y el programa GeoGebra.

GeoGebra es un software gratuito en el que se propicien varios tipos de aprendizajes que pueden ser individuales o grupales que permite crear y manipular construcciones geométricas de todo tipo. Lo que se persigue con la presente propuesta es dar a conocer el uso de los Algeblocks para la multiplicación de polinomios y la herramienta GeoGebra para así motivar a los estudiantes para que tengan una forma de estudio fuera de lo tradicional Y que comprendan que los recursos virtuales conllevan a una mejora en el aprendizaje.

Palabras Claves: Matemática; Algeblocks; GeoGebra; Enseñanza-Aprendizaje; Multiplicación de Polinomios.

ABSTRACT

This proposal addresses an indispensable topic in the course of education in the area of mathematics, such as polynomial multiplication. The importance of the content does not only reside in the moment of study within the program of the subject; since its use extends to the future contents of secondary education. Due to the importance of this content, there is a need to innovate the teaching process, including new methodologies, didactic and virtual resources to improve the quality of learning acquired by students.

This content has always represented an obstacle in the learning process due to the abstract way of teaching it. The lack of knowledge about the different virtual platforms that facilitate the teaching process of this content maintains the traditional way of teaching it, so the competence of this proposal is oriented to introduce the students of the Canton El Papalon School Center to the didactic material Algeblocks and the program GeoGebra.

GeoGebra is a free software that promotes various types of learning that can be individual or group that allows to create and manipulate geometric constructions of all kinds. The purpose of this proposal is to introduce the use of Algeblocks for the multiplication of polynomials and the GeoGebra tool in order to motivate students to have a way of studying outside the traditional and to understand that virtual resources lead to an improvement in learning.

Keywords: Mathematics; Algeblocks; GeoGebra; Teaching-Learning; Polynomial Multiplication.

1. INTRODUCCIÓN

La enseñanza de la multiplicación de polinomios es un concepto fundamental en el álgebra, representa un desafío significativo para los estudiantes de noveno grado. La multiplicación de polinomios no solo exige habilidades aritméticas y algebraicas, sino que también requiere una comprensión profunda de la estructura algebraica y las relaciones entre términos. La complejidad inherente de esta operación hace que sea crucial emplear estrategias educativas que faciliten el aprendizaje y mejoren la comprensión conceptual.

En respuesta a esta necesidad, la presente propuesta tiene como objetivo introducir la herramienta GeoGebra junto con el uso de Algeblocks como herramientas complementarias en el desarrollo de la multiplicación de polinomios. Esta propuesta se basa en la premisa de que la integración de recursos tecnológicos interactivos puede transformar el proceso de enseñanza-aprendizaje al proporcionar a los estudiantes una manera más visual, manipulativa y significativa de abordar los conceptos algebraicos complejos.

La multiplicación de polinomios es un concepto fundamental que prepara a los estudiantes para abordar temas más complejos en matemáticas. Sin embargo, la abstracción de la operación puede dificultar su comprensión. Los métodos tradicionales de enseñanza suelen centrarse en la práctica repetitiva y la aplicación de algoritmos, lo que puede no ser suficiente para todos los estudiantes, especialmente aquellos que necesitan una representación más concreta y visual de los conceptos.

Algeblocks es una herramienta educativa diseñada para representar y manipular visualmente expresiones algebraicas. Su enfoque basado en bloques físicos o virtuales permite a los estudiantes ver y manipular directamente los términos de una expresión, lo que ayuda a

comprender cómo se combinan y simplifican durante la multiplicación de polinomios. Este método tangible y visual facilita una comprensión más intuitiva y práctica de las operaciones algebraicas.

GeoGebra, por otro lado, es una plataforma matemática dinámica que combina geometría, álgebra y cálculo en un entorno interactivo. Permite a los estudiantes explorar conceptos algebraicos mediante gráficos y simulaciones, proporcionando una representación visual de las expresiones y operaciones. Su capacidad para crear y manipular representaciones gráficas en tiempo real ofrece a los estudiantes una forma de experimentar y entender la multiplicación de polinomios de manera más dinámica y visual.

La combinación de estos dos recursos proporciona una experiencia de aprendizaje multimodal, donde los estudiantes pueden interactuar con el material de forma concreta y digital, favoreciendo una comprensión más profunda y duradera de la multiplicación de polinomios.

Se espera que la implementación de Algeblocks con GeoGebra ofrezca varios beneficios, incluyendo una mayor comprensión de la multiplicación de polinomios, un aumento en la participación y el interés de los estudiantes, y una mejora en la capacidad para resolver problemas algebraicos complejos.

2. JUSTIFICACIÓN

La multiplicación de polinomios es un tema clave en el desarrollo matemático de los estudiantes. Sin embargo, a menudo se percibe como abstracto y desafiante. La incorporación de Algeblocks, junto con GeoGebra, busca proporcionar una representación visual y manipulable de los conceptos algebraicos, haciendo que el aprendizaje sea más accesible y significativo para los estudiantes.

El uso de Algeblocks y GeoGebra en la enseñanza de la multiplicación de polinomios se justifica por varias razones pedagógicas y metodológicas:

- 1. Facilitación del Aprendizaje Conceptual:** La multiplicación de polinomios es a menudo percibida como un proceso abstracto y difícil de visualizar. Algeblocks permiten a los estudiantes descomponer y manipular los términos de los polinomios físicamente, lo que facilita la comprensión de la estructura y la lógica detrás de las operaciones algebraicas. GeoGebra, al ofrecer representaciones gráficas y animaciones dinámicas, complementa este aprendizaje al permitir que los estudiantes visualicen el proceso de multiplicación en un entorno digital interactivo.
- 2. Fomento de la Participación Activa:** La implementación de estas herramientas promueve un aprendizaje activo, donde los estudiantes son parte del proceso de descubrimiento y construcción del conocimiento. Este enfoque interactivo y práctico involucra a los estudiantes de manera más efectiva que las metodologías tradicionales, aumentando su motivación y comprensión.
- 3. Adaptabilidad a Diferentes Estilos de Aprendizaje:** Algeblocks y GeoGebra atienden a diferentes estilos de aprendizaje. Los estudiantes kinestésicos, que aprenden mejor a

través de la manipulación física de objetos, se benefician del uso de Algeblocks. Al mismo tiempo, los estudiantes visuales y tecnológicos encuentran en GeoGebra una herramienta poderosa para comprender conceptos abstractos de manera visual.

- 4. Preparación para el Aprendizaje Futuro:** El dominio de la multiplicación de polinomios es esencial para el estudio de temas más avanzados en álgebra y cálculo. Al utilizar herramientas como Algeblocks y GeoGebra, los estudiantes desarrollan una comprensión sólida que les permitirá abordar con confianza y éxito temas más complejos en el futuro.
- 5. Inclusión de Tecnología en el Aula:** En un mundo donde la tecnología es cada vez más relevante, integrar herramientas digitales como GeoGebra en el proceso de enseñanza-aprendizaje prepara a los estudiantes para un entorno académico y profesional que exige competencia tecnológica. Además, GeoGebra permite un aprendizaje más flexible y accesible, ya que puede ser utilizado tanto en el aula como fuera de ella.

En conclusión, la implementación de Algeblocks junto con GeoGebra en la enseñanza de la multiplicación de polinomios no solo mejora la comprensión de este tema crucial, sino que también enriquece el proceso de aprendizaje al hacerlo más interactivo, accesible y adaptado a las necesidades individuales de los estudiantes.

3.COMPETENCIAS

3.1 Competencia General

Desarrolla la capacidad de comprender y aplicar conceptos algebraicos de manera crítica y reflexiva mediante el uso de recursos manipulativos y tecnológicos, fortaleciendo así el razonamiento matemático.

3.2 Competencias Específicas

- Emplea el Algeblocks y GeoGebra para modelar y resolver problemas relacionados con la multiplicación de polinomios.
- Desarrolla habilidades de resolución de problemas, mediante la integración visual y simbólica en la multiplicación de polinomios.
- Compara los resultados obtenidos mediante Algeblocks y GeoGebra con los métodos algebraicos tradicionales.

4. MARCO TEORICO

4.1 Antecedentes históricos

4.1.1 Evolución de la Enseñanza del Álgebra y la Multiplicación de Polinomios

La enseñanza del álgebra ha experimentado una evolución significativa desde sus inicios en la antigüedad hasta la educación moderna. Desde los primeros métodos de resolución de ecuaciones en la antigua Babilonia y Egipto, pasando por los desarrollos algebraicos de los matemáticos árabes como Al-Khwarizmi, hasta la formalización del álgebra en la Europa del Renacimiento, el campo ha avanzado notablemente.

La multiplicación de polinomios, en particular, se ha vuelto un componente crucial del álgebra en la educación secundaria. Originalmente, las técnicas eran enseñadas de manera muy manual, con poco uso de visualizaciones o herramientas interactivas. El desarrollo de métodos algebraicos más sistemáticos y la introducción de la notación algebraica moderna en el siglo XIX hicieron que la enseñanza de temas como la multiplicación de polinomios se volviera más estructurada.

4.1.2 Herramientas Manipulativas en Educación Matemática

Desde principios del siglo XX, las herramientas manipulativas han jugado un papel crucial en la enseñanza de las matemáticas. Estas herramientas permiten a los estudiantes interactuar físicamente con conceptos abstractos, facilitando su comprensión.

Siglo XX - Uso de Manipulativos: Las herramientas manipulativas como bloques algebraicos y varillas de Cuisenaire han sido utilizadas para representar conceptos algebraicos y numéricos de

manera concreta. Los bloques algebraicos, en particular, se desarrollaron para ayudar a los estudiantes a visualizar y realizar operaciones algebraicas, incluyendo la multiplicación de polinomios.

4.1.3 Algeblocks y su Evolución

Los Algeblocks, como un tipo específico de manipulativo algebraico, fueron desarrollados para facilitar la enseñanza de conceptos algebraicos complejos a través de representaciones visuales y tangibles. Estos bloques pueden ser utilizados para ilustrar la estructura de los polinomios y realizar operaciones como la multiplicación.

Desarrollo y Aplicación: Los Algeblocks fueron diseñados para ofrecer una representación visual clara de las expresiones algebraicas y las operaciones que se realizan con ellas, permitiendo a los estudiantes manipular físicamente los bloques para explorar las propiedades algebraicas.

4.1.4 Evolución del Software Educativo en Matemáticas

Primero Software Educativo: El uso de tecnología en la enseñanza de matemáticas comenzó con los primeros programas de computación que ayudaban a resolver problemas matemáticos y a enseñar conceptos matemáticos básicos.

Años 80 y 90 Software Educativo: Durante estas décadas, el desarrollo de software educativo, como programas de cálculo simbólico y gráficos, comenzó a transformar la enseñanza de matemáticas, permitiendo a los estudiantes explorar conceptos de manera interactiva y dinámica.

4.1.5 Desarrollo de GeoGebra

GeoGebra fue creado en 2001 por Markus Hohenwarter como una herramienta matemática de software libre que integra geometría, álgebra y cálculo. Desde su creación, GeoGebra ha

evolucionado y se ha convertido en una herramienta ampliamente utilizada en la enseñanza de matemáticas.

Impacto en la Educación Matemática: GeoGebra ha permitido a los educadores y estudiantes explorar conceptos matemáticos de manera interactiva, proporcionando una plataforma para la visualización y la experimentación con conceptos algebraicos, incluidos los polinomios.

4.1.6 Integración de Algeblocks con GeoGebra

La combinación de Algeblocks con GeoGebra representa una evolución en la enseñanza de la multiplicación de polinomios al ofrecer una representación concreta y visual en un entorno digital interactivo.

Desarrollo y Aplicación Actual: Esta combinación permite a los estudiantes utilizar la representación tangible de Algeblocks para explorar conceptos algebraicos y luego verificar y expandir sus entendimientos utilizando las herramientas digitales de GeoGebra.

4.1.7 Contexto Educativo y Adaptaciones Curriculares

La adaptación del currículo para incorporar herramientas tecnológicas como Algeblocks y *GeoGebra* también tiene una base en las tendencias educativas actuales, que enfatizan la necesidad de preparar a los estudiantes para un entorno cada vez más digital y tecnológico. Estas adaptaciones curriculares reflejan una comprensión creciente de la importancia de la competencia digital y el uso efectivo de tecnologías educativas para fomentar habilidades matemáticas avanzadas.

4.2 Definición de Álgebra

El álgebra es un área de las matemáticas que se dedica a examinar las estructuras, relaciones y cantidades usando letras y símbolos para representar números u operaciones. A través del

álgebra, se pueden generalizar ecuaciones y resolver problemas matemáticos de manera más abstracta. Los símbolos, como letras (por ejemplo, x o y), se usan para representar cantidades desconocidas o variables, lo que permite formular ecuaciones y relaciones que describen una amplia gama de situaciones matemáticas.

4.2.1 Operaciones Básicas en Álgebra

Las operaciones básicas en álgebra son la suma, resta, multiplicación y división son las herramientas fundamentales para la manipulación de expresiones algebraicas. Estas operaciones permiten simplificar expresiones, resolver ecuaciones y analizar funciones. Estas operaciones son similares a las de la aritmética, pero con la inclusión de variables que representan valores desconocidos. El correcto manejo de estas operaciones es crucial para la resolución de ecuaciones y la simplificación de expresiones algebraicas. La comprensión de estas operaciones es crucial para el éxito en matemáticas, ya que constituyen la base sobre la cual se construyen conceptos más complejos

4.2.1.1 Suma en Álgebra

La suma algebraica implica la adición de términos algebraicos. Para que dos términos puedan sumarse, deben ser "términos semejantes", es decir, deben tener las mismas variables elevadas a los mismos exponentes. Los términos semejantes se pueden operar o combinar sumando sus coeficientes.

Por ejemplo, $2x + 3x$ se puede simplificar a $5x$. Sin embargo, si los términos no son semejantes, como en $2x + 4y$, no se pueden combinar.

Método:

- Identificar los términos semejantes, es decir, aquellos que tienen las mismas variables y exponentes.
- Sumar o restar los coeficientes de los términos semejantes, manteniendo las mismas variables.
- Si no hay términos semejantes, la expresión no se puede simplificar más.

Ejemplo:

$$3x + 2y + 4x - y = (3x + 4x) + (2y - y)$$

$$= 7x + y.$$

4.2.1.2 Resta en Álgebra

La resta en álgebra también se realiza entre términos semejantes, la resta de términos algebraicos es prácticamente igual a la suma, pero se debe tener cuidado con el manejo de los signos. Por ejemplo, $5x - 2x$ se simplifica a $3x$. En casos más complejos, se debe prestar especial atención a la distribución del signo negativo en la expresión.

Método:

- Identificar los términos semejantes.
- Restar los coeficientes de los términos semejantes, manteniendo las variables y exponentes.
- Distribuir correctamente los signos negativos, especialmente cuando se restan polinomios.
-

$$\begin{aligned}\text{Ejemplo: } 4x^2 + 6x - (3x^2 - 2x) &= 4x^2 - 3x^2 + 6x + 2x \\ &= x^2 + 8x.\end{aligned}$$

La suma y la resta de términos algebraicos implican la combinación de términos semejantes, aquellos que comparten las mismas variables y exponentes, una de las primeras habilidades que los estudiantes deben adquirir es la identificación de términos semejantes para poder realizar operaciones de manera efectiva.

4.2.1.4 Multiplicación en Álgebra

La multiplicación en álgebra es más compleja que la suma y la resta, ya que involucra la combinación de coeficientes y la aplicación de las leyes de los exponentes. Cuando se multiplican monomios, se multiplican los coeficientes y se suman los exponentes de las variables correspondientes.

Por ejemplo, $2x^2 \times 3x^3$ resulta en $6x^5$.

En la multiplicación de polinomios, El método FOIL (First, Outer, Inner, Last) es una técnica comúnmente utilizada para multiplicar binomios, garantizando que se incluyan todos los términos en el producto final. (Álgebra I, s.F)

Además, (Swokowski & Cole, 2013) destacan que la multiplicación de polinomios es un paso clave en la factorización, que es la inversión de este proceso y es fundamental para la resolución de ecuaciones cuadráticas.

Método:

- En la multiplicación de monomios, se multiplican los coeficientes y luego sumamos los exponentes de aquellas variables que son iguales.
- En la multiplicación de un monomio por un polinomio, la propiedad distributiva nos ayudará a realizar la multiplicación, ya que se multiplicará el monomio por cada término del polinomio aplicando dicha propiedad.
- En la multiplicación de dos polinomios, multiplicaremos cada término de un polinomio por cada término del otro polinomio, posteriormente sumamos los resultados de la multiplicación.

$$\begin{aligned}
 \text{Ejemplo: } (2x + 3)(x - 4) &= 2x(x) + 2x(-4) + 3(x) + 3(-4) \\
 &= 2x^2 - 8x + 3x - 12 \\
 &= 2x^2 - 5x - 12
 \end{aligned}$$

Tipos de Multiplicación en Álgebra**Multiplicación de Monomios**

La multiplicación de monomios implica la multiplicación de coeficientes y la aplicación de las leyes de los exponentes para las variables. En la multiplicación de monomios, se multiplican los coeficientes y luego sumamos los exponentes de aquellas variables que son iguales.

Ejemplo: Para multiplicar $3x^2$ y $4x^3$, se multiplica el coeficiente $3 \times 4 = 12$ y se suman los exponentes $x^2 \cdot x^3 = x^{2+3} = x^5$. *El resultado es $12x^5$*

Multiplicación de Polinomios

La multiplicación de polinomios se realiza utilizando la propiedad distributiva, que implica multiplicar cada término de un polinomio por cada término del otro polinomio. (Swokowski & Cole, 2013) explican que este proceso puede ser sistematizado utilizando el método FOIL para binomios.

Ejemplo: Para multiplicar $(x + 2)$ por $(x + 3)$, se aplican los pasos del método FOIL (Álgebra I, s.F):

- First (Primero): $x \cdot x = x^2$
- Outer (Exterior): $x \cdot 3 = 3x$
- Inner (Interior): $2 \cdot x = 2x$
- Last (Último): $2 \cdot 3 = 6$
- Resultado final: $x^2 + 5x + 6$

Multiplicación de Polinomios por Monomios

Descripción: Implica multiplicar un polinomio por un monomio utilizando la propiedad distributiva para cada término del polinomio. Es esencial distribuir el monomio a cada término del polinomio y luego combinar términos semejantes si es necesario.

Ejemplo: Para multiplicar $3x$ por $2x^2 + 5x - 4$

Distribuir:

- $3x \cdot 2x^2 = 6x^3$
- $3x \cdot 5x = 15x^2$
- $3x \cdot (-4) = -12x$
- Resultado final: $6x^3 + 15x^2 - 12x$

Multiplicación de Binomios

Este tipo de multiplicación se centra en la multiplicación de dos binomios y se puede llevar a cabo utilizando el método FOIL o el método distributivo extendido (Álgebra I, s.F), es crucial asegurarse de que cada término en un binomio se multiplique por cada término en el otro binomio.

Ejemplo: Para multiplicar $(a + b)$ por $(c + d)$, se utiliza el método FOIL:

- First (Primero): $a \cdot c$
- Outer (Exterior): $a \cdot d$
- Inner (Interior): $b \cdot c$
- Last (Último): $b \cdot d$
- Resultado final: $ac + ad + bc + bd$

4.2.1.5. División en Álgebra

En álgebra la división hace uso de ciertas reglas de los exponentes. Cuando dividimos monomios, primero se dividen los coeficientes para luego restar los exponentes de las variables.

Por ejemplo, $\frac{8x^5}{4x^2} = 2x^3$ Cuando se realiza una división de un polinomio por un monomio, cada término del polinomio se divide de forma individual.

Método:

- En la división de monomios, dividimos los coeficientes y luego se realiza la resta de los exponentes de aquellas variables que son iguales.
- Al realizar una división de un polinomio por un monomio, se debe dividir cada término del polinomio por el monomio.

- En divisiones más complejas (como división de polinomios por polinomios), se puede aplicar la técnica de la división larga o la división sintética.

Ejemplo:
$$\frac{6x^3 + 12x^2 - 18x}{3x} = \frac{6x^3}{3x} + \frac{12x^2}{3x} - \frac{18x}{3x} = 2x^2 + 4x - 6.$$

La división algebraica puede ser tan simple como dividir coeficientes y restar exponentes en el caso de monomios, pero también puede involucrar procesos más complejos como la división larga o la división sintética cuando se trata de polinomios. La división larga se utiliza para dividir un polinomio de mayor grado por uno de menor grado, de manera similar a la división aritmética larga.

La división sintética, por otro lado, es un método abreviado que facilita la división cuando el divisor es un binomio de la forma $x - c$. Este método es especialmente útil en álgebra avanzada, ya que simplifica el proceso y reduce la posibilidad de errores en cálculos largos (Swokowski & Cole, 2013).

4.2.2 Propiedades Algebraicas

En el algebra las operaciones básicas como suma, resta, multiplicación o división, utilizan algunas de las propiedades fundamentales, como la propiedad conmutativa, la propiedad asociativa, la propiedad distributiva, o la propiedad de identidad.

- **Propiedad Conmutativa:** El orden en que se operan los elementos no altera el resultado. Esta propiedad es utilizada solo en la suma o la multiplicación.
Ejemplo: $a + b = b + a$ y $a \times b = b \times a$.
- **Propiedad Asociativa:** Similarmente, la propiedad asociativa es aquella en la que la agrupación de los términos no afecta el resultado en suma o multiplicación.

Por ejemplo, $(a + b) + c = a + (b + c)$.

- **Propiedad Distributiva:** Permite simplificar expresiones en las que se multiplican factores distribuidos a través de una suma o resta, es decir, $a(b + c) = ab + ac$.

4.2.3 Aplicación de las Operaciones Básicas en el álgebra

Las operaciones básicas se utilizan en la resolución de ecuaciones algebraicas y en la simplificación de expresiones complejas. Según (Swokowski & Cole, 2013), el dominio de estas operaciones es esencial para avanzar en temas más complejos, como álgebra intermedia y geometría analítica. Un ejemplo común es la resolución de ecuaciones lineales y cuadráticas, donde se deben aplicar correctamente las operaciones básicas para despejar la incógnita y encontrar la solución de la ecuación.

4.2.4 Importancia de las Operaciones Básicas en Álgebra

El dominio de las operaciones básicas en álgebra es fundamental para el desarrollo de habilidades matemáticas avanzadas. Estas operaciones constituyen la base para abordar temas más complejos, como funciones, polinomios y ecuaciones cuadráticas. Además, el correcto manejo de estas operaciones es esencial para la aplicación del álgebra en otras disciplinas, como la física, la economía y la ingeniería, donde se requiere la capacidad de modelar y resolver problemas complejos.

4.2.5 Relación con Otras Áreas de las Matemáticas

El álgebra es una herramienta fundamental en otras ramas de las matemáticas. El álgebra lineal, que se basa en operaciones algebraicas básicas, es esencial para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales, un concepto clave en muchas aplicaciones científicas y de ingeniería. Los

vectores y matrices, que son temas centrales en álgebra lineal, dependen de las operaciones algebraicas básicas para su manipulación y solución.

Asimismo, la comprensión de las operaciones básicas en álgebra es crucial para el cálculo (Larson & Edwards, 2014) explican que el cálculo diferencial e integral se basa en la manipulación de expresiones algebraicas para encontrar derivadas e integrales. Por ejemplo, la simplificación de expresiones algebraicas puede facilitar el proceso de integración, mientras que la resolución de ecuaciones algebraicas es esencial en la solución de problemas de optimización en cálculo.

4.2.6 Uso de Tecnologías en el Aprendizaje del Álgebra

Las tecnologías modernas han revolucionado la enseñanza y el aprendizaje del álgebra. Herramientas como calculadoras gráficas, software de álgebra computacional y aplicaciones interactivas permiten a los estudiantes visualizar y experimentar con problemas algebraicos en tiempo real. El uso de tecnologías como GeoGebra y Wolfram Alpha facilita la comprensión de conceptos algebraicos complejos al permitir a los estudiantes explorar visual y numéricamente diferentes escenarios.

4.2.7 Desafíos y Avances en la Enseñanza del Álgebra

La enseñanza del álgebra enfrenta varios desafíos, especialmente en la transición de los estudiantes del pensamiento aritmético al pensamiento algebraico, uno de los principales obstáculos es ayudar a los estudiantes a ver el álgebra no solo como una extensión de la aritmética, sino como una herramienta para el razonamiento abstracto y la resolución de problemas.

4.2.8 Casos de Estudio e Investigación en el Aprendizaje del Álgebra

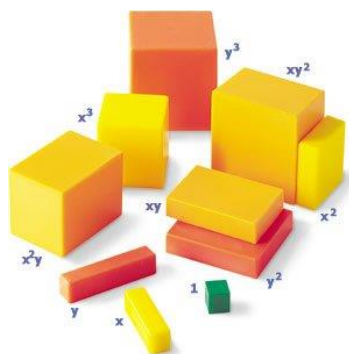
Investigaciones recientes han proporcionado información valiosa sobre cómo los métodos de enseñanza y las estrategias de aprendizaje pueden influir en la comprensión del álgebra (Rittle-Johnson, 2007) investigaron la variabilidad en las estrategias de resolución de ecuaciones, descubriendo que la capacidad de los estudiantes para utilizar múltiples enfoques para resolver problemas algebraicos está relacionada con una mayor flexibilidad cognitiva y una mejor comprensión del álgebra.

Además, diversos estudios hacen énfasis en la comprensión conceptual de las matemáticas, en lugar de la memorización de procedimientos, puede llevar a una mejora significativa en el rendimiento de los estudiantes. Su investigación sugiere que los estudiantes que comprenden las razones detrás de las reglas algebraicas y las propiedades de las operaciones tienen una base más sólida para abordar problemas más complejos y aplicar sus conocimientos en diferentes contextos.

4.3 Algeblocks

Los Algeblocks son un conjunto de prismas cuadrangulares con 10 tipos de piezas distintas, que representan la unidad, dos variables diferentes (x e y) con las que podemos expresar polinomios, y todas las combinaciones posibles de términos con esas variables hasta grado 3. Surgieron a finales de la década de los 90 (Dreyfous, 1996) y se utilizan sobre todo en EEUU y América Latina. (Martínez).

Figura 1: Bloques de Algeblocks.



Nota: Demostración de los diferentes tipos de Algeblocks. (Stem Learning, 2013).

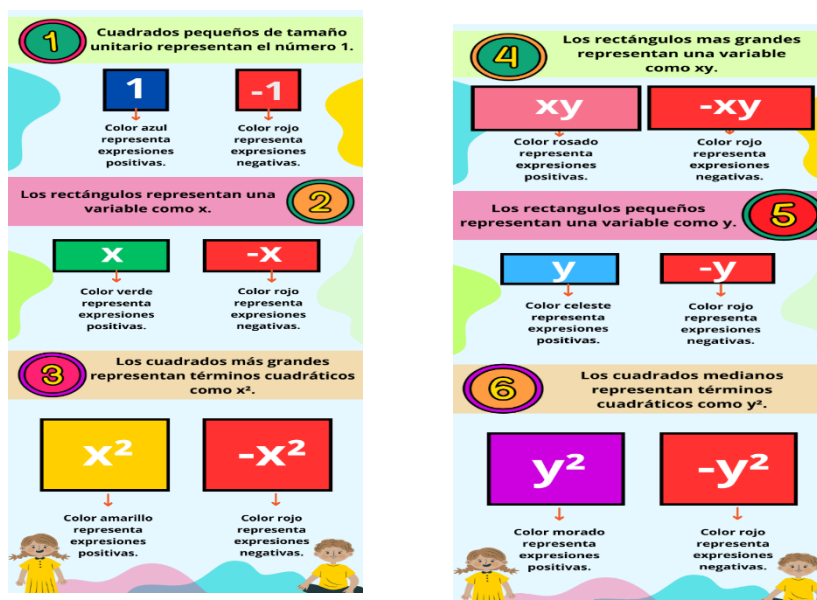
Los Algeblocks ayudan a facilitar la comprensión ya que son una herramienta visual y manipulativa muy útil para entender mejor el álgebra, especialmente cuando se está empezando.

El uso de los Algeblocks se fundamenta en varias teorías pedagógicas:

- Aprendizaje significativo: Los Algeblocks Permiten a los estudiantes construir su propio conocimiento al relacionar las representaciones físicas con los conceptos abstractos del álgebra. Esta conexión entre lo concreto y lo abstracto facilita la comprensión profunda de los conceptos.
- Teoría de las representaciones múltiples: Al utilizar diferentes representaciones (verbal, simbólica y visual), los estudiantes pueden acceder a la información de múltiples maneras, lo que fortalece su comprensión y retención.
- Constructivismo: Los Algeblocks promueven un aprendizaje activo y constructivo, donde los estudiantes exploran, experimentan y descubren por sí mismos las propiedades de las operaciones algebraicas.

Son una colección de figuras geométricas planas, formada por cuadrados y rectángulos que representan expresiones algebraicas hasta de segundo grado, cada uno que tiene un área específica y corresponde a un término algebraico, como x^2 , x o unidades.

Figura 2: Representación de los 6 tipos de Algeblocks donde cada bloque representa una cantidad o variable específica tanto negativa como positiva y con su respectivo color.



Nota: Adaptación propia.

Para poderlos aplicar en el aula es necesario contar con sus materiales a la mano y también es muy necesario recordar que es un término algebraico.

4.3.1 Los Algeblocks permiten:

- Visualizar conceptos abstractos: Ya que cuando se representan expresiones algebraicas con bloques físicos, es más fácil entender cómo se combinan y transforman.

- Facilitan la resolución de ecuaciones: Mediante estos bloques se pueden armar y desarmar las ecuaciones, lo que ayuda a encontrar la solución de manera más intuitiva.
- Comprender las propiedades de las operaciones algebraicas: Al manipular los bloques, se pueden observar de manera concreta las propiedades conmutativas, asociativas y distributivas.
- Introducir conceptos más avanzados: Estos no sólo sirven para los conceptos básicos ya que también se pueden utilizar para explorar temas como factorización, productos notables y ecuaciones cuadráticas.

Los Algeblocks son una herramienta fantástica para visualizar y comprender conceptos algebraicos, incluida la multiplicación. Al representar expresiones algebraicas con bloques físicos, se pueden transformar operaciones abstractas en manipulaciones concretas.

4.3.2 Ventajas del uso de Algeblocks en la multiplicación.

- Visualización: Los Algeblocks permiten visualizar el proceso de multiplicación de polinomios como la construcción de un área, lo que facilita la comprensión de los conceptos de base, altura y área.
- Concretización: Al representar los términos algebraicos con bloques físicos, se hace tangible la idea de combinar términos semejantes y obtener un producto.
- Descubrimiento de patrones: Los estudiantes pueden descubrir patrones y propiedades de la multiplicación al manipular los bloques, lo que fomenta el pensamiento crítico y la resolución de problemas.
- Motivación: El uso de materiales manipulativos hace el aprendizaje más atractivo y divertido, lo que fomenta el pensamiento crítico y la resolución de problemas.

- Superación de dificultades: Los Algeblocks pueden ayudar a los estudiantes a superar dificultades conceptuales, como la distribución y la combinación de términos semejantes.

4.3.3 Aplicaciones específicas en la multiplicación.

- Multiplicación de monomios por polinomios: Al representar cada término del polinomio con un bloque, se puede visualizar la distribución del monomio sobre cada término.
- Multiplicación de binomios: La construcción de un rectángulo con los bloques permite visualizar el producto de 2 binomios como la suma de las áreas de los rectángulos más pequeños.
- Productos notables: Los Algeblocks facilitan la comprensión de productos notables como el cuadrado de un binomio y la diferencia de cuadrados.

4.3.4 ¿Cómo funcionan los Algeblocks?

Si se quiere calcular el área de un rectángulo, esta se calcula multiplicando su base por su altura. Con los Algeblocks, podemos representar esta idea de manera tangible.

¿Cuáles serían los pasos por seguir?

1) Representar los factores:

- Base: se utilizan bloques para representar la expresión algebraica que corresponde a la base del rectángulo. Por ejemplo, si la base es $x + 2$, se puede usar un bloque largo (x) y 2 bloques pequeños (unidades) para representarlo.

Ilustración 3: Representación de la expresión $x+2$ como base del rectángulo con Algeblocks.



Nota: Adaptación propia.

- Altura: De igual manera si la altura es $x - 2$, representa la expresión algebraica de la altura utilizando bloques.

Figura 4: Representación de la expresión $x-2$ como altura del rectángulo con Algeblocks.



Nota: Adaptación propia.

2) Construye el rectángulo:

- Coloca los bloques que representan la base a lo largo de un lado.
- A continuación, coloca los bloques que representan la altura de manera perpendicular a la base.
- Hoy completa el rectángulo con los bloques correspondientes a cada producto parcial.

3) Cuenta los bloques:

- Una vez que se haya construido el rectángulo, se tienen que contar los bloques de cada tipo que forman el área. Estos bloques representarán los términos de la expresión resultante de la multiplicación.

Un ejemplo de cómo utilizar los Álgeblocks es la siguiente:

Multiplicar $(x + 2)(x + 2)$

- Base: Un bloque largo (x) y 2 bloques pequeños (unidades).

Figura 5: Representación de la base del rectángulo con Algeblocks.



Nota: Adaptación propia.

- Altura: Un bloque largo (x) y 2 bloques pequeños (unidades).

Figura 6: Representación de la altura del rectángulo con Algeblocks.



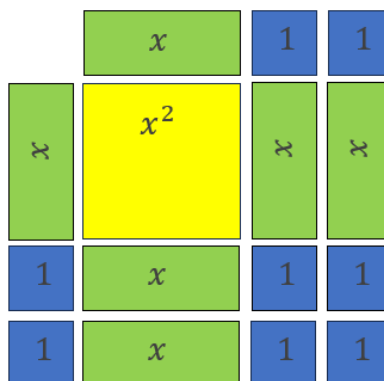
Nota: Adaptación propia.

Al construir el rectángulo se obtendrá:

- Un cuadrado grande (x^2): producto de x por x .
- 2 rectángulos largos ($2x$): producto de x por cada unidad de la altura.
- 2 rectángulos largos ($2x$): producto de cada unidad de la base por x .
- 4 cuadrados pequeños (4): producto de cada unidad de la base por cada unidad de la altura.

Por lo tanto, el resultado de la multiplicación es $(x^2 + 4x + 4)$.

Figura 7: Representación del resultado de la multiplicación con Algeblocks de la expresión $(x+2)(x+2)$.



Nota: Adaptación propia.

4.3.5 Los beneficios de usar Algeblocks para la multiplicación:

- Visualización concreta: permite ver cómo se combinan los términos al multiplicar.
- Comprensión intuitiva: facilita la comprensión del concepto de área y su relación con la multiplicación.
- Descubrimiento de patrones: ayuda a identificar patrones en la multiplicación de polinomios.
- Conexión con el álgebra abstracta: Fortalece la conexión entre las manipulaciones concretas y las expresiones algebraicas abstractas.

4.3.6 Limitaciones y consideraciones:

- Complejidad: para expresiones algebraicas muy complejas, el uso de Algeblocks puede volverse engorroso.
- Abstracción: aunque los Algeblocks son una herramienta útil, es importante que los estudiantes eventualmente puedan realizar las operaciones algebraicas de manera simbólica.
- Transición: es necesario realizar una transición gradual de las representaciones concretas a las abstractas.

A pesar de las limitaciones y consideraciones los Algeblocks son una herramienta invaluable para enseñar y aprender álgebra. Al proporcionar una representación visual y manipulativa de los conceptos algebraicos, hacen que el aprendizaje sea más significativo y accesible para los estudiantes.

4.4 GeoGebra

Es una herramienta de software muy potente creada para facilitar la enseñanza y el aprendizaje de matemáticas, integrando geometría, álgebra, cálculo y estadística en una plataforma interactiva única.

Facilita la visualización de conceptos matemáticos y proporciona un entorno interactivo para la exploración y resolución de problemas.

4.4.1. Principales características de Geogebra.

- **Geometría interactiva:** Permite crear construcciones geométricas dinámicas, donde los usuarios pueden mover puntos, líneas, círculos y otras figuras, observando cómo cambian las relaciones entre ellas en tiempo real.
- **Álgebra y cálculo:** GeoGebra permite trabajar con ecuaciones, funciones y derivadas. Los usuarios pueden ingresar ecuaciones algebraicas y obtener sus representaciones gráficas inmediatamente.
- **Interfaz gráfica intuitiva:** La interfaz permite a los usuarios manipular objetos gráficos de manera intuitiva, facilitando la comprensión visual de los conceptos matemáticos.

- **Matemáticas dinámicas:** GeoGebra permite cambiar las variables de forma interactiva y observar cómo estos cambios afectan gráficas, figuras geométricas y ecuaciones de manera dinámica.
- **Funciones estadísticas:** Incluye herramientas para realizar análisis de datos, como histogramas, diagramas de dispersión, gráficos de barras, entre otros.
- **Acceso multiplataforma:** Disponible como una aplicación web, de escritorio y móvil, compatible con Windows, macOS, Linux, iOS y Android.
- **Uso gratuito y comunidad global:** GeoGebra es software gratuito y de código abierto. También cuenta con una comunidad mundial que comparte recursos educativos como construcciones y actividades interactivas, disponibles en la plataforma GeoGebra.
- **Versatilidad en la educación:** Es utilizado tanto en niveles educativos básicos (primaria, secundaria) como en la enseñanza superior, ya que abarca una amplia gama de temas matemáticos y proporciona herramientas avanzadas.

GeoGebra es ideal para enseñar y aprender conceptos matemáticos complejos a través de una interacción visual y práctica, permitiendo explorar y experimentar con las matemáticas de forma dinámica.

4.4.2. Ventajas de GeoGebra

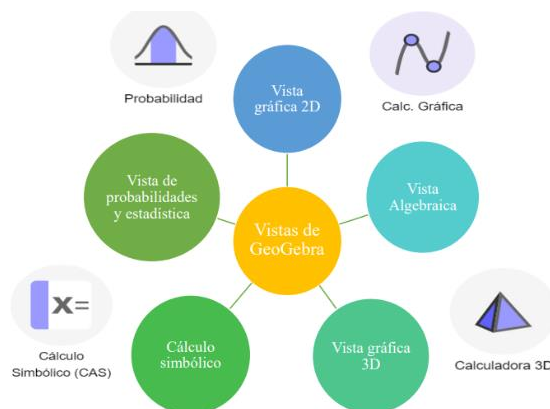
- Se propician varios tipos de aprendizaje que pueden ser individuales o grupales.
- Fomenta la creatividad al retar el aprendizaje, a aplicar los conocimientos y habilidades que ya posibilita la búsqueda y/o descubrimiento de nuevos conocimientos.
- Al ser una herramienta intuitiva y fácil de usar, los estudiantes pueden explorar conceptos matemáticos de forma independiente, promoviendo el autoaprendizaje y la experimentación.

- GeoGebra cuenta con una gran comunidad educativa que comparte construcciones, ejercicios interactivos y lecciones. Además, existen numerosos recursos disponibles en su página oficial y en comunidades de usuarios, lo que facilita el acceso a actividades ya creadas por otros.
- Los profesores pueden crear lecciones interactivas que permiten a los estudiantes participar activamente, explorando gráficos, manipulando figuras geométricas o resolviendo problemas algebraicos con retroalimentación inmediata.
- Los estudiantes pueden observar de inmediato cómo varían los resultados cuando cambian las entradas, lo que ayuda a comprender la relación causa-efecto y mejora el proceso de resolución de problemas.
- Al usar GeoGebra, los estudiantes no solo aprenden matemáticas, sino que también desarrollan habilidades tecnológicas y digitales, esenciales en el mundo moderno.
- GeoGebra puede integrarse con plataformas educativas como Classroom, lo que permite a los profesores incluir actividades interactivas en sus cursos en línea.

4.4.3. Recorrido por GeoGebra.

GeoGebra ofrece tres perspectivas diferentes de cada objeto matemático: una vista gráfica, una vista numérica, vista algebraica y, además, una vista de hoja de cálculo. Esta multiplicidad permite apreciar los objetos matemáticos en tres representaciones diferentes: gráfica (como en el caso de puntos, gráficos de funciones), algebraica (como coordenadas de puntos, ecuaciones), y en celdas de una hoja de cálculo. Cada representación del mismo objeto se vincula dinámicamente a las demás en una adaptación automática y recíproca que asimila los cambios producidos en cualquiera de ellas, más allá de cuál fuera la que lo creara originalmente. La versión 5 del programa ofrece las siguientes vistas que se vinculan dinámicamente (Matemática, 2023).

Figura 8: Representación de las vistas de GeoGebra.



Nota: Adaptación propia.

Vista gráfica 2D.

Es la vista principal y más utilizada en GeoGebra. Muestra un plano cartesiano 2D donde puedes representar gráficamente funciones, crear construcciones geométricas (puntos, líneas, polígonos, etc.), y realizar cálculos algebraicos y de geometría dinámica. Ejemplo: Funciones, geometría euclidiana, gráficas de ecuaciones.

Vista algebraica.

En la vista algebraica, se muestran las ecuaciones, coordenadas y expresiones algebraicas relacionadas con los objetos que aparecen en la vista gráfica. Esta vista es útil para verificar y manipular ecuaciones y parámetros de los objetos gráficos. Ejemplo: Manipulación de ecuaciones, ver coordenadas exactas de puntos, trabajar con expresiones algebraicas.

Vista gráfica 3D.

Permite trabajar con objetos tridimensionales. Puedes crear puntos, planos, superficies, y funciones en 3D y visualizarlas desde diferentes perspectivas. Ejemplo: Visualización de superficies, geometría 3D, gráficos de funciones con dos variables, exploración de sólidos y volúmenes.

Vista CAS (Cálculo Simbólico).

Es una vista avanzada para realizar cálculos algebraicos y simbólicos. En esta vista puedes simplificar expresiones, resolver ecuaciones, encontrar derivadas e integrales de manera simbólica. Ejemplo: Resolución de ecuaciones complejas, simplificación algebraica, cálculo simbólico (derivadas, integrales).

Vista de Probabilidades y Estadística.

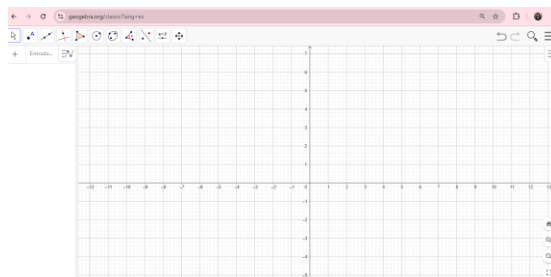
Permite realizar análisis estadísticos a partir de datos ingresados en la vista de hoja de cálculo. Esta vista es útil para visualizar histogramas, diagramas de caja, diagramas de dispersión y gráficos de barras, así como para hacer análisis de regresión y ajuste de curvas, distribuciones estadísticas y realizar simulaciones de probabilidades. Puedes seleccionar diferentes distribuciones (binomial, normal, Poisson, etc.) y calcular probabilidades.

4.4.4 Pasos para implementar Algeblocks en GeoGebra.

Para utilizar Algeblocks en GeoGebra para el desarrollo de la multiplicación de polinomios, puedes seguir estos pasos. GeoGebra no tiene una herramienta específica de "Algeblocks", pero puedes crear representaciones visuales que simulan el uso de Algeblocks a través de sus herramientas de geometría y álgebra.

Paso 1. Acceder a la herramienta **GeoGebra Clásico** Desde la página web:
<https://www.geogebra.org/classic?lang=es>.

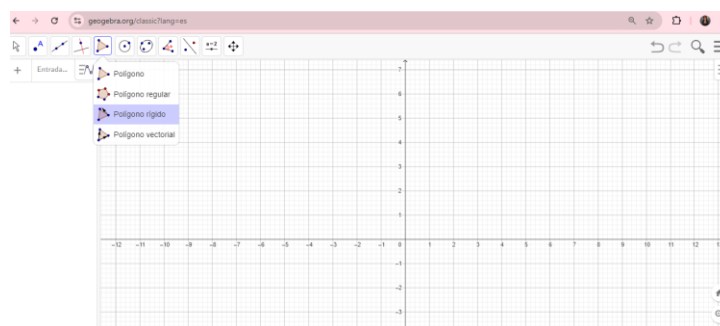
Figura 9: Como acceder a la herramienta de GeoGebra desde la web.



Nota: Adaptación propia.

Paso 2. Seleccionar la opción de polígono rígido para crear los bloques.

Figura 10: Utilizar la opción de polígono rígido.

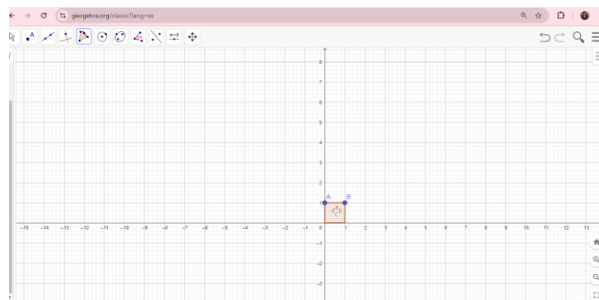


Nota: Adaptación propia.

Paso 3. Crear los bloques (Algeblocks):

- **Bloques Unitarios:** Usa la herramienta de rectángulo para representar el bloque unitario. Dibuja un cuadrado o rectángulo de lado 1 por ejemplo: de (0,0) a (1,1).

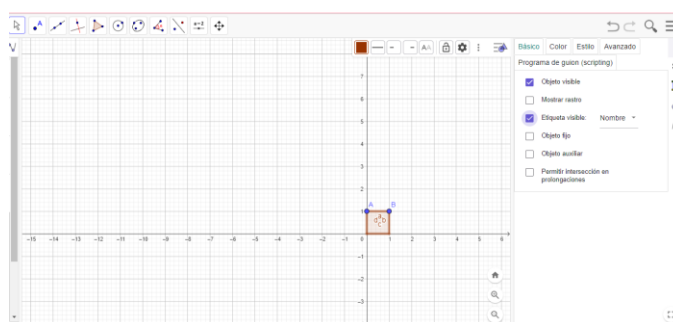
Figura 11: Creación del bloque unitario.



Nota: Adaptación propia.

Paso 4. Quitar etiquetas: Selecciona los lados de la figura, ve a la configuración de la figura y da click en “etiqueta visible”

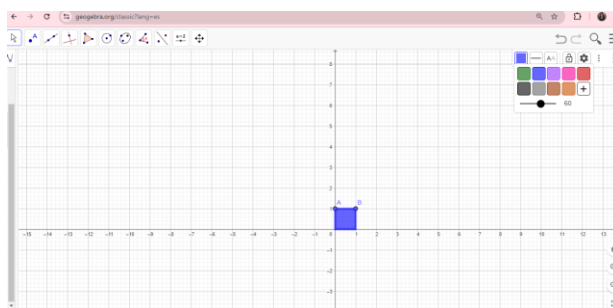
Figura 12: Representación de como ocultar las etiquetas visibles.



Nota: Adaptación propia.

Paso 5. Cambiar el color: selecciona la imagen, ve a la configuración de la imagen y selecciona el cuadro de color, en el puedes elegir el color y la intensidad del mismo.

Figura 13: Representación de como cambiar la intensidad y color de la figura.

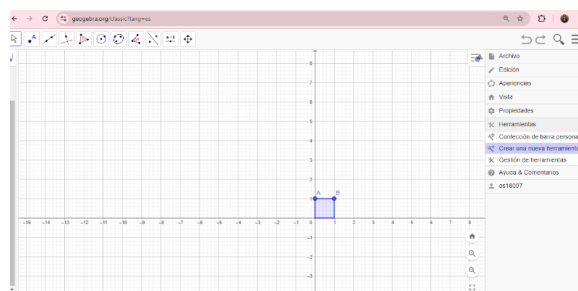


Nota: Adaptación propia.

Paso 6. Crea una nueva herramienta: Para crear nuevos bloques sin hacerlos desde cero crearemos una herramienta que nos permita aparecer nuevos bloques simplemente haciéndole click al icono de esta.

- Selecciona el menú de opciones en la barra de tareas.

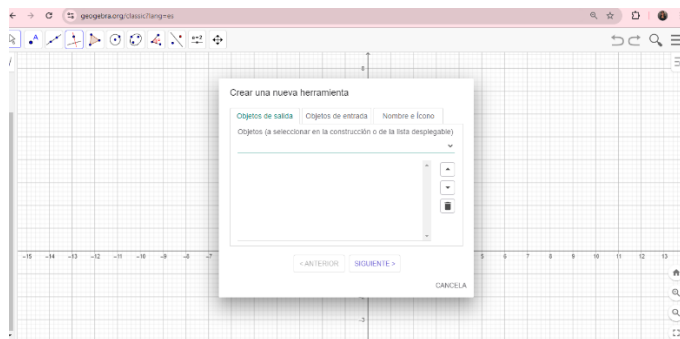
Figura 14: Creación de bloques, pero no desde cero utilizando el menú de barra de tareas.



Nota: Adaptación propia.

- Da click en la opción “Herramientas”, posteriormente en “crear una nueva herramienta”.
Se desplegará una ventana.

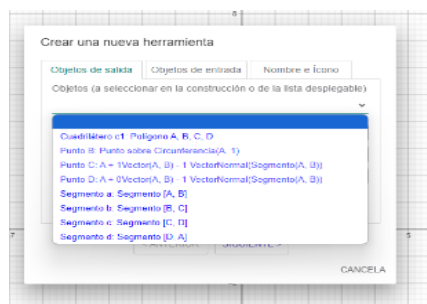
Figura 15: Creación de un nuevo bloque desde la opción crear una nueva herramienta.



Nota: Adaptación propia.

- Selecciona el cuadrilátero que quieras ingresar a la barra de herramientas en este caso el bloque unitario (Cuadrilátero c1: polígono con vértices A. B. C. D). Luego da click dos veces en siguiente.

Figura 16: Selecciona el bloque que desea para que salga en la barra de herramientas automáticamente.



Nota: Adaptación propia.

- Ponle nombre según corresponda a cada bloque.

Figura 17: Nombrar cada bloque según corresponda.

Nota: Adaptación propia.

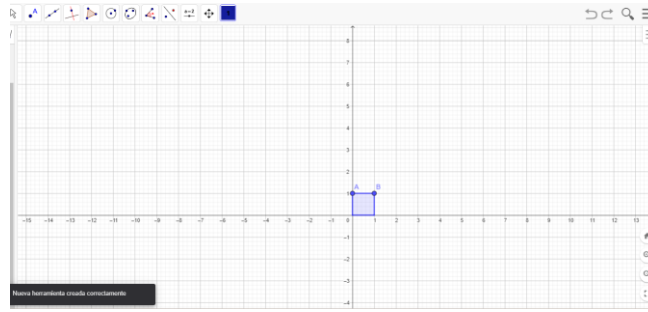
- En la opción de ícono puedes cambiar la imagen, esta es la que aparecerá en la barra de herramientas.

Figura 18: Representación de la imagen que aparecerá.

Nota: Adaptación propia.

- Da click en “concluido” y aparecerá automáticamente en la barra de herramientas.

Figura 19: Representación del bloque en la barra de herramientas.



Nota: Adaptación propia.

Paso 7. Repite el paso 3, 4, 5 y 6 para cada herramienta:

- **Xh (X horizontal)**

Valor: X

Color: verde

Dimensiones: 3 de base por 1 de altura.

- **Xv (X vertical)**

Valor: X

Color: verde

Dimensiones: 1 de base por 3 de altura.

- **x^2**

Valor: X al cuadrado

Color: amarillo

Dimensiones: 3 de base por 3 de altura.

- **Yh (Y horizontal)**

Valor: Y

Color: Celeste

Dimensiones: 2 de base por 1 de altura.

- **Yv (Y vertical)**

Valor: Y

Color: Celeste

Dimensiones: 1 de base por 2 de altura.

- y^2

Valor: Y al cuadrado

Color: Morado

Dimensiones: 2 de base por 2 de altura.

- **YX**

Valor: Y por X

Color: Rosado

Dimensiones: 2 de base por 3 de altura.

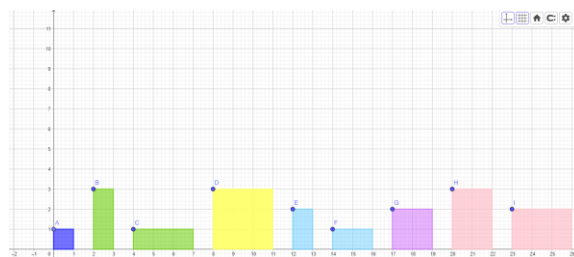
- **XY**

Valor: X por Y

Color: Rosado

Dimensiones: 3 de base por 2 de altura.

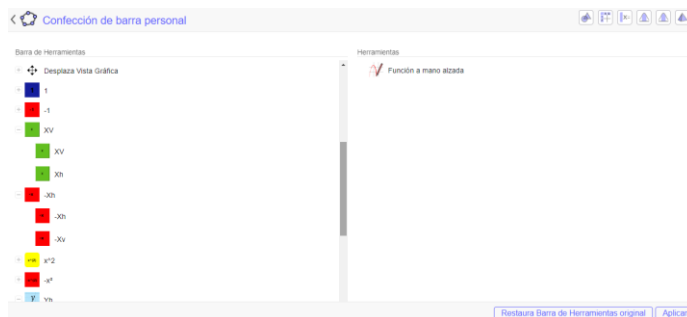
Figura 20: Representación de las 9 piezas de Algebloocks con su respectivo color.



Nota: Adaptación propia.

Paso 8. Ordenar la barra de herramientas: En la opción de “Herramientas” selecciona la opción “Confección de barra personal” Puedes agrupar las herramientas con el mismo valor, pero diferente posición.

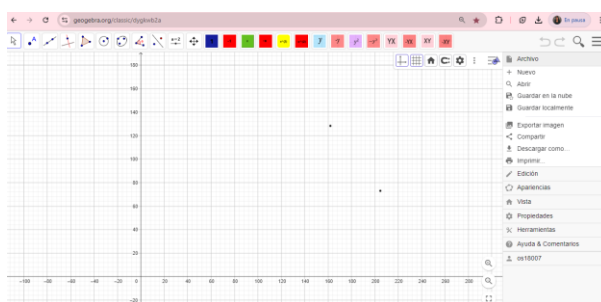
Figura 21: Ordenar los Aalgebra en la barra de herramientas de forma más conveniente.



Nota: Adaptación propia.

Paso 9. Guardar y compartir: En el menú de herramientas selecciona la opción “guardar en la nube” y posteriormente en la opción “compartir”, esto permitirá que al ingresar al siguiente enlace <https://www.geogebra.org/classic/dygkwb2a> ya aparezcan creadas todas las herramientas.

Figura 22: Guardar y compartir la interfaz creada.



Nota: Adaptación propia.

5. METODOLOGIA

5.1 Descripción

La combinación de Algeblocks y GeoGebra está respaldada por teorías constructivistas que sugieren que el aprendizaje se facilita al permitir a los estudiantes interactuar físicamente con los conceptos matemáticos antes de abstraerlos. El uso de tecnología educativa, como GeoGebra, refuerza la comprensión visual y permite a los estudiantes explorar conceptos matemáticos de manera dinámica e interactiva. Esta metodología, además, está alineada con los objetivos del libro de ESMATE y las competencias matemáticas requeridas en el currículo educativo.

5.1.1 Universo

Un grupo de 22 estudiantes de noveno grado del Centro Escolar Cantón El Papalón Código 19021 Municipio de Moncagua Distrito de San Miguel Centro del año 2024.

5.1.2 Métodos, técnicas e instrumentos

Fases de la implementación

- Observación directa durante la intervención: El investigador observará cómo los estudiantes interactúan con los Algeblocks y GeoGebra.
- Presentación de los Algeblocks: Presentación de los Algeblocks como recurso manipulativo para la representación de polinomios. Se realizarán actividades guiadas para que los estudiantes comprendan la representación de términos polinómicos.
- Introducción al uso de GeoGebra: Mostrando cómo se puede utilizar para visualizar y manipular gráficamente los polinomios.

- Uso de Algeblocks para representar la multiplicación de polinomios: Los estudiantes trabajarán en parejas para resolver problemas específicos del libro de ESMATE, utilizando los Algeblocks para descomponer y recomponer polinomios.
- Implementación de GeoGebra para realizar la misma multiplicación de polinomios que se trabajó previamente con Algeblocks, permitiendo la transición de lo concreto a lo abstracto. Se harán ejercicios comparando los métodos y resultados obtenidos.
- Actividades de integración: Donde los estudiantes utilizarán tanto Algeblocks como GeoGebra para resolver problemas complejos del libro de ESMATE.
- Reflexión en grupo sobre el proceso de aprendizaje: Los estudiantes discutirán cómo el uso de estas herramientas ayudó en su comprensión de la multiplicación de polinomios.

Duración:

- **Duración:** La implementación se llevará a cabo en dos horas clase (90 minutos).

5.2 Recursos

5.2.1 Carta didáctica

Tema: Aplicación de Algeblocks con GeoGebra en el desarrollo de la multiplicación de polinomios del libro esmate para estudiantes de noveno grado del Centro Escolar Cantón el Papalón Código 19021 Municipio de Moncagua, Distrito de San Miguel Centro del año 2024.					
Asignatura: Matemática					
Problemática: Multiplicación de polinomios					
Competencia por desarrollar		Actividades		Material Didáctico	Aplicación del Software
Desarrolla la capacidad de representar y resolver la multiplicación de	la	Enseñanza: Utilizando presentaciones creativas recordar las	Aprendizaje: Los estudiantes podrán ver y manipular los	<ul style="list-style-type: none"> • Proyector • Laptop • Conexión a internet • Presentaciones donde se recuerden	Se debe acceder a la herramienta GeoGebra Clásico o Geometría desde la página web: https://www.geogebra.org/classic?lang=es. , asegurarse de tener activas las vistas de

<p>polinomios mediante el uso de Algeblocks y GeoGebra, aplicando conceptos algebraicos y utilizando herramientas tecnológicas para modelar visualmente los resultados, fortaleciendo así el razonamiento</p>	<p>diferentes formas de la multiplicación de polinomios vistas en la U1 y mostrar las partes de los Algeblocks. Mostrarles unos pequeños ejemplos para que comprendan la forma de utilizar los Algeblocks para la multiplicación</p>	<p>polinomios como áreas de rectángulos, lo que les permitirá conectar el algebra con la geometría de una forma tangible.</p>	<p>las diferentes formas de la multiplicación de polinomios y las partes de los Algeblocks.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Bloques grandes y pequeños de foamy. • Libro de texto Esmate 9°. 	<p>Algebra y Geometría y luego trabajar con objetos algebraicos y geométricos simultáneamente y crear los bloques (Algeblocks) e invitar a los estudiantes a participar, donde se le muestren en diversas presentaciones un recordatorio sobre las diferentes formas de multiplicación de polinomios.</p> <p>A medida que los estudiantes participen y avance el desarrollo del contenido nos daremos cuenta sobre el dominio de la temática y la comprensión del uso de Algeblocks con GeoGebra en la multiplicación de polinomios.</p>
---	--	---	---	--

lógico matemático.	de polinomios.			La idea principal de aplicar GeoGebra en la enseñanza de la multiplicación de polinomios, complementada con el uso de Algeblocks, es que los estudiantes visualicen de forma concreta y dinámica un concepto que puede resultar abstracto para muchos y que logre llamar su atención por ser una metodología innovadora.
--------------------	----------------	--	--	--

5.2.2 Recursos y herramientas

- **Algeblocks:** Materiales manipulativos para la representación de términos polinómicos.
- **GeoGebra:** Software interactivo para la visualización y manipulación gráfica de polinomios.
- **Libro de ESMATE:** Como recurso principal para la selección de problemas y ejercicios.

6. RESULTADOS

Participación activa: Durante el taller, los estudiantes mostraron una alta participación en todas las etapas, especialmente durante la manipulación de los Algeblocks.

Mejora en la comprensión: Se observó que los estudiantes comprendían mejor la multiplicación de polinomios cuando podían visualizar los términos algebraicos y las operaciones con Algeblocks, tanto físicos como digitales, ya que en la primera etapa donde se les recordó el proceso algebraico de multiplicar polinomios se les resultó un poco complicado.

Comentarios de los estudiantes: Algunos estudiantes expresaron que la metodología que se les presentó les ayudó a ver la multiplicación de polinomios como algo más accesible y comprensible, ya que se les facilita la comprensión y se les hace más llamativo e interactivo el momento de realizar los ejercicios.

Desempeño en los ejercicios: Un 40% de los estudiantes lograron completar los ejercicios durante el taller con un nivel de éxito mayor al esperado, especialmente al utilizar GeoGebra. El otro 60% se les dificultó el uso de la plataforma mayormente por falta de internet y por falta de tiempo, pero al observar a sus compañeros les llamó la atención y lo hicieron en sus casas.

Es decir, el uso combinado de Algeblocks y GeoGebra permitió a los estudiantes visualizar y entender de manera más clara el proceso de la multiplicación de polinomios. Así mismo, la transición de los materiales físicos a los digitales ayudó a reforzar los conceptos, lo que indica que la combinación de ambas herramientas puede ser eficaz en la enseñanza de conceptos algebraicos abstractos.

7. CONCLUSIONES

A través del uso de herramientas manipulativas y tecnológicas como Algeblocks y GeoGebra, se logró desarrollar la competencia general de comprensión y aplicación de conceptos algebraicos.

Los resultados fueron los siguientes para las competencias específicas:

Resolución de Problemas de Multiplicación de Polinomios: Los estudiantes tuvieron la capacidad de resolver problemas de multiplicación de polinomios con Algeblocks y GeoGebra. Estas herramientas les facilitaron una mejor visualización y manejo de los conceptos algebraicos. La introducción breve de cómo se utilizan estas herramientas ayudó a los estudiantes a comenzar a comprender la multiplicación de polinomios de una manera visual y manipulativa.

Integración de Habilidades Visuales y Simbólicas: El uso de Algeblocks permitió a los estudiantes relacionar figuras, colores y variables al resolver multiplicaciones de polinomios. Esta integración de habilidades visuales y simbólicas ayudó a los estudiantes a resolver los ejercicios de forma más clara y sencilla.

Comparación con Métodos Tradicionales: Los estudiantes pudieron comparar las respuestas obtenidas mediante el uso de Algeblocks y GeoGebra con los métodos tradicionales de álgebra. Esta comparación les permitió apreciar algunas diferencias y similitudes entre las distintas soluciones, algunos comentaron que lograron comprender mejor como realizar la multiplicación de polinomios y los conceptos de términos semejantes, ya que pudieron visualizar las figuras con igual color, forma y tamaño y así poder operarlas de manera más sencilla.

Conclusiones Finales:

Se logró introducir a los estudiantes en el uso de Algeblocks y GeoGebra para la multiplicación de polinomios, y una comprensión de su uso inicial efectivo por lo que la implementación del taller puede servir como un modelo para futuras lecciones de álgebra, especialmente en temas que requieren visualización y manipulación concreta.

8. BIBLIOGRAFIA

(JICA), E. M. (2019). 9° Matemática libro de texto (2019 ed.). San Salvador . Recuperado el 26 de agosto de 2024, de <file:///C:/Users/MINED/Downloads/LT9%C2%B0.pdf>

Álgebra I. (s.F). CK-12. Obtenido de <https://www.ck12.org/flexi/es/algebra/>

Boniche, J. R. (12 de abril de 2018). Youtube. Recuperado el 26 de agosto de 2024, de Youtube: https://www.youtube.com/watch?v=o84aQqSm_WE

Larson, R., & Edwards, B. (2014). Cálculo, tomo I. Décima edición . Cengage Learning.

Matemática, P. d. (12 de noviembre de 2023). Recuperado el 26 de agosto de 2024, de <https://sites.google.com/view/materialdeestudiosemana1/inicio?authuser=0>

Rittle-Johnson, B. (09 de noviembre de 2007). Flexibilidad en la resolución de problemas: el caso de la resolución de ecuaciones. Obtenido de <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0959475207001120?via%3Dihub>

Swokowski, E., & Cole, J. (2013). Álgebra y trigonometría con geometría analítica. Cengage Learning.

Vargas, L. A. (22 de septiembre de 2021). Youtube. Recuperado el 26 de agosto de 2024, de Youtube: https://www.youtube.com/watch?v=eSjKM_FLwAk

9. ANEXOS

Anexo 1: Presentación y bienvenida a los estudiantes de noveno grado del taller a impartir.



Anexo 2: Inicio del taller con saberes previos como la multiplicación de polinomios de forma algebraica, donde les realizamos preguntas sobre lo que acordaban.



Anexo 3: Luego les hablamos sobre los bloques de Algeblocks, definición y la presentación de cada bloque con su respectivo color.



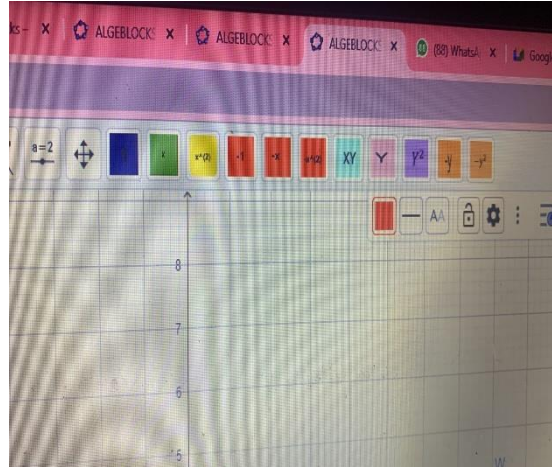
Anexo 4: Luego de impartir la teoría de Algeblocks realizamos dos ejemplos utilizando los Algeblocks de forma manipulable, así como también pasaron dos estudiantes a realizarlo al frente.



Anexo 5: Los estudiantes de noveno grado en pareja realizando un ejemplo de multiplicación de polinomios $2x(3x+4)$ con Algeblocks elaborados de foamy.



Anexo 6: Explicación de Algeblocks usando GeoGebra, donde cada uno de los niños y niña iban siguiendo los pasos con su computadora.



Anexo 7: Los estudiantes de noveno grado resolviendo un ejercicio de multiplicación de polinomios con Algeblocks usando GeoGebra.

